

סוג הבחינה: א. בגרות לבתי ספר על-יסודיים  
 ב. בגרות לנבחנים אקסטרניים  
 מועד הבחינה: קיץ תשע"ו, מועד ב  
 מספר השאלון: 317, 035807  
 נספח: דפי נוסחאות ל-5 יחידות לימוד

## מתמטיקה

### 5 יחידות לימוד — שאלון שני

#### הוראות לנבחן

- א. משך הבחינה: שעתיים ורבע.
- ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שני פרקים.  
 פרק ראשון — גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב, מספרים מרוכבים —  $33\frac{1}{3} \times 2$  —  $66\frac{2}{3}$  נקודות  
 פרק שני — גדילה ודעיכה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות —  $33\frac{1}{3} \times 1$  —  $33\frac{1}{3}$  נקודות  
 סה"כ — 100 נקודות
- ג. חומר עזר מותר בשימוש:  
 (1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון הניתן לתכנות.  
 שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.  
 (2) דפי נוסחאות (מצורפים).
- ד. הוראות מיוחדות:  
 (1) אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.  
 (2) התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.  
 הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.  
 חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.  
 (3) לטייטה יש להשתמש במחברת הבחינה.  
 שימוש בטייטה אחרת עלול לגרום לפסילת הבחינה.

ההנחיות בשאלון זה מנוסחות בלשון זכר ומכוונות לנבחנות ולנבחנים כאחד.

**ב ה צ ל ח ה !**

המשך מעבר לדף

## ה ש א ל ו ת

שים לב! הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה.  
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

**פרק ראשון — גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב,**

**מספרים מרוכבים** ( $\frac{2}{3}$  נקודות) 66

ענה על שתיים מהשאלות 1-3 (לכל שאלה —  $\frac{1}{3}$  נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

1. נתונה פרבולה שמשוואתה  $y^2 = 2px$ .

שני ישרים המשיקים לפרבולה בנקודות K ו- L נפגשים בנקודה A,

שהיא נקודת החיתוך של מדריך הפרבולה עם ציר ה- x.

א. (1) הראה כי שיעור ה- x של K שווה לשיעור ה- x של L.

(2) הראה כי המשיקים מאונכים זה לזה.

נתון מעגל, שמרכזו M נמצא על ציר ה- x.

המשיקים לפרבולה הנתונה בנקודות K ו- L משיקים גם למעגל זה בנקודות אלה.

הצב  $p = 2$ , וענה על הסעיפים ב, ג.

ב. מצא את משוואת המעגל שמרכזו M.

ג. מצא את משוואת המעגל החסום במרובע AKML.

המשך בעמוד 3 ◀

2. נתון מעגל הנמצא במישור  $\pi$ , ומרכזו בראשית הצירים  $O(0, 0, 0)$ .  
 הישר  $\ell_1: \underline{x} = (2, 2, 0) + t(1, 2, 1)$  נמצא במישור  $\pi$ , ומשיק למעגל זה בנקודה B.  
 א. מצא את השיעורים של הנקודה B.  
 ב. הישר  $\ell_2: \underline{x} = (0, 1, 1) + s(2, -1, 1)$  חותך את המישור  $\pi$  בנקודה A.  
 (1) הראה כי הנקודה A נמצאת על המעגל הנתון.  
 (2) מצא את שטח המשולש AOB.

3. א. נתון המספר המרוכב 
$$z = \frac{\left(\cos \frac{\pi}{9} + i \sin \frac{\pi}{9}\right)^3}{\left(\cos \frac{\pi}{12} - i \sin \frac{\pi}{12}\right)^2}$$

- (1) מצא את  $|z|$ , ואת הארגומנט (הזווית) של  $z$ .  
 (2) מצא את הערכים של  $n$  ( $n$  מספר טבעי) שעבורם  $z^n$  הוא מספר מדומה טהור.

**הערה: אין קשר בין סעיף א לסעיף ב.**

- ב. נתון המקום הגאומטרי  $|z + \bar{z} - m(z - \bar{z})| = 40$ ,  $m$  הוא מספר ממשי גדול מ-1.  
 (1) זהה את המקום הגאומטרי. נמק.  
 (2) הנקודה שמיוצגת על ידי המספר  $12 + 8i$  נמצאת על המקום הגאומטרי.  
 מצא את השיעורים של נקודות החיתוך של המקום הגאומטרי עם הצירים.

◀ המשך בעמוד 4

## פרק שני — גדילה ודעיכה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות

( $33\frac{1}{3}$  נקודות)

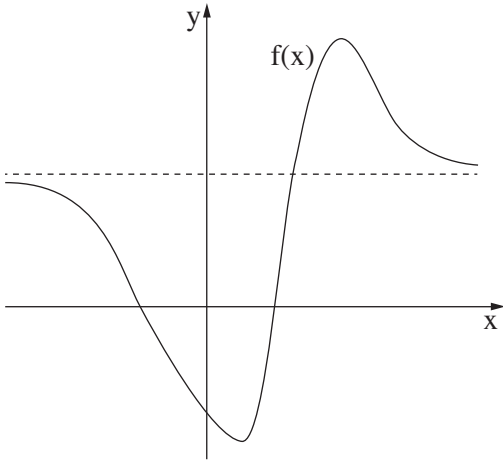
ענה על אחת מהשאלות 4-5.

**שים לב!** אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

4. נתונה הפונקציה  $f(x) = 9^x - 2 \cdot 3^x - 3$  המוגדרת לכל  $x$ .

- א. (1) מצא את השיעורים של נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים.
  - (2) מצא את האסימפטוטה האופקית לגרף הפונקציה.
  - (3) מצא את השיעורים של נקודות הקיצון של הפונקציה (אם יש כאלה), וקבע את סוגן.
  - (4) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה.
- ב. מצא את השטח מימין לציר ה־ $y$ , המוגבל על ידי גרף הפונקציה, על ידי ציר ה־ $y$  ועל ידי האסימפטוטה האופקית. תוכל להשאיר  $n$  בתשובתך.
- ג. נתונה הפונקציה  $g(x) = f(x) + 4$ . השטח שמצאת בסעיף ב שווה לשטח מימין לציר ה־ $y$ , המוגבל על ידי גרף הפונקציה  $g(x)$ , על ידי ציר ה־ $y$  ועל ידי הישר  $y = k$ . מהו הערך של  $k$ ? נמק.

## המשך בעמוד 5 ◀



5. בציור שלפניך מתואר גרף הפונקציה  $f(x)$ .

נתון כי הפונקציות  $f''(x)$ ,  $f'(x)$ ,  $f(x)$  מוגדרות לכל  $x$ .

לגרף הפונקציה  $f(x)$  יש אסימפטוטה

אופקית אחת שמשוואתה  $y = 1.5e$

כמתואר בציור.

נקודות הקיצון של הפונקציה  $f(x)$  הן:

$B(1, -1.5e)$ ,  $A(4, 3e)$

הנקודות  $E(5, 2e)$ ,  $D(2, 0)$ ,  $C(-2, 0)$

נמצאות על גרף הפונקציה  $f(x)$ .

הפונקציה  $f(x)$  קעורה כלפי מטה  $\cap$  בתחום  $x < -2$  ובתחום  $2 < x < 5$ ,

וקעורה כלפי מעלה  $\cup$  בתחום  $x > 5$  ובתחום  $-2 < x < 2$ .

א. מצא את שיעורי ה- $x$  של נקודות הקיצון של פונקציית הנגזרת  $f'(x)$ , וקבע את סוגן. נמק.

ב. הפונקציה  $g(x)$  מקיימת:  $g(x) = \ln[f(x)]$ .

(1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה  $g(x)$ .

(2) מצא את האסימפטוטות של  $g(x)$  המאונכות לציר ה- $x$ .

(3) מצא את השיעורים של נקודות הקיצון של הפונקציה  $g(x)$  (אם יש כאלה),

וקבע את סוגן.

(4) לפונקציה  $g(x)$  יש אסימפטוטה אופקית אחת שמשוואתה  $y = \ln(1.5e)$ .

סרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $g(x)$ .

## בהצלחה!