

Mathématiques

5 unités d'étude – deuxième questionnaire

Instructions au candidat

- א. Durée de l'examen : deux heures et quart.
- ב. Structure du questionnaire et barème de notation :
Ce questionnaire comporte deux parties.
- Première partie — Géométrie analytique, vecteurs, trigonométrie dans l'espace, nombres complexes.
- $$2 \times 33 \frac{1}{3} - 66 \frac{2}{3} \text{ points}$$
- Deuxième partie — Croissance et décroissance, fonctions exponentielles et logarithmiques.
- $$1 \times 33 \frac{1}{3} - 33 \frac{1}{3} \text{ points}$$
- Total — 100 points
- ג. Matériel auxiliaire autorisé :
- (1) Calculatrice non graphique. Il est interdit d'utiliser les options de programmation d'une calculatrice programmable. L'utilisation d'une calculatrice graphique ou des options de programmation d'une calculatrice peut entraîner votre disqualification.
 - (2) Formulaires (joint au sujet).
 - (3) Dictionnaire hébreu-langue étrangère / langue étrangère-hébreu.
- ד. Instructions particulières :
- (1) Ne recopiez pas la question, notez seulement son numéro.
 - (2) Commencez chaque question sur une nouvelle page. Écrivez dans le cahier d'examen les étapes de votre raisonnement, même lorsque les calculs se font à l'aide de la calculatrice. Expliquez toutes vos opérations, y compris les calculs, en détails et de façon claire et ordonnée. Un manque de détails peut entraîner une baisse de la note ou votre disqualification.
 - (3) Pour vos brouillons, utilisez le cahier d'examen. L'utilisation d'autres feuilles de brouillon peut entraîner votre disqualification.

Bonne chance !

מתמטיקה

5 יחידות לימוד — שאלון שני

הוראות לבחן

- א. משך הבחינה: שתיים ורבע.
- ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה:
בשאלון זה שני פרקים.
- פרק ראשון — גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב, מספרים מרוכבים
- $$66 \frac{2}{3} - 33 \frac{1}{3} \times 2 \text{ נקודות}$$
- פרק שני — גדילה ודעיכה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות
- $$33 \frac{1}{3} - 33 \frac{1}{3} \times 1 \text{ נקודות}$$
- סה"כ — 100 נקודות
- ג. חומר עזר מותר בשימוש:
- (1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון הניתן לתכנות. שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
 - (2) דפי נוסחאות (מצורפים).
 - (3) מילון עברי-לועזי / לועזי-עברי.
- ד. הוראות מיוחדות:
- (1) אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.
 - (2) התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון. הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת. חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.
 - (3) לטייטה יש להשתמש במחברת הבחינה. שימוש בטייטה אחרת עלול לגרום לפסילת הבחינה.

בהצלחה !

Questions

Attention ! Expliquez toutes vos opérations, y compris les calculs, de manière détaillée et claire.

Un manque de détails peut entraîner une baisse de la note ou votre disqualification.

Première partie – Géométrie analytique, vecteurs, trigonométrie dans l'espace, nombres complexes ($66\frac{2}{3}$ points)

Répondez à deux des questions 1-3 ($33\frac{1}{3}$ points par question).

Attention ! Si vous répondez à plus de deux questions, seules les deux premières réponses de votre copie seront corrigées.

1. Soit la parabole d'équation $y^2 = 2px$.

Deux droites, tangentes à la parabole en des points K et L , se croisent en un point A ; le point A étant le point d'intersection de la directrice de la parabole avec l'axe des abscisses.

- א. (1) Démontrez que l'abscisse de K est égale à l'abscisse de L .
(2) Démontrez que les tangentes sont perpendiculaires.

Soit un cercle, dont le centre M se trouve sur l'axe des abscisses.

Les tangentes à la parabole donnée aux points K et L sont également tangentes au cercle en ces mêmes points.

Substituez $p = 2$, puis répondez aux paragraphes ב et ג .

- ב. Déterminez l'équation du cercle de centre M .
ג. Déterminez l'équation du cercle inscrit dans le quadrilatère AKML .

2. Soit un cercle situé dans un plan π et dont le centre se trouve sur l'origine du repère $O(0, 0, 0)$.

La droite $\ell_1: \underline{x} = (2, 2, 0) + t(1, 2, 1)$ est située dans le plan π et est tangente au cercle en un point B .

א. Déterminez les coordonnées du point B .

ב. La droite $\ell_2: \underline{x} = (0, 1, 1) + s(2, -1, 1)$ coupe le plan π en un point A .

(1) Démontrez que le point A se situe sur le cercle donné.

(2) Déterminez l'aire du triangle AOB .

3. א. Soit le nombre complexe $z = \frac{\left(\cos \frac{\pi}{9} + i \sin \frac{\pi}{9}\right)^3}{\left(\cos \frac{\pi}{12} - i \sin \frac{\pi}{12}\right)^2}$

(1) Déterminez $|z|$, et l'argument (l'angle) de z .

(2) Déterminez les valeurs de n (n étant un nombre entier naturel) pour lesquelles z^n est un nombre imaginaire pur.

Remarque: il n'y a pas de lien entre le paragraphe א et le paragraphe ב.

ב. On donne le lieu géométrique $|(z + \bar{z}) - m(z - \bar{z})| = 40$,

m étant un nombre réel supérieur à 1.

(1) Identifiez le lieu géométrique. Justifiez.

(2) Le point représenté par le nombre $12 + 8i$ se situe sur le lieu géométrique.

Déterminez les coordonnées des points d'intersection du lieu géométrique avec les axes.

Deuxième partie – Croissance et décroissance, fonctions exponentielles et logarithmiques ($33\frac{1}{3}$ points)

Répondez à une des questions 4-5.

Attention ! Si vous répondez à plus d'une question, seule la première réponse de votre copie sera corrigée.

4. Soit la fonction $f(x) = 9^x - 2 \times 3^x - 3$, définie pour tout x .

- א. (1) Déterminez les coordonnées des points d'intersection du graphe de la fonction avec les axes.
 - (2) Déterminez l'asymptote horizontale du graphe de la fonction.
 - (3) Déterminez les coordonnées des points d'extremum de la fonction (s'il en existe), puis déterminez leur type.
 - (4) Tracez une esquisse du graphe de la fonction.
 - ב. Déterminez l'aire située à droite de l'axe des ordonnées, délimitée par le graphe de la fonction, par l'axe des ordonnées et par l'asymptote horizontale. Vous pourrez maintenir ℓn dans votre réponse.
 - ג. Soit la fonction $g(x) = f(x) + 4$.
- L'aire que vous avez déterminée au paragraphe ב est égale à l'aire située à droite de l'axe des ordonnées, délimitée par le graphe de la fonction $g(x)$, par l'axe des ordonnées et par la droite $y = k$.
- Quelle est la valeur de k ? Justifiez.

5. Le graphe de la fonction $f(x)$ est représenté dans la figure ci-contre.

Il est donné que les fonctions $f(x)$, $f'(x)$, $f''(x)$ sont définies pour tout x .

Le graphe de la fonction $f(x)$ admet une asymptote horizontale d'équation $y = 1,5e$,

tel que le montre la figure.

Les points d'extremum de la fonction $f(x)$ sont : $A(4, 3e)$, $B(1, -1,5e)$.

Les points $C(-2, 0)$, $D(2, 0)$, $E(5, 2e)$, se situent sur le graphe de la fonction $f(x)$.

La fonction $f(x)$ est concave $\cap$ sur l'intervalle $x < -2$ ainsi que sur l'intervalle $2 < x < 5$. La fonction $f(x)$ est convexe $\cup$ sur l'intervalle $x > 5$ ainsi que sur l'intervalle $-2 < x < 2$.

א. Déterminez l'abscisse des points d'extremum de la fonction dérivée $f'(x)$, puis déterminez leur type. Justifiez.

ב. La fonction $g(x)$ vérifie : $g(x) = \ln[f(x)]$.

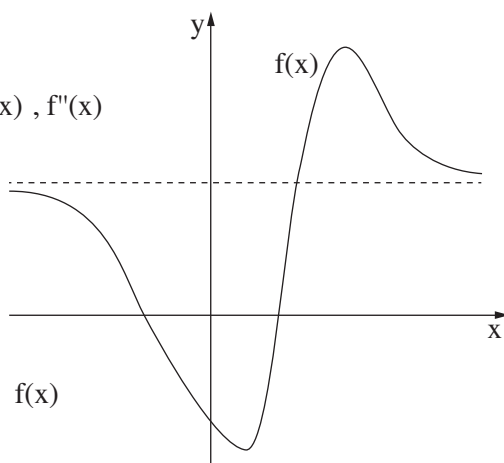
(1) Déterminez le domaine de définition de la fonction $g(x)$.

(2) Déterminez les asymptotes de la fonction $g(x)$, perpendiculaires à l'axe des abscisses.

(3) Déterminez les coordonnées des points d'extremum de la fonction $g(x)$ (s'il en existe), puis déterminez leur type.

(4) La fonction $g(x)$ admet une seule asymptote horizontale d'équation $y = \ln(1,5e)$.

Tracez une esquisse du graphe de la fonction $g(x)$.



Bonne chance!

Tous droits réservés à l'État d'Israël.
Toute copie ou publication est interdite sans l'autorisation du
Ministère de l'Éducation.

בהצלחה!

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל
אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך