

État d'Israël
Ministère de l'Éducation

Type d'examen : א. Bagrut pour écoles secondaires
ב. Bagrut pour candidats libres
Session de l'examen : été 2016, 2^{ème} session
Numéro du questionnaire : 035806, 316
Annexe : formulaires pour 5 unités d'étude
Traduction française (4)

מדינת ישראל
משרד החינוך

סוג הבחינה: א. בגרות לבתי ספר על-יסודיים
ב. בגרות לנבחנים אקסטרניים
מועד הבחינה: קיץ תשע"ו, מועד ב
מספר השאלון: 316, 035806
נספח: דפי נוסחאות ל-5 יחידות לימוד
תרגום לצרפתית (4)

Mathématiques

5 unités d'étude – premier questionnaire

Instructions au candidat

- א. Durée de l'examen : trois heures et demie.
- ב. Structure du questionnaire et barème de notation :
Ce questionnaire comporte trois parties.
- Première partie — Algèbre et probabilités
 $2 \times 20 = 40$ points
- Deuxième partie — Géométrie et trigonométrie dans le plan
 $1 \times 20 = 20$ points
- Troisième partie — Calcul différentiel et intégral
 $2 \times 20 = 40$ points
- Total — 100 points
- ג. Matériel auxiliaire autorisé :
- (1) Calculatrice non graphique. Il est interdit d'utiliser les options de programmation d'une calculatrice programmable. L'utilisation d'une calculatrice graphique ou des options de programmation d'une calculatrice peut entraîner votre disqualification.
 - (2) Formulaires (joints au sujet).
 - (3) Dictionnaire hébreu-langue étrangère / langue étrangère-hébreu.
- ד. Instructions particulières :
- (1) Ne recopiez pas la question, indiquez seulement son numéro.
 - (2) Commencez chaque question sur une nouvelle page. Écrivez dans le cahier d'examen les étapes de votre raisonnement, même lorsque les calculs se font à l'aide de la calculatrice. Expliquez toutes vos opérations, y compris les calculs, en détails et de façon claire et ordonnée. Un manque de détails peut entraîner une baisse de la note ou votre disqualification.
 - (3) Pour vos brouillons, utilisez le cahier d'examen. L'utilisation d'autres feuilles de brouillon peut entraîner votre disqualification.

מתמטיקה

5 יחידות לימוד – שאלון ראשון

הוראות לנבחן

- א. משך הבחינה: שלוש שעות וחצי.
- ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה:
בשאלון זה שלושה פרקים.
פרק ראשון — אלגברה והסתברות
 $2 \times 20 = 40$ נקודות
- פרק שני — גאומטריה וטריגונומטריה במישור
 $1 \times 20 = 20$ נקודות
- פרק שלישי — חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי
 $2 \times 20 = 40$ נקודות
- סה"כ — 100 נקודות
- ג. חומר עזר מותר בשימוש:
- (1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון הניתן לתכנות. שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
 - (2) דפי נוסחאות (מצורפים).
 - (3) מילון עברי-לועזי / לועזי-עברי.
- ד. הוראות מיוחדות:
- (1) אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.
 - (2) התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון. הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת. חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.
 - (3) לטייטה יש להשתמש במחברת הבחינה. שימוש בטייטה אחרת עלול לגרום לפסילת הבחינה.

Bonne chance!

בהצלחה!

Questions

Attention ! Expliquez toutes vos opérations, y compris les calculs, de manière détaillée et claire.

Un manque de détails peut entraîner une baisse de la note ou votre disqualification.

Première partie – Algèbre et probabilités (40 points)

Répondez à deux des questions 1-3 (20 points par question).

Attention ! Si vous répondez à plus de deux questions, seules les deux premières réponses de votre copie seront corrigées.

1. Deux techniciens, Gal et Dani, ont monté des ordinateurs. Le rythme de travail de chacun est constant.
 - א. Le premier jour de travail, les deux techniciens ont monté le même nombre d'ordinateurs.
Gal a commencé à travailler à 8:00 et a cessé le travail à 15:00 .
Dani a commencé à travailler après 8:00 et avant 9:00, et a cessé le travail à 13:00.
On sait que Gal et Dani ont monté le même nombre d'ordinateurs de l'instant auquel chacun d'entre eux a commencé à travailler, jusqu'à 9:00.
Combien de temps après 8:00, Dani a-t-il commencé à travailler ?
 - ב. Le deuxième jour de travail, Gal et Dani ont commencé à travailler à la même heure et ont cessé le travail à la même heure. Ce jour là, ils ont monté, en tout et à eux deux, le même nombre d'ordinateurs qu'ils avaient, à eux deux, montés le premier jour.
Combien de temps les techniciens ont-ils travaillé le deuxième jour ?

2. Soit une suite arithmétique comportant n termes. La raison de cette suite vaut 3.
- א. Un terme supplémentaire a été inséré entre tous les deux termes consécutifs, créant ainsi une nouvelle suite arithmétique.
- (1) Démontrez que le rapport entre la somme des termes de la nouvelle suite et la somme des termes de la suite donnée est $\frac{2n-1}{n}$.
- (2) Il est donné que le rapport figurant dans le sous-paragraphe (1) est égal à 1,9 .
- La somme de tous les termes insérés dans la suite donnée vaut 130,5 .
- Déterminez le premier terme de la suite donnée.
- ב. On crée une suite arithmétique supplémentaire par l'insertion de k termes entre tous les deux termes consécutifs de la suite donnée.
- Exprimez la raison de la suite obtenue en fonction de k .
3. Les échecs sont un jeu opposant deux joueurs qui peut se terminer par la victoire de l'un des joueurs ou par une partie nulle.
- Yaël et Anna jouent l'une contre l'autre lors d'un tournoi d'échecs en deux tours.
- La probabilité de chacune des joueuses de gagner lors d'une partie est constante tout au long du tournoi.
- א. Le premier tour comporte 4 parties. La probabilité que Yaël remporte 2 parties ou 3 parties est 10 fois plus élevée que la probabilité que Yaël remporte les 4 parties.
- Calculez la probabilité que Yaël remporte une seule partie.
- Le deuxième tour comporte 2 parties.
- La probabilité que le résultat du deuxième tour soit une égalité est de 0,34 .
- ב. Quelle est la probabilité qu'Anna remporte une seule partie ?
- ג. Calculez la probabilité qu'Anna remporte la deuxième partie, sachant que le résultat de ce tour est une égalité.

Deuxième partie – Géométrie et trigonométrie dans le plan (20 points)

Répondez à l'une des questions 4-5 .

Attention ! Si vous répondez à plus d'une question, seule la première réponse de votre copie sera corrigée.

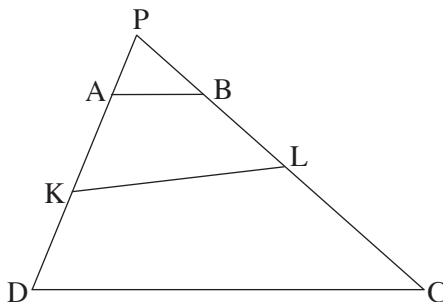
4. Soit un triangle PDC .

Les points B et L se trouvent sur le côté PC .

Les points A et K se trouvent sur le côté PD comme cela est représenté sur la figure.

Il est donné que le quadrilatère ABLK est inscriptible dans un cercle et que le quadrilatère KLCD est également inscriptible dans un cercle.

⌘. Démontrez : $AB \parallel DC$.



On donne : $PA = 3 \text{ cm}$, $PB = 4 \text{ cm}$,

l'aire du triangle ABP est de $S \text{ cm}^2$,

l'aire du quadrilatère ABCD est de $24S \text{ cm}^2$.

⌚. Est-il possible d'inscrire le quadrilatère ABCD dans un cercle ? Justifiez.

⌛. Déterminez la longueur du côté PD .

⌜. On donne également : $BL = 5 \text{ cm}$.

Exprimez l'aire du quadrilatère KLCD en fonction de S , en vous aidant des triangles semblables.

5. Un trapèze ABCD ($AB \parallel DC$) est inscrit dans un cercle.

Le centre O du cercle se trouve à l'intérieur du trapèze (voir figure).

Le rayon du cercle est R , et la hauteur du trapèze est h .

On donne : $\angle COD = \alpha$, $\angle BOA = 3\alpha$.

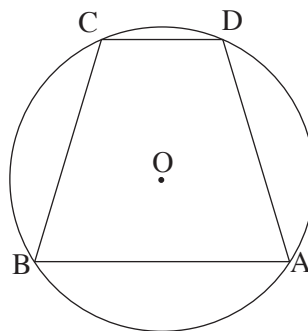
⌘. Exprimez $\angle DAB$ en fonction de α .

⌚. Exprimez la longueur de l'un des côtés égaux du trapèze, en fonction de α et de R .

⌛. Exprimez la longueur de l'un des côtés égaux du trapèze en fonction de α et de h .

⌜. Il est donné que l'aire du triangle COD est $\frac{h^2}{12 \cos^2 \frac{\alpha}{2}}$.

Déterminez α .



/suite en page 5/

**Troisième partie – Calcul différentiel et intégral des polynômes,
des fonctions racines, des fonctions rationnelles
et des fonctions trigonométriques (40 points)**

Répondez à deux des questions 6-8 (20 points par question).

Attention ! Si vous répondez à plus de deux questions, seules les deux premières réponses de votre copie seront corrigées.

6. Soit la fonction : $f(x) = \frac{2\cos^2 x - 1}{2\cos^2 x}$.

א. Sur l'intervalle $0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$:

- (1) Déterminez le domaine de définition de la fonction $f(x)$.
- (2) Déterminez les asymptotes de la fonction $f(x)$, perpendiculaires à l'axe des abscisses (s'il en existe).
- (3) Déterminez les points d'intersection de la fonction $f(x)$ avec l'axe des abscisses (s'il en existe).
- (4) Déterminez les coordonnées des points d'extremum de la fonction $f(x)$ (s'il en existe), puis déterminez leur type.

ב. Sur l'intervalle $-\frac{\pi}{2} < x < \frac{\pi}{2}$:

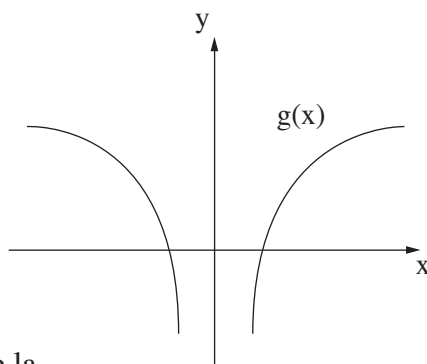
- (1) Démontrez que la fonction $f(x)$ est paire.
- (2) Tracez une esquisse du graphe de la fonction $f(x)$.

ג. Déterminez l'aire, dans le premier quadrant, délimitée par le graphe de la fonction $f(x)$, par l'axe des abscisses et par l'axe des ordonnées.

7. La figure ci-contre représente le graphe de la fonction $g(x)$.

Les fonctions $g(x)$, $g'(x)$, $g''(x)$ sont définies pour tout x différent de 0, et elles n'admettent pas de points d'extremum ni de points d'inflexion.

La droite $x = 0$ est l'asymptote verticale de chacun des graphes de ces fonctions.



- א. (1) Tracez une esquisse du graphe de la fonction dérivée $g'(x)$. Justifiez votre raisonnement.
- (2) Tracez l'esquisse du graphe de la fonction dérivée seconde $g''(x)$. Justifiez votre raisonnement.

Il est donné que l'aire délimitée par le graphe de la fonction dérivée seconde $g''(x)$, par l'axe des abscisses et par les droites $x = 1$ et $x = 2$ est égale à 5,25.

- ב. La droite $x = 1$ coupe le graphe de la fonction dérivée $g'(x)$ en un point A, et la droite $x = 2$ coupe ce graphe en un point B. Déterminez la différence entre l'ordonnée du point A et l'ordonnée du point B. Justifiez.
- ג. L'expression $y = \frac{a}{x^3}$ correspond à l'une des fonctions $g(x)$, $g'(x)$, $g''(x)$. a est un paramètre supérieur à 0.
- (1) Déterminez à laquelle de ces fonctions cette expression correspond. Justifiez votre réponse.
- (2) Déterminez la valeur de a.

8. Dans un triangle rectangle ABC ($\angle ABC = 90^\circ$), la longueur de l'hypoténuse vaut k cm (k est un paramètre).

Le côté AB est également l'hypoténuse d'un triangle ADB, qui est isocèle et rectangle ($\angle ADB = 90^\circ$).

- א. Notez $AB = x$, puis exprimez BC en fonction de x et de k .
- ב. Il est donné que la valeur maximale du produit $BC \times AD^2$ vaut $3\sqrt{3}$. Déterminez l'aire du triangle ADB (une valeur numérique) lorsque le produit $BC \times AD^2$ est maximal.

Bonne chance!

Tous droits réservés à l'État d'Israël.

Toute copie ou publication est interdite sans l'autorisation du
Ministère de l'Éducation.

בהצלחה!

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל
אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך