

Matemáticas

4 unidades de estudio-Primer cuestionario

Instrucciones para el examen

א. Duración del examen: Tres horas y media.

ב. Estructura del cuestionario y clave de la evaluación:

Este cuestionario consta de tres partes.

Primera parte – Álgebra, Geometría analítica,

Probabilidad – $2 \times 20 = 40$ puntos

Segunda parte – Geometría y Trigonometría del plano

$1 \times 20 = 20$ puntos

Tercera parte - Cálculo diferencial e integral

$2 \times 20 = 40$ puntos

Total – 100 puntos

ג. Material auxiliar permitido:

- (1) Una calculadora no gráfica. No se admite la posibilidad de programación con calculadoras programables. El uso de calculadora gráfica o de la posibilidad de programación de las calculadoras programables puede causar la anulación del examen.
- (2) Hojas de fórmulas (adjuntas).
- (3) Diccionario hebreo-lengua extranjera / lengua extranjera-hebreo.

ד. Instrucciones especiales:

- (1) No copies la pregunta; indica solo su número.
- (2) Inicia cada respuesta a una nueva pregunta en una nueva hoja. Indica en el cuadernillo las etapas de la resolución, aun en el caso en que realices tus cálculos utilizando la calculadora. Explica detalladamente y de forma clara y ordenada, todas tus operaciones, incluidos los cálculos. La falta de detalles puede perjudicar la nota o causar la anulación del examen.
- (3) Como borrador puedes usar las hojas del cuadernillo del examen o las hojas que hayas recibido de los celadores. El uso de otros borradores puede causar la anulación del examen.

¡Buena Suerte!

מתמטיקה

4 יחידות לימוד - שאלון ראשון

הוראות לנבחן

א. משך הבחינה: שלוש שעות וחצי.

ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה:

בשאלון זה שלושה פרקים.

פרק ראשון – אלגברה, גאומטריה אנליטית,

הסתברות $2 \times 20 = 40$ נקודות

פרק שני – גאומטריה וטריגונומטריה

במישור

$1 \times 20 = 20$ נקודות

פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי

$2 \times 20 = 40$ נקודות

סה"כ 100 נקודות

ג. חומר עזר מותר בשימוש:

- (1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון הניתן לתכנות. שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
- (2) דפי נוסחאות (מצורפים).
- (3) מילון עברי-לועזי / לועזי-עברי.

ד. הוראות מיוחדות:

- (1) אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.
- (2) התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון. הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת. חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.
- (3) לטייטה יש להשתמש במחברת הבחינה או בדפים שקיבלת מהמשגיחים. שימוש בטייטה אחרת עלול לגרום לפסילת הבחינה.

בהצלחה!

Preguntas

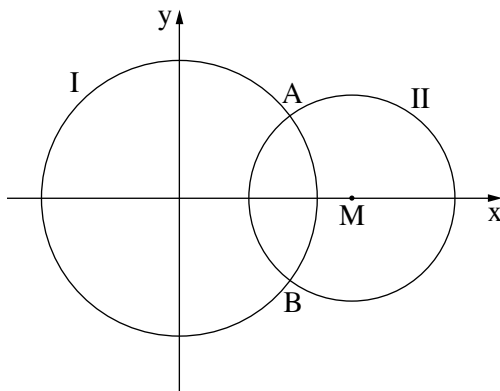
¡Presta atención! Explica detalladamente y de forma clara y ordenada, todas tus operaciones, incluidos los cálculos. La falta de detalles puede perjudicar la nota o causar la anulación del examen.

Primera parte – Álgebra, Geometría analítica, Probabilidad (40 puntos)

Responde a dos de las preguntas 1 – 3 (cada pregunta – 20 puntos).

¡Presta atención! Si respondes a más de dos preguntas, sólo las dos primeras respuestas de tu cuadernillo serán tenidas en cuenta para la corrección.

1. Un importador compró computadoras idénticas, cuyo precio es de 1200 sheqalim por computadora.
Vendió las computadoras a una tienda a un precio idéntico por cada computadora, y ganó por cada computadora un cierto porcentaje.
En la tienda se vendió cada computadora a un precio de 1728 sheqalim, y se ganó por cada computadora el mismo porcentaje que ganó el importador.
 - א. Halla el porcentaje de la ganancia del importador.
 - ב. Yosi compró una computadora directamente del importador, a un precio superior en un 42% al precio de la compra del importador.
¿Pagó Yosi por la computadora menos que alguien que compró una computadora idéntica en la tienda? Justifica tu respuesta.
2. Se dan dos circunferencias, I y II:
 - I. $x^2 + y^2 = 36$
 - II. $(x - 7.5)^2 + y^2 = 20.25$Las circunferencias se cortan en los puntos A y B.
A se halla en el primer cuadrante (ver dibujo).
 - א. Halla las coordenadas de los puntos A y B.
 - ב. Por el punto A se hizo pasar una tangente a la circunferencia II.
Halla la ecuación de la tangente.
 - ג. La tangente que hallaste en el apartado ב corta a la circunferencia I en un punto adicional, C.
Halla el área del triángulo ACM. M es el centro de la circunferencia II.



Continúa en la página 3 ►

3. Para ser aceptado en la Universidad en el departamento de Ciencias de la Computación, es necesario pasar un examen de ingreso.

Al examen se presentó un gran número de bachilleres: bachilleres que estudiaron computación en la Escuela Secundaria y bachilleres que no estudiaron computación en la Escuela Secundaria.

El porcentaje de examinados que estudiaron computación en la Escuela Secundaria era 3 veces mayor que el porcentaje de los examinados que no estudiaron computación.

El porcentaje de examinados que aprobaron el examen fue 4 veces mayor que el porcentaje de examinados que fracasaron.

El porcentaje de examinados que aprobaron el examen y también estudiaron computación era del 65%.

א. ¿Cuál es la probabilidad de elegir al azar de entre los examinados un bachiller que no estudió computación y aprobó el examen?

ב. Se sabe que determinado examinado aprobó el examen.
¿Cuál es la probabilidad de que dicho estudiante no haya estudiado computación en la Escuela Secundaria?

ג. Se eligen al azar dos examinados.

¿Cuál es la probabilidad de que a lo sumo uno de ellos haya aprobado el examen?

Segunda parte – Geometría y Trigonometría del plano (20 puntos)

Responde a una de las preguntas 4 - 5.

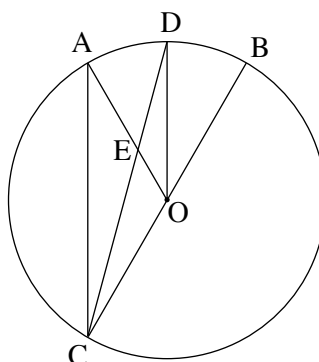
¡Presta atención! Si respondes a más de una pregunta, sólo la primera respuesta de tu cuadernillo será tenida en cuenta para la corrección.

4. BC es un diámetro en la circunferencia cuyo centro es O.
La cuerda CD corta al radio AO en el punto E.

El punto D es el punto medio del arco AB (ver dibujo).

Indicaremos; $\angle ACD = \alpha$.

- א. (1) Demuestra que $\angle ACO = \angle AOD$.
(2) Demuestra que $AC \parallel DO$.
ב. (1) Expresa por medio de α la magnitud del ángulo DAO.
(2) Determina cuál debe ser el valor de α , para que el cuadrilátero ACOD sea un paralelogramo. Justifica tu respuesta.



5. Se da un triángulo isósceles ABC ($AB = AC$).

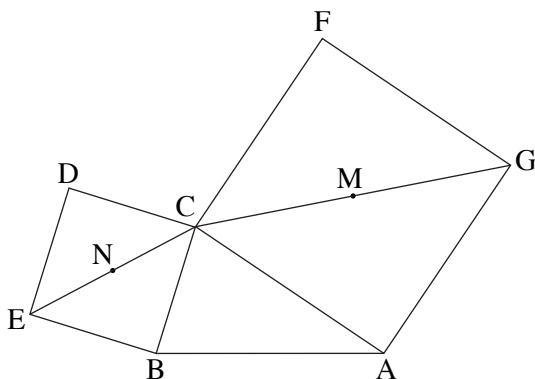
Sobre el lado AC se construyó un cuadrado ACFG cuyas diagonales se cortan en el punto M.

Sobre la base BC se construyó un cuadrado BCDE cuyas diagonales se cortan en el punto N (ver dibujo).

Se da: $AB = AC = 6 \text{ cm}$

$BC = 4 \text{ cm}$

- א. Halla la longitud de la diagonal del cuadrado ACFG, y la longitud de la diagonal del cuadrado BCDE.
- ב. Halla la magnitud del ángulo de la base en el triángulo ABC.
- ג. Muestra que el área del triángulo BCM es igual al área del triángulo ABN.
- ד. Halla la longitud del segmento AN.



Tercera parte – Cálculo diferencial e integral de polinomios, de funciones racionales y de funciones radical

(40 puntos)

Responde a dos de las preguntas 6-8 (cada pregunta – 20 puntos)
¡Presta atención! Si respondes a más de dos preguntas, sólo las dos primeras respuestas de tu cuadernillo serán tenidas en cuenta para la corrección.

6. Se da la función $f(x) = \frac{m - 4x}{(x - 1)^2}$, m es un parámetro.

La función $f(x)$ tiene un punto de extremo en el punto en el que $x = 3$.

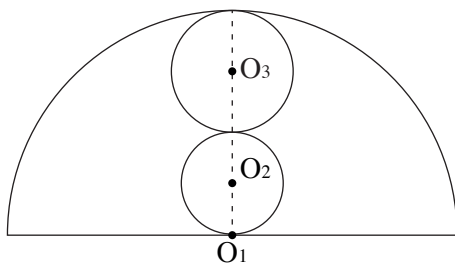
א. Halla el dominio de definición de la función $f(x)$.

ב. Halla el valor del parámetro m .

Especializa por $m = 8$, y responde a los apartados ג, ד y ה.

- ג. (1) Halla las asíntotas de la función $f(x)$ paralelas a los ejes.
(2) Halla los puntos de intersección del gráfico de la función $f(x)$ con los ejes.
(3) Halla las coordenadas de los puntos de extremo de la función $f(x)$ (si los hubiere) y determina su tipo.
(4) Halla los intervalos de crecimiento y decrecimiento de la función $f(x)$.
- ד. Traza un esbozo del gráfico de la función $f(x)$.
- ה. Valiéndote del gráfico que has trazado, halla para qué valores de x se cumple $f(x) > 0$ y también $f'(x) > 0$.

7. La derivada de la función $f(x)$ es $f'(x) = 3x^2 - 12x + 9$.
- א. (1) Halla las coordenadas de x de los puntos de extremo de la función $f(x)$ y determina su tipo.
 - (2) La recta $y = 4$ es tangente al gráfico de la función $f(x)$ en el punto máximo de la función. Halla la función $f(x)$.
 - ב. (1) Halla los puntos de intersección del gráfico de la función $f(x)$ con los ejes.
 - (2) Traza un esbozo del gráfico de la función $f(x)$.
 - ג. Por el punto de mínimo de la función $f(x)$, se hizo pasar una perpendicular al eje x .
Halla el área limitada por el gráfico de la función $f(x)$, por la tangente $y = 4$, por el eje y , y por la perpendicular.
8. En una semi-circunferencia, cuyo centro es O_1 y cuyo radio es 10 cm, se inscribieron dos circunferencias cuyos centros son O_2 y O_3 .
Las circunferencias son tangentes una a la otra, como está descrito en el dibujo. (Los tres centros se hallan sobre la misma recta.)
- א. Determina cuál debe ser la longitud del radio de la circunferencia cuyo centro es O_2 y la del radio de la circunferencia cuyo centro es O_3 , para que la suma de las áreas de los círculos O_2 y O_3 sea mínima.
 - ב. Cuando la suma de las áreas de los círculos O_2 y O_3 sea mínima, halla la suma de los perímetros de estas circunferencias.
- Dato: área del círculo $= \pi R^2$
perímetro de la circunferencia $= 2\pi R$



¡Buena Suerte!

Los derechos de autor están reservados al Estado de Israel.
Se prohíbe su copia o publicación salvo la autorización expresa
del Ministerio de Educación.

בהצלחה!

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל
אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך