

Estado de Israel
Ministerio de Educación

Tipo de examen:

א. Bachillerato para escuelas de enseñanza media

ב. Bachillerato externo

Fecha del examen: verano 2016

Cuestionario número: 035581

Apéndice: Hojas de fórmulas para 5 unidades de estudio

Traducción al español (12)

מדינת ישראל

משרד החינוך

סוג הבחינה:

א. בגרות לבתי ספר על-יסודיים

ב. בגרות לנבחנים אקסטרניים

מועד הבחינה: קיץ תשע"ו, 2016

מספר השאלון: 035581

נספח: דפי נוסחאות ל-5 יחידות לימוד

תרגום לספרדית (12)

Matemáticas

**Según el plan de reforma de aprendizaje
significativo**

Primer cuestionario - 5 unidades de estudio

Instrucciones para el examen

א. Duración del examen: Tres horas y media.

ב. Estructura del cuestionario y clave de la evaluación:

Este cuestionario consta de tres partes

Primera parte – Álgebra y Probabilidad

– 2×20 – 40 puntos

Segunda parte – Geometría y Trigonometría del plano

– 1×20 – 20 puntos

Tercera parte – Cálculo diferencial e integral

– 2×20 – 40 puntos

Total – 100 puntos

ג. Material auxiliar permitido:

- (1) Una calculadora no gráfica. No se admite la posibilidad de programación con calculadoras programables. El uso de calculadora gráfica o de la posibilidad de programación de las calculadoras programables puede causar la anulación del examen.
- (2) Hojas de fórmulas (adjuntas).
- (3) Diccionario hebreo-lengua extranjera / lengua extranjera-hebreo.

ד. Instrucciones especiales:

- (1) No copies la pregunta; indica solo su número.
- (2) Inicia cada respuesta a una nueva pregunta en una nueva hoja. Indica en el cuadernillo las etapas de la resolución, aun en el caso en que realices tus cálculos utilizando la calculadora. Explica detalladamente y de forma clara y ordenada, todas tus operaciones, incluidos los cálculos. La falta de detalles puede perjudicar la nota o causar la anulación del examen.
- (3) Como borrador puedes usar las hojas del cuadernillo del examen o las hojas que hayas recibido de los celadores. El uso de otros borradores puede causar la anulación del examen.

¡Buena Suerte!

מתמטיקה

5 יחידות לימוד - שאלון ראשון מ-5 יחידות לימוד

הוראות לנבחן

א. משך הבחינה: שלוש שעות וחצי.

ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה:

בשאלון זה שלושה פרקים.

פרק ראשון

— אלגברה והסתברות — 20×2 — 40 נקודות

פרק שני

— גאומטריה וטריגונומטריה במישור

— 20×1 — 20 נקודות

פרק שלישי — חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי

— 20×2 — 40 נקודות

סה"כ — 100 נקודות

ג. חומר עזר מותר בשימוש:

(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות

התכנות במחשבון הניתן לתכנות. שימוש במחשבון

גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום

לפסילת הבחינה.

(2) דפי נוסחאות (מצורפים).

(3) מילון עברי-לועזי / לועזי-עברי.

ד. הוראות מיוחדות:

(1) אל תעתיק את השאלה; סמן את

מספרה בלבד.

(2) התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את

בי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת

מחשבון. הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים,

בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.

חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת

הבחינה.

(3) לטייטה יש להשתמש במחברת הבחינה או בדפים

שקיבלת מהמשגיחים.

שימוש בטייטה אחרת עלול לגרום לפסילת הבחינה.

בהצלחה!

Preguntas

¡Presta atención! Explica detalladamente y de forma clara y ordenada, todas tus operaciones, incluidos los cálculos. La falta de detalles puede perjudicar la nota o causar la anulación del examen.

Primera parte – Álgebra y Probabilidad (40 puntos)

Responde a dos de las preguntas 1 – 3 (cada pregunta – 20 puntos)

¡Presta atención! Si respondes a más de dos preguntas, solo las dos primeras respuestas de tu cuadernillo serán tenidas en cuenta para la corrección.

1. Dos automóviles partieron al mismo tiempo de la ciudad α a la ciudad β . La distancia entre las dos ciudades es de 300 km.
El primer automóvil viajó a una velocidad superior en 25 km/h a la velocidad del segundo automóvil .
Una hora y media después del momento de la partida de la ciudad α , el primer automóvil aminoró la velocidad a la mitad de la velocidad anterior, y llegó a la ciudad β media hora después que el segundo automóvil.
 α . Halla la velocidad del segundo automóvil si se sabe que su velocidad es superior a los 60 km/h.
 β . Halla cuántas horas transcurrieron desde el momento de la partida de la ciudad α , antes de que el segundo automóvil alcanzara al primero, hasta que la distancia entre ambos automóviles fue de 12.5 km. (Halla las dos posibilidades.)
2. Se da una progresión aritmética a_n que cumple: $a_4 + a_8 + a_{12} + a_{16} = 224$
 α . Halla la suma de los 19 primeros términos de la progresión a_n .
La progresión S_n es la progresión de todas las sumas parciales de la progresión a_n : S_1 , S_2 , S_3 , ...
Se sabe que $S_n = n \cdot a_n$ para todo n natural.
 β . Muestra que la razón de la progresión a_n es 0 .
 γ . Válete de los apartados anteriores y halla a_1 .
Se da la progresión b_n que cumple la regla: $b_{n+1} - b_n = a_n + S_n$ para todo n natural.
 δ . Válete de los apartados anteriores y halla la suma
$$(b_2 - b_1) + (b_3 - b_2) + (b_4 - b_3) + \dots + (b_{20} - b_{19})$$



3. En un examen de ingreso a la universidad 20% de los examinados provenían de los kibutzim.
40% provenían de los moshavim y 40% de las ciudades.
70% de los examinados superaron con éxito el examen.
 $\frac{1}{8}$ de los examinados que provenían de los moshavim reprobaron el examen.
La probabilidad de elegir al azar entre todos los examinados un examinado que provenía de la ciudad y que superó con éxito el examen es 2.5 veces mayor que la probabilidad de elegir al azar, entre todos los examinados, un examinado que provenía del kibutz y también superó con éxito el examen.
- א. Entre los examinados que reprobaron el examen, ¿cuál es la probabilidad de elegir al azar un examinado que no provenía de la ciudad?
- ב. (1) Moshé superó con éxito el examen.
¿Cuál es la probabilidad de que no haya provenido de un moshav?
(2) Cinco examinados superaron con éxito el examen.
¿Cuál es la probabilidad de que por lo menos uno de ellos haya provenido de un moshav?

Segunda parte – Geometría y Trigonometría del plano (20 puntos)

Responde a una de las preguntas 4 – 5 .

¡Presta atención! Si respondes a más de una pregunta, solo la primera respuesta de tu cuadernillo será tomada en cuenta para su corrección.

4. Se da el trapecio ABCE ($AB \parallel EC$)

El punto F está sobre la diagonal BE

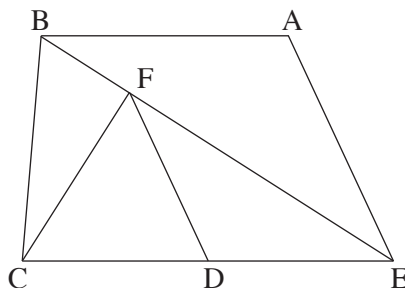
de modo que $CF \perp BE$.

El punto D es el punto medio de la base CE (ver dibujo).

Se sabe que: $\angle CEB = \angle AEB$

$$ED = 3a \quad , \quad EA = 4a$$

- א. Demuestra que $\triangle EAB \sim \triangle EDF$.
- ב. Se sabe que el área del triángulo EAB es S. Expresa por medio de S el área del triángulo CEF.
- ג. La prolongación de DF corta a AB en el punto G .
Expresa por medio de S el área del triángulo BFG .



5. Se da un triángulo isósceles ABC ($AB = AC$).

AE es la altura a la base BC ,

y BT es una mediana al lado AC (ver dibujo).

Se sabe que: $BC = 2k$, $\angle TBC = \alpha$, $\angle ACB = \beta$

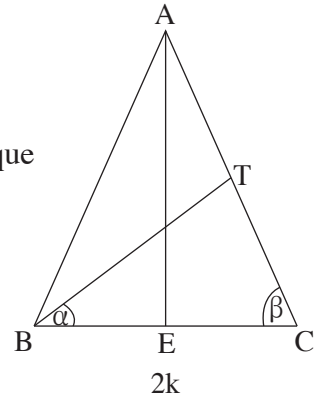
א. (1) Expresa la longitud de TC por medio de k y de β exclusivamente.

(2) Válete del subapartado א(1), y muestra que $\sin(\alpha + \beta) = 4 \sin \alpha \cdot \cos \beta$

ב. Se da también que: $TE = 5 \text{ cm}$, $k = 4 \text{ cm}$.

(1) Halla β .

(2) Halla α .



Tercera parte – Cálculo diferencial e integral de polinomios, de funciones radical, de funciones racionales y de funciones trigonométricas (40 puntos)

Responde a dos de las preguntas 6 - 8 (cada pregunta – 20 puntos).

¡Presta atención! Si respondes a más de dos preguntas, solo las dos primeras respuestas en tu cuadernillo serán tenidas en cuenta para su corrección.

6. Se da la función $f(x) = x^2 - \sin(2x)$ en el intervalo $-\frac{\pi}{2} \leq x \leq 0$.

Responde a los apartados que siguen para el intervalo dado.

א. Halla la mayor pendiente y la menor pendiente del gráfico de la función $f(x)$.

ב. Traza un esbozo del gráfico de la función derivada $f'(x)$.

ג. (1) Halla los intervalos de concavidad hacia arriba $\cup$ y hacia abajo $\cap$ del gráfico de la función $f(x)$.

(2) Traza un esbozo del gráfico de la función $f(x)$.



7. Se da la función $f(x) = \frac{ax^3 + 2ax}{\sqrt{x^4 + 4x^2 + 4}}$.

a es un parámetro mayor que 0 .

א. Halla el dominio de definición de la función $f(x)$.

ב. Determina si la función $f(x)$ es par o impar. Justifica tu respuesta.

ג. El área limitada por el gráfico de la función $f(x)$, por el eje x, y por las rectas $x = 1$ y $x = -1$, vale 4.

Halla el valor de a .

ד. Se da la función $g(x)$ que cumple $f(x) = g'(x)$.

Uno de los puntos de intersección de los gráficos de las funciones $f(x)$ y $g(x)$ es un punto en el que $x = 0$.

(1) Muestra que la función $g(x)$ cumple: $g(x) = 2x^2$.

(2) Halla el intervalo en el que se cumple que $f(x) > g(x)$.



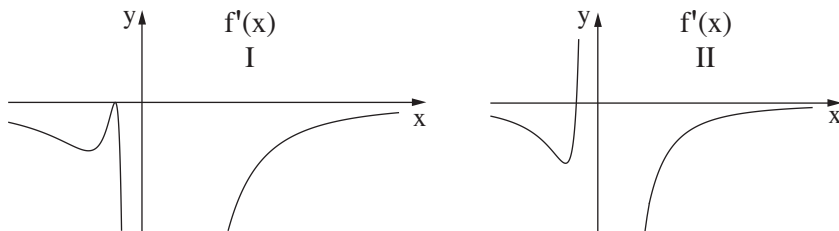
8. Se da la función $f(x) = a + \frac{1}{x}k^n$, $x \neq 0$.

n es un número natural mayor que 1.

א. Halla las asíntotas de la función $f(x)$ perpendiculares a los ejes.

ב. Muestra que para n impar $f'(x) \leq 0$ para todo $x \neq 0$.

A continuación se hallan dos gráficos I y II. (En los gráficos se exhiben los puntos de extremo.)



Uno de los gráficos representa el esbozo de la función derivada $f'(x)$ para n par, y el otro gráfico representa el esbozo de la función derivada $f'(x)$ para n impar.

Válete de los gráficos I y II, y responde a los apartados א, ב, ג, and ד.

א. Para n impar:

- (1) Halla cuántos puntos de extremo (si lo hubiere) tiene la función $f(x)$. Justifica tu respuesta.
- (2) Halla cuántos puntos de inflexión tiene la función $f(x)$. Justifica tu respuesta.

ב. Para n par:

- (1) Halla cuántos puntos de extremo (si los hubiere) tiene la función $f(x)$. Justifica tu respuesta.
- (2) Halla cuántos puntos de inflexión tiene la función $f(x)$. Justifica tu respuesta.
- (3) Traza un esbozo del gráfico de la función $f(x)$.

ג. Se dan las funciones: $g(x) = a + \frac{1}{x}k^3$, $h(x) = a + \frac{1}{x}k^4$.

¿Cuál es el signo del producto $g''(x) \cdot h''(x)$ para $x > 0$?

Justifica tu respuesta.

¡Buena Suerte!

בהצלחה!