

**Компьютеры  
в соответствии с программой реформы  
"значимое обучение"**

**מדעי המחשב  
על פי תכנית הרפורמה  
ללמידה משמעותית**

**Указания экзаменуемым**

**הוראות לנבחן**

а. Продолжительность экзамена: три часа.

א. משך הבחינה: שלוש שעות.

б. Строение вопросника и ключ к оценке:

ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה:

в этом вопроснике три раздела.

בשאלון זה שלושה פרקים.

Раздел первый: в этом разделе три вопроса, отвечайте согласно указаниям этого раздела

פרק ראשון – בפרק זה שלוש שאלות, ענה על פי ההוראות בפרק.

(1 × 10) + (1 × 15) – 25 баллов

— (10×1) + (15×1) 25 נקודות

Раздел второй: в этом разделе три вопроса, вы должны ответить на два из них (2 × 25) – 50 баллов

פרק שני – בפרק זה שלוש שאלות, ומהן עליך לענות על שתיים.

Раздел третий: в этом разделе вопросы из четырех различных курсов. Вы должны ответить на один вопрос курса, который вы изучали.

— (25×2) 50 נקודות  
פרק שלישי – בפרק זה שאלות בארבעה מסלולים שונים. ענה על שאלה אחת במסלול שלמדת.

(1 × 25) – 25 баллов

— (25×1) 25 נקודות

Всего – 100 баллов

סה"כ – 100 נקודות

в. Разрешенный вспомогательный материал:

ג. חומר עזר מותר בשימוש:

любой вспомогательный материал, за исключением компьютера с возможностью программирования.

כל חומר עזר, חוץ ממחשב הניתן לתכנות.

г. Особые указания:

ד. הוראות מיוחדות:

1. Все программы, которые вы должны написать на языке программирования в первом разделе, следует писать только на одном языке – Java или C# .

1. את כל התכניות שאתה נדרש לכתוב בשפת מחשב בפרק הראשון כתוב בשפה אחת בלבד – Java או C# .

2. На внешней обложке тетради укажите язык программирования, который вы используете: Java или C# .

2. רשום על הכריכה החיצונית של המחברת באיזו שפה אתה כותב – Java או C# .

3. На внешней обложке тетради укажите название курса, который вы изучали, одного из четырех следующих курсов: "Компьютерные системы и ассемблер", "Введение в исследование операций", "Вычислительные модели", "Объектно-ориентированное программирование".

3. רשום על הכריכה החיצונית של המחברת את שם המסלול שלמדת, המסלול הוא אחד מארבעת המסלולים האלה: מערכות מחשב ואסמבלי, מבוא לחקר ביצועים, מודלים חישוביים, תכנות מונחה עצמים.

Примечание: в программах, которые вы должны написать, за использование большой буквы вместо маленькой или наоборот баллы сниматься не будут.

הערה: בתכניות שאתה כותב לא יורדו לך נקודות, אם תכתוב אות גדולה במקום אות קטנה או להפך.

כתוב במחברת הבחינה בלבד, בעמודים נפרדים, כל מה שברצונך לכתוב ב**סיוטה** (ראשי פרקים, חישובים וכדומה). רשום "סיוטה" בראש כל עמוד טיוטה. רישום טיוטות לשהן על דפים מחוץ למחברת הבחינה עלול לגרום לפסילת הבחינה!

Все черновые записи (тезисы, вычисления и т.п.) делайте только на отдельных страницах экзаменационной тетради. Напишите слово «черновик» в начале каждой страницы, отведенной вами под черновик. Выполнение любых черновых записей на листах, не относящихся к экзаменационной тетради, может привести к тому, что экзамен будет аннулирован!

**Желаем успеха!**

**בהצלחה!**

## В о п р о с ы

В данном вопроснике три раздела.

Вы должны ответить на вопросы трех этих разделов, согласно инструкциям каждого раздела.

### РАЗДЕЛ ПЕРВЫЙ (25 баллов)

Указание: в каждом вопросе, в котором требуется ввод, нет необходимости проверять корректность ввода.

Для решающих на языке Java: в каждом вопросе, в котором требуется ввод, предположите, что в программе написана команда:

Scanner input = new Scanner (System.in);

Ответьте на вопрос 1 – обязательный (10 баллов).

1. Дан класс Ученик – **Student** с двумя атрибутами:

имя ученика – name типа строка

и одномерный массив [מערך תד-ממדי] arrTest целого типа из 3 элементов.

В каждом элементе массива хранится оценка ученика за определенный экзамен.

Напишите на языке Java или C# метод в классе **Student**, который вернет среднюю оценку ученика за три экзамена.

Примечание: нет необходимости проверять корректность данных в массиве [תקינות הנתונים במערך].

Ответьте на один из вопросов 2-3 (15 баллов).

2. Дан класс Актер – **Actor** с тремя атрибутами:
- номер удостоверения личности – `id`, типа строка,
  - пол актера – `gender`, типа строка ("F" обозначает женский пол, "M" обозначает мужской пол)
  - число фильмов, в которых снимался актер – `numFilms`, целого типа.
- Перед вами интерфейс класса **Actor** на языках Java и C# .

| Заголовок метода на Java                                          | Описание метода                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |
|-------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <code>public Actor(String id, String gender, int numFilms)</code> | Конструктор класса, создающий актера с номером удостоверения личности <code>id</code> , полом <code>gender</code> и число фильмов, в которых он снимался <code>numFilms</code> .                                                                                                                                                                                                                                    |
| <code>public void addFilm()</code>                                | Метод добавляет 1 к числу фильмов, в которых снимался актер.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |
| <code>public int compare(Actor other)</code>                      | Метод, возвращающий:<br>1 – если число фильмов, в которых снимался данный актер, больше числа фильмов, в которых снимался актер <code>other</code> .<br>2 – если число фильмов, в которых снимался данный актер, меньше числа фильмов, в которых снимался актер <code>other</code> .<br>3 – если число фильмов, в которых снимался данный актер, равно числу фильмов, в которых снимался актер <code>other</code> . |

**Обратите внимание:** продолжение вопроса на следующей странице.

| Заголовок метода на C#                               | Описание метода                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           |
|------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| public Actor(string id, string gender, int numFilms) | Конструктор класса, создающий актера с номером удостоверения личности id, полом gender и число фильмов, в которых он снимался numFilms.                                                                                                                                                                                                                                   |
| public void AddFilm()                                | Метод добавляет 1 к числу фильмов, в которых снимался актер.                                                                                                                                                                                                                                                                                                              |
| public int Compare(Actor other)                      | Метод, возвращающий:<br>1 – если число фильмов, в которых снимался данный актер, больше числа фильмов, в которых снимался актер other.<br>2 – если число фильмов, в которых снимался данный актер, меньше числа фильмов, в которых снимался актер other.<br>3 – если число фильмов, в которых снимался данный актер, равно числу фильмов, в которых снимался актер other. |

Считайте, что для каждого атрибута определены методы set и get на языке Java и методы Set и Get на языке C# .

(א) Реализуйте [ממש] конструктор класса **Actor**.

На языке Java конструктор

```
public Actor(String id, String gender, int numFilms)
```

На языке C# конструктор

```
public Actor(string id, string gender, int numFilms)
```

(ב) Реализуйте на языке Java метод compare или на языке C# метод Compare.

(ג) В главном методе класса Program определен одномерный массив [מערך חד-ממדי] actArr типа **Actor**, длиной 37 (из 37 элементов).

Напишите на языке Java или C# метод в классе Program, который получит массив типа **Actor** и целое число num, большее, чем 0.

Метод выведет на экран [תדפיס] число актеров в массиве, которые снимались больше чем в num фильмах.

/продолжение на странице 5/

3. Дан класс Телепрограмма – **TvProgram** с тремя атрибутами:
- код программы – code, целого типа
  - день недели, когда программа выходит в эфир – day, целого типа, принимающий значения от 1 до 7 (включительно)
  - является ли программа спортивной – isSport, булевого типа, со значением true, если программа посвящена спорту, иначе – false.

Считайте, что для каждого атрибута определены методы определены методы set и get на языке Java и методы Set и Get на языке C# .

- (κ) Напишите на языке Java или C# конструктор класса **TvProgram**, принимающий значения для каждого из атрибутов.

- (ג) Дан класс "Теленеделя" – **TvWeek** с двумя атрибутами:
- одномерный массив arrProg длиной 100 типа **TvProgram**
  - нынешнее число программ в течение недели – current, целого типа, значение которого меньше длины массива.

Считайте, что для каждого атрибута определены методы определены методы set и get на языке Java и методы Set и Get на языке C# .

- (1) Напишите на языке Java или C# заголовок класса **TvWeek** и его атрибуты.
- (2) Напишите на языке Java или C# в классе **TvWeek** метод, который получит программу **TvProgram**, добавит эту программу к программам данной недели и обновит значение нынешнего числа программ в течение недели.  
Считайте, что есть место для добавления программы.
- (3) Напишите на языке Java или C# в классе **TvWeek** метод, который вернет число спортивных программ, показываемых по телевизору в течение недели.

## РАЗДЕЛ ВТОРОЙ (50 баллов)

**Внимание:** во всех вопросах, где требуется реализация [מימוש], разрешается пользоваться методами классов Список, Очередь, Стек, Двоичное дерево и Звено [רשימה, תור, מחסנית, עץ בינרי וחוליה], не реализуя их. Если вы используете дополнительные методы, вы должны их реализовать [למשש אותם].

Ответьте на два из вопросов 4-6 (за каждый вопрос – 25 баллов)

4. Перед вами класс Кольцо – **Ring** с двумя атрибутами [תכונות]:

- размер кольца типа строка ("S" – маленькое кольцо, "L" – большое кольцо);
- целое число, обозначающее цвет кольца.

**Java**

```
public class Ring
{
    private String size; //размер кольца
    private int color; //цвет кольца
    public Ring()
    {
        this.size = "L";
        this.color = 0;
    }
    public Ring(String str, int c)
    {
        this.size = str;
        this.color = c;
    }
    public String getSize()
    {
        return this.size;
    }
    public int getColor()
    {
        return this.color;
    }
}
```

**C#**

```
public class Ring
{
    private string size; //размер кольца
    private int color; //цвет кольца
    public Ring()
    {
        this.size = "L";
        this.color = 0;
    }
    public Ring(string str, int c)
    {
        this.size = str;
        this.color = c;
    }
    public string GetSize()
    {
        return this.size;
    }
    public int GetColor()
    {
        return this.color;
    }
}
```

*/продолжение на странице 7/*

Перед вами интерфейс класса Шест – **Pole**.

| Java                     | C#                      | Метод                                                                                                                         |
|--------------------------|-------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| public Pole()            | public Pole()           | Метод, создающий пустой шест.<br>Временная сложность [סיבוכיות זמן הריצה] метода $O(1)$                                       |
| public void add(Ring r)  | public void Add(Ring r) | Метод, надевающий кольцо r на вершину шеста.<br>Временная сложность метода $O(1)$                                             |
| public Ring remove()     | public Ring Remove()    | Метод, возвращающий верхнее кольцо шеста.<br>Метод также убирает верхнее кольцо с шеста.<br>Временная сложность метода $O(1)$ |
| public boolean isEmpty() | public bool IsEmpty()   | Если шест пустой, метод возвращает true. Иначе - метод возвращает false.<br>Временная сложность метода $O(1)$                 |
| public void sort()       | public void Sort()      | Метод, сортирующий кольца на шесте так: большие кольца располагаются на шесте внизу, а маленькие кольца над ними.             |

(א) Реализуйте [ממש] в классе **Pole** метод sort() на языке Java или метод Sort() на языке C# .

Можно использовать остальные методы класса **Pole**, не реализуя их.  
В вашем ответе можно использовать только методы классов **Pole** и **Ring**.

(ב) Какова временная сложность [סיבוכיות זמן הריצה] метода, реализованного вами в пункте (א)? Обоснуйте ваш ответ.

/продолжение на странице 8/

5. **Обратите внимание:** у этого вопроса два варианта:  
один вариант на языке Java на стр. 8-9  
и другой вариант на языке C# на стр. 10-11.  
Выберите вариант языка, который вы изучали.

Для решающих на языке Java:

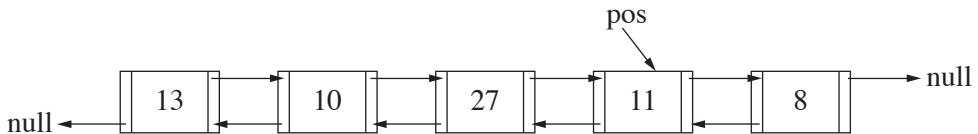
Определим **двунаправленный список** как упорядоченный набор [אוסף סדור] звеньев типа `BinNode<Integer>`, связанных следующим образом:

для каждой пары звеньев `p1`, `p2` в списке, если соблюдается условие `p1.getRight() == p2`, то соблюдается также `p2.getLeft() == p1`.

В **двунаправленном списке** есть как минимум два звена.

Иными словами: каждое звено списка – кроме правого крайнего и левого крайнего звена – указывает на предыдущее звено и на последующее звено.

Перед вами пример **двунаправленного списка** и переменной `pos` типа `BinNode<Integer>`, указывающей на некоторое звено в двунаправленном списке.



Метод `firstLeft` получает указатель `pos` типа `BinNode<Integer>`, не равный `null`, указывающий на некоторое звено в двунаправленном списке. Метод возвращает крайнее левое звено в данном списке.

Метод `firstRight` получает указатель `pos` типа `BinNode<Integer>`, не равный `null`, указывающий на некоторое звено в двунаправленном списке.

Метод возвращает крайнее правое звено в данном списке.

(x) Перед вами скелет метода `firstLeft`.

Скопируйте его в вашу тетрадь и дополните так, чтобы метод выполнял требуемое действие.

```
public static BinNode<Integer> firstLeft(BinNode<Integer> pos)
```

```
{
    while ( _____ )
        pos = _____ ;
    return _____ ;
}
```

*/продолжение на странице 9/*

- (ב) Перед вами метод `what(BinNode<Integer> pos)`, получающий указатель на некоторое звено в **двунаправленном списке** и возвращающий булево значение [ערך בוליאני]. **Двунаправленный список** содержит как минимум 3 звена.

- (1) Проследите за выполнением данного метода для переменной `pos` и двунаправленного списка, приведенных в начале вопроса.

Трассировка [מעקב] должна отображать двунаправленный список и значения переменных `pos`, `left`, `right`, `sum`.

```
public static boolean what(BinNode<Integer> pos)
{
    BinNode<Integer> left = firstLeft(pos);
    BinNode<Integer> right = firstRight(pos);

    int sum = left.getValue() + right.getValue();
    left = left.getRight();
    right = right.getLeft();

    while ((left != right) && (left.getRight() != right) &&
           (left.getValue() + right.getValue() == sum))
    {
        left = left.getRight();
        right = right.getLeft();
    }
    if (left == right)
        return right.getValue() == sum;

    if (left.getRight() == right)
        return left.getValue() + right.getValue() == sum;
    return false;
}
```

- (2) Определите, можно ли заменить три последние строки метода – строки, заключенные в рамку – следующей командой:

```
return left.getValue() + right.getValue() == sum;
```

Обоснуйте ваш ответ.

*/продолжение на странице 10/*

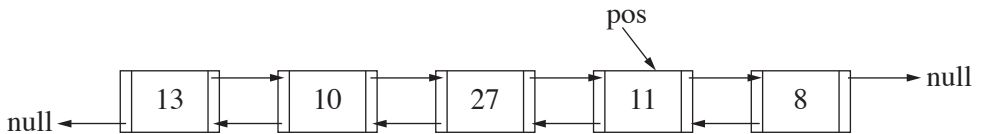
Для решающих на языке C#

Определим **двунаправленный список** как упорядоченный набор [אוסף סדור] звеньев типа `BinNode<int>`, связанных следующим образом: для каждой пары звеньев `p1`, `p2` в списке, если соблюдается условие `p1.GetRight() == p2`, то соблюдается также `p2.GetLeft() == p1`.

В **двунаправленном списке** есть как минимум два звена.

Иными словами: каждое звено списка – кроме правого крайнего и левого крайнего звена – указывает на предыдущее звено и на последующее звено.

Перед вами пример **двунаправленного списка** и переменной `pos` типа `BinNode<int>`, указывающей на некоторое звено в двунаправленном списке.



Метод `FirstLeft` получает указатель `pos` типа `BinNode<int>`, не равный `null`, указывающий на некоторое звено в двунаправленном списке. Метод возвращает крайнее левое звено в данном списке.

Метод `FirstRight` получает указатель `pos` типа `BinNode<int>`, не равный `null`, указывающий на некоторое звено в двунаправленном списке.

Метод возвращает крайнее правое звено в данном списке.

(x) Перед вами скелет метода `FirstLeft`.

Скопируйте его в вашу тетрадь и дополните так, чтобы метод выполнял требуемое действие.

```
public static BinNode<int> FirstLeft(BinNode<int> pos)
```

```
{
    while ( _____ )
        pos = _____ ;
    return _____ ;
}
```

(ב) Перед вами метод `What(BinNode<int> pos)`, получающий указатель на некоторое звено в **двунаправленном списке** и возвращающий булево значение [ערך בוליאני]. **Двунаправленный список** содержит как минимум 3 звена.

(1) Проследите за выполнением данного метода для переменной `pos` и двунаправленного списка, приведенных в начале вопроса.  
Трассировка [מעקב] должна отображать двунаправленный список и значения переменных `pos`, `left`, `right`, `sum`.

```
public static bool What(BinNode<int> pos)
{
    BinNode<int> left = FirstLeft(pos);
    BinNode<int> right = FirstRight(pos);

    int sum = left.GetValue() + right.GetValue();
    left = left.GetRight();
    right = right.GetLeft();

    while ((left != right) && (left.GetRight() != right) &&
           (left.GetValue() + right.GetValue() == sum))
    {
        left = left.GetRight();
        right = right.GetLeft();
    }
    if (left == right)
        return right.GetValue() == sum;

    if (left.GetRight() == right)
        return left.GetValue() + right.GetValue() == sum;
    return false;
}
```

(2) Определите, можно ли заменить три последние строки метода - строки, взятые в рамку – следующей командой:

```
return left.GetValue() + right.GetValue() == sum;
```

Обоснуйте ваш ответ.

*/продолжение на странице 12/*

6. **Дерево чисел** – это непустое двоичное дерево [עץ בינארי] целого типа, значения вершин которого это целые числа большие, чем 0, и отличные друг от друга.

Для **дерева чисел** определен метод "Маршрут по возрастанию". Метод возвращает true, если в дереве существует такой маршрут с началом в корне дерева и концом в одном из его листьев, в котором значения вершин отсортированы по возрастанию от корня к листу.

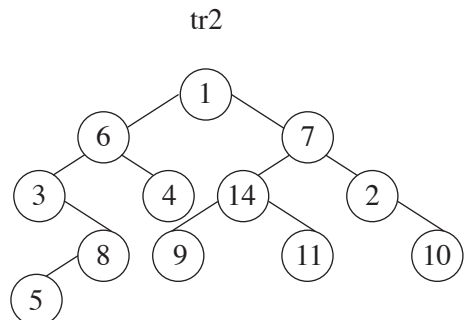
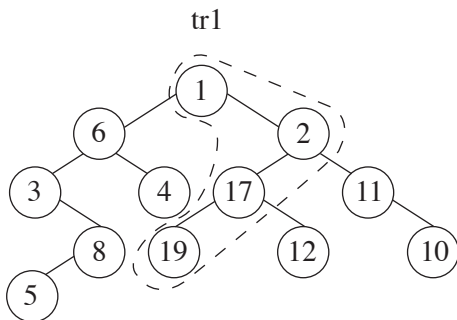
Если такого маршрута в дереве нет, метод возвращает false.

Например:

Для **дерева чисел** tr1 метод "Маршрут по возрастанию" вернет true .

Маршрут обозначен пунктирной линией.

Для **дерева чисел** tr2 метод "Маршрут по возрастанию" вернет false .



Реализуйте на языке Java или C# метод "Маршрут по возрастанию"

для **дерева чисел** tr .

Заголовок метода на Java: `public static boolean upPath(BinNode<Integer> tr)`

Заголовок метода на C#: `public static bool UpPath(BinNode<int> tr)`

### РАЗДЕЛ ТРЕТИЙ (25 баллов)

В данном разделе вопросы четырёх разных курсов:

- Компьютерные системы и ассемблер [מערכות מחשב ואסמבלי], стр. 13-16.
- Введение в исследование операций [מבוא לחקר ביצועים], стр. 17-20.
- Вычислительные модели [מודלים חישוביים], стр. 21.
- Объектно-ориентированное программирование [תכנות מונחה עצמים] на языке Java, стр. 22-26; объектно-ориентированное программирование на языке C#, стр. 27-31.

Ответьте только на вопросы того курса, который вы изучали.

#### Компьютерные системы и Ассемблер [מערכות מחשב ואסמבלי]

Если вы изучали этот курс, ответьте на один из вопросов 7-8 (25 баллов).

7. В данном вопросе два не связанных между собой пункта (א)-(ב). Ответьте на вопросы обоих этих пунктов.

(א) Напишите на Ассемблере фрагмент [קטע] программы для кодировки символа [הצפנת תנו].

Символ определен во фрагменте данных [מקטע הנתונים] следующим образом:

TAV      DB      ?

Кодировка выполняется так:

Подсчитывается число включенных битов [סיביות דלוקות] в символе.

Если это число четное, производится круговой сдвиг [הזזה מעגלית]

битов символа вправо столько раз, сколько включенных битов было в символе.

Если число нечетное, производится круговой сдвиг битов символа влево столько раз, сколько включенных битов было в символе.

(ב) Нет связи с пунктом (א).

Для каждого из приведенных ниже утверждений (1)-(6) определите, верно оно или нет. Если утверждение неверно, поясните почему.

(1) Перед вами фрагмент [קטע] программы на Ассемблере.

```
MOV     AX, 8
MOV     BX, 2
DIV     BX
```

По окончании выполнения данного фрагмента регистр [אוגר] AX обязательно будет содержать 4.

**Обратите внимание:** продолжение пункта вопроса на следующей странице.  
*/продолжение на странице 14/*

(2) Перед вами фрагмент программы на Ассемблере.

```
MOV    AL , 56
ADD    AL , 200
JZ     STOP
INC    AL
```

STOP:

По окончании выполнения данного фрагмента регистр AX будет содержать 1.

(3) Перед вами фрагмент программы на Ассемблере.

```
ARRAY  DW 1, 2, 3, 4
MOV    BX , ARRAY
ADD    BX , 2
MOV    AX , [BX]
```

По окончании выполнения данного фрагмента регистр AX будет содержать 3.

(4) Перед вами фрагмент программы на Ассемблере.

```
MOV    CX , 3
MOV    AX , 1
```

DO:

```
SHL    AX , 1
LOOP   DO
```

По окончании выполнения данного фрагмента регистр AX будет содержать 8.

(5) Перед вами фрагмент программы на Ассемблере.

```
MOV    AX , 11000001B
MOV    BX , 01000001B
```

Число, содержащееся в AX , обязательно больше числа, содержащегося в BX.

(6) Перед вами команда:

```
OR    AL , 3
```

После выполнения данной команды значение в AL всегда нечетное.

*/продолжение на странице 15/*

8. В данном вопросе два не связанных между собой пункта (א)-(ב). Ответьте на вопросы обоих этих пунктов.

(א) Во фрагменте данных [מקטע הנתונים] определены следующие данные:

VEC1 DB 45H , 26H , 32H , 82H

VEC2 DB 4 DUP(0)

Перед вами фрагмент [קטע] программы на Ассемблере.

```
START:    MOV  CL , 4
          XOR  CH , CH
          XOR  SI , SI
NEXT:     PUSH CX
          MOV  AL , VEC1[SI]
          MOV  AH , AL
          AND  AL , 0FH
          MOV  CL , 4
          SHR  AH , CL
          MUL  AH    ;(*)
          MOV  VEC2[SI] , AL
          INC  SI
          POP  CX
          LOOP NEXT
SOF:      NOP
```

- (1) Проследите с помощью таблицы трассировки [טבלת מעקב] за выполнением данного фрагмента и начертите VEC2 по окончании выполнения.

Таблица трассировки должна содержать столбец для каждого из регистров [אוגרים] AL , AH , CL , CH , SI .

Начертите стек [מחסנית] на каждом этапе.

- (2) Что выполняет данный фрагмент программы?
- (3) В данном фрагменте программы вместо команды, обозначенной (\*), написали команду: IMUL AH  
Изменится ли выполнение данного фрагмента программы?  
Обоснуйте ваш ответ.

**Обратите внимание: пункт (ב) этого вопроса на следующей странице**  
*/продолжение на странице 16/*

(ב) В регистре [אוגר] AL хранится число 2, а в регистре BL хранится число 5. Требуется сохранить в регистре DX сумму чисел от AL до BL (включительно).

Перед вами три фрагмента [קטעים] i-iii на Ассемблере.

Проследите с помощью таблицы трассировки [טבלת מעקב]

за выполнением каждого из данных фрагментов и определите, выполняет ли он требуемое действие.

```
i          MOV    DX , 0
           MOV    AH , 0
           MOV    CL , AL
           SUB    CL , BL
AGAIN:     ADD    DX , AX
           INC    AL
           LOOPE  AGAIN
           NOP
```

```
ii         XOR    DX , DX
           MOV    BH , 0
AGAIN:     ADD    DX , BX
           DEC    BL
           CMP    BL , AL
           JGE    AGAIN
           NOP
```

```
iii        XOR    DX , DX
           XOR    AX , AX
           MOV    BX , 0
AGAIN:     ADD    DX , AX
           ADD    AX , 1
           CMP    AX , BX
           JL     AGAIN
           NOP
```

**Введение в исследование операций [מבוא לחקר ביצועים]**

Если вы изучали этот курс, ответьте на один из вопросов 9-10 (25 баллов).

9. Дана задача линейного программирования:

$$\max \{z = (2 + 2k)x_1 + 2x_2\}$$

при следующих ограничениях:

$$(1) \quad 2x_1 + x_2 \leq 10$$

$$(2) \quad x_1 + x_2 \leq 6$$

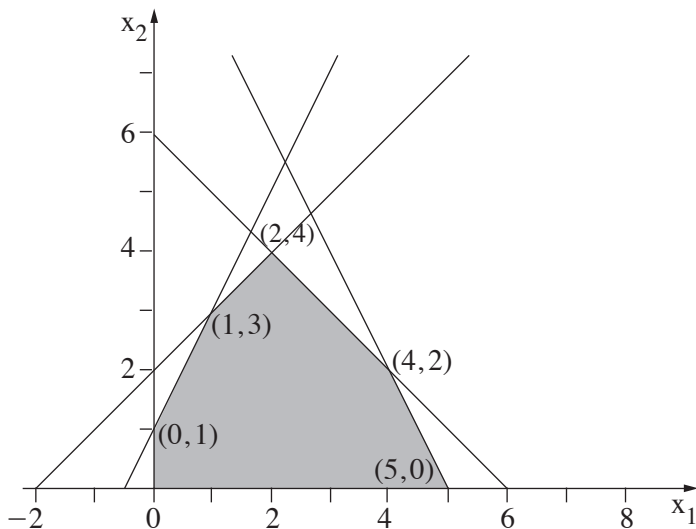
$$(3) \quad -x_1 + x_2 \leq 2$$

$$(4) \quad -2x_1 + x_2 \leq 1$$

$$x_1 \geq 0$$

$$x_2 \geq 0$$

Перед вами чертеж области возможных решений данной задачи.



**Обратите внимание: пункты вопроса на следующей странице.**

Все пункты (κ)-(τ) относятся к данной задаче линейного программирования.

Пункты не связаны друг с другом. Ответьте на вопросы всех пунктов.

(κ) Перед вами два **не связанных друг с другом** подпункта (1)-(2).

В каждом из них дано определенное значение параметра  $k$ .

(1)  $k = -1$

(2)  $k = -3$

Для каждого из подпунктов (1)-(2) даны четыре утверждения i-iv:

i Существует единственное оптимальное решение.

ii Существует бесконечное множество оптимальных решений.

iii Оптимальное решение не ограничено [לא חסום].

iv Оптимального решения нет.

Для каждого из подпунктов только одно из утверждений i-iv верно.

Для каждого из подпунктов (1)-(2) определите, какое из утверждений верно, скопируйте его в вашу тетрадь и обоснуйте свой выбор.

- Если вы считаете, что верно утверждение i, вы должны найти единственное оптимальное решение для этого подпункта, а также значение целевой функции для найденного решения.
- Если вы считаете, что верно утверждение ii, вы должны найти общее оптимальное решение [הפתרון האופטימלי הכללי] для этой задачи, а также значение целевой функции в области оптимальных решений.

(ב) Для каких значений  $k$  оптимальное решение задачи линейного программирования, данной в начале вопроса – это  $(2, 4)$ ? Обоснуйте свой ответ.

(ג) В задаче линейного программирования, данной в начале вопроса, отменяют ограничение  $x_1 \geq 0$ , то есть  $-\infty \leq x_1 \leq \infty$ .

Существует ли значение  $k$ , для которого оптимальное решение будет не ограничено [לא חסום]? Обоснуйте свой ответ.

(ד) В задаче линейного программирования, данной в начале вопроса, вместо ограничения  $x_2 \geq 0$  дано ограничение  $x_2 \geq 4$ .

Существует ли оптимальное решение у задачи после изменения ограничения? Если существует, запишите его. Если нет, объясните, почему оптимального решения нет.

10. В данном вопросе три не связанных между собой пункта, (א)-(ג).

Ответьте на вопросы этих трех пунктов.

(א)  $G = (V, E)$  – **ориентированный** граф [גרף מכוון], представленный матрицей смежностей [מטריצת סמיכויות]:

|   | a | b | c | d | e |
|---|---|---|---|---|---|
| a | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 |
| b | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| c | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| d | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 |
| e | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 |

- (1) Начертите граф  $G$ , представленный данной матрицей.
  - (2) Найдите компоненты сильной связности [רכיבי הקשירות החזקה] (Strong Connected Components – [רק"חים]) в данном графе. Для каждого найденного компонента запишите множество его вершин.
  - (3) Найдите в этом графе цикл [מעגל] минимальной длины, содержащий четное число ребер, и начертите его в вашей тетради.
  - (4) Каково минимальное число ребер, которые необходимо добавить в данный граф, чтобы он содержал единственный компонент сильной связности? Какое ребро (или какие ребра) требуется добавить?
- (ב) В приведенной таблице дана часть возможного базового решения транспортной задачи [בעיית תובלה]:  $x_{11} = 10$ .

| Пункты<br>отправле-<br>ния | Пункты назначения                                                                                                                                                                  |    |    |    | Предло-<br>жение |
|----------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|----|----|------------------|
|                            | 1                                                                                                                                                                                  | 2  | 3  | 4  |                  |
| 1                          | 20<br><div style="border: 1px solid black; border-radius: 50%; width: 40px; height: 40px; display: flex; align-items: center; justify-content: center; margin: 5px auto;">10</div> | 20 | 30 | 21 | 20               |
| 2                          | 22                                                                                                                                                                                 | 17 | 29 | 30 | 30               |
| 3                          | 10                                                                                                                                                                                 | 24 | 26 | 38 | 10               |
| <b>Спрос</b>               | 10                                                                                                                                                                                 | 20 | 20 | 10 |                  |

- (1) Перепишите эту таблицу в тетрадь и дополните в ней возможное базовое решение в соответствии с методом северо-западного угла.
- (2) Цену в ячейке (3, 1) меняют с 10 на 20. Изменится ли возможное базовое решение найденное вами для подпункта (1)? Обоснуйте.

**Обратите внимание: пункт (ג) этого вопроса на следующей странице.**

/продолжение на странице 20/

- (ג) В приведенной таблице дано возможное базовое решение транспортной задачи и дано значение  $u_3$ .

| Пункты<br>отправле-<br>ния | Пункты назначения |         |         | Предло-<br>жение | $u_i$ |
|----------------------------|-------------------|---------|---------|------------------|-------|
|                            | 1                 | 2       | 3       |                  |       |
| 1                          | 10                | 8       | 3<br>10 | 10               |       |
| 2                          | 12                | 15      | 9<br>3  | 3                |       |
| 3                          | 2<br>20           | 7<br>40 | 1<br>30 | 90               | 0     |
| <b>Спрос</b>               | 20                | 40      | 43      |                  |       |
| $v_j$                      |                   |         |         |                  |       |

- (1) Перепишите эту таблицу в тетрадь и дополните в ней значения  $u_1, u_2, v_1, v_2, v_3$ .
- (2) Объясните, почему данное решение не является оптимальным.

# **Вычислительные модели [מודלים חישוביים]**

Если вы изучали этот курс, ответьте на один из вопросов 11-12 (25 баллов).

11. Перед вами регулярные языки  $L_1$  и  $L_2$  :

$$L_1 = \{a^{2n} \mid n \geq 0\} \text{ над алфавитом } \{a\}$$

$$L_2 = \{b^{2n+1} \mid n \geq 0\} \text{ над алфавитом } \{b\}$$

Дан язык  $L$  над алфавитом  $\{a, b\}$ .

$$L = \{a^n b^k \mid n \geq 0, k \geq 0, n \text{ четное и } k \text{ нечетное или } n \text{ нечетное и } k \text{ четное}\}$$

(א) Докажите, что язык  $L$  является регулярным. В доказательстве пользуйтесь только языками  $L_1$  и  $L_2$  и свойствами замкнутости [תכונות סגירות].

(ב) Постройте недетерминированный конечный автомат, принимающий язык  $L$ .

12. Дан метод, написанный на языках Java и C#.

Метод получает три целых числа, больших, чем 0.

**Java**

```
public static int foo(int x , int y , int z)
{
    if ((x % 3) == 0) return x;
    if ((x % 3) == 1) return y;
    return z;
}
```

**C#**

```
public static int Foo(int x , int y , int z)
{
    if ((x % 3) == 0) return x;
    if ((x % 3) == 1) return y;
    return z;
}
```

Запишите машину Тьюринга, которая реализует данный метод.

Ввод [קלט] машины – это три числа  $x, y, z$ , которые получает данный метод. Ввод записан в начале ленты. Каждое число записано в унарной форме. Числа отделены друг от друга символом #.

Например, если метод получает 2 для  $x$ , 3 для  $y$  и 1 для  $z$ , то лента будет выглядеть так:

|   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |       |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|-------|
| ⊢ | 1 | 1 | # | 1 | 1 | 1 | # | 1 | △ | △ | △ | ..... |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|-------|

↑  
пишущая/читающая головка

Вывод [פלט] – это значение, возвращаемое методом. Вывод будет записан на ленту в некотором месте в виде унарного значения между двумя символами \$.

/продолжение на странице 22/

**Объектно-ориентированное программирование [תכנות מונחה עצמים]**

Если вы изучали этот курс и пишете на языке Java, ответьте на один из вопросов 13-14 (25 баллов).

13. В данном вопросе два не связанных между собой пункта (א)-(ב).

Ответьте на вопросы обоих пунктов.

(א) Даны пять классов B, X, Y, Z, Run. Приведенные ниже подпункты (1)-(4) относятся к этим классам. Подпункты не связаны друг с другом. Ответьте на вопросы всех подпунктов.

(1) В каждом из классов B, X, Y, Z

определен метод `public void foo() {}`

и в классе Run определен метод `public void bar(Object g) {g.foo(); }`

Будет ли получена ошибка компиляции [הידור]?

Если да, объясните почему.

(2) Считайте, что классы X, Y, Z наследуют класс B.

В каждом из классов X, Y, Z определен метод `public void foo() {}`

и в классе Run определен метод `public void bar(B g) {g.foo(); }`

Будет ли получена ошибка компиляции? Если да, объясните почему.

(3) Считайте, что классы X, Y, Z наследуют класс B.

В каждом из классов B, X, Y, Z

определен метод `public void foo() {}`

и в классе Run определен метод `public void bar(B g) {g.foo(); }`

Будет ли получена ошибка компиляции? Если да, объясните почему.

(4) Считайте, что классы X, Y, Z наследуют класс B.

В каждом из классов B, X, Y, Z

определен метод `public void foo() {}`

и в классе Run определен метод `public void bar(Object g) {g.foo(); }`

Будет ли получена ошибка компиляции? Если да, объясните почему.

*/продолжение на странице 23/*

(ב) Нет связи с пунктом (א).

Перед вами класс **Singer**, который наследует класс **Artist**, а также интерфейс **IPerform**, реализуемый классом **Singer**.

```
interface IPerform
{
    void act();
    int train();
}

public class Singer extends Artist implements IPerform
{
    private int hits;
    public Singer(String name, double sal)
    {
        super(sal, name);
        this.hits = 5;
    }
    public Singer(double sal, int hits)
    {
        super(sal, "Singer Name");
        this.hits = hits;
    }
    public Singer(int hits)
    {
        super(6532.6, "Some", "One");
        this.hits = hits;
    }
    public double value() {return this.hits * this.price();}
    public int getNum()   {return Artist.num; }
    public double calc(double d)   {return d * super.calc(10.2); }
    public void print()           {super.print(); System.out.println("Singer");}
    public void act()             {System.out.println("I am singing"); }
}
```

Напишите на языке Java заголовок класса **Artist**, а также его атрибуты [מספר] и заголовки методов, требуемых данным классом **Singer** и интерфейсом **IPerform**. Нет необходимости реализовывать методы класса **Artist**. Нельзя изменять класс **Singer** и интерфейс **IPerform**.

*/продолжение на странице 24/*

14. Перед вами классы A , B .

Три пункта (а)-(г) относятся к этим классам, но не связаны друг с другом.

Ответьте на вопросы всех трех пунктов.

```
public class A {
    private int x;
    public A() { this.x = 0; }
    public A(int x) { this.x = x; }
    public int getX() { return x; }
    public void doubleX() { this.x = 2 * getX(); }
    public void tripleX() { this.x = 3 * getX(); }
    public void sub() { this.x = x - 1; }
    public void calc() { sub(); }
    public String toString() { return "xA="+this.x; }
}

public class B extends A {
    private int x;
    public B() { super(); this.x = 1; }
    public B(int x) { super(x); this.x = -x; }
    public B(int xA, int xB) { super(xA); this.x = xB; }
    public int getX() { return x; }
    public int baseX() { return super.getX(); }
    public void tenTimesX() { this.x = 10 * getX(); }
    public void tripleX() { this.x = 3 * getX(); }
    public void sub() { this.x = x - 2; }
    public String toString() { return super.toString()+" xB="+this.x+";" }
}
```

- (א) Перед вами серия команд, вывод [פלט] которой должен выглядеть так: xA=1 xB=20; xA=1 xB=20; xA=1 xB=20; xA=1 xB=20;

В данной серии команд есть ошибка компиляции [הידור]. Исправьте эту ошибку, чтобы получить требуемый вывод.

```
A a1 = new B(1, 20);
Object obj = a1;
B b1 = a1;
A a2 = a1;
System.out.println(a1+" "+obj+" "+a2+" "+b1);
```

- (ב) Перед вами серия команд. Покажите объекты классов, создаваемые в процессе их выполнения, и для каждого объекта класса отобразите значения его атрибутов.

```
A aa = new B(3, 10);
aa.sub();
Object[] ar = new Object[6];
ar[0] = new A();
ar[1] = new A(5);
ar[2] = new B();
ar[3] = new B(5);
ar[4] = new B(2, 4);
ar[5] = aa;
((A)ar[3]).tripleX();
((B)ar[4]).tenTimesX();
```

**Обратите внимание: пункт (א) этого вопроса на следующей странице.**

(ג) Перед вами главный метод.

```
public static void main(String[] args)
{
    A a1 = new A(1);
    A a2 = new B(2, 99);
    /***
}
```

Перед вами фрагменты i-vi

- (i)           a2.doubleX();  
              System.out.println(a2);
- (ii)          a2.tenTimesX();  
              System.out.println(a2.tenTimesX());
- (iii)   if (a2 instanceof B)  
          {  
              a2.tenTimesX();  
              System.out.println(a2);  
          }
- (iv)   ((B)a1).tenTimesX();  
          System.out.println(a1);
- (v)       a2.calc();  
          System.out.println(a2);
- (vi)   B bb = (B)a2;  
          System.out.println(bb.baseX());

Для каждого из фрагментов i-vi выполните следующее:

- Подставьте фрагмент вместо /\*\*\* в главном методе.
- Определите, является ли фрагмент корректным [תקין].
- Если фрагмент корректен, запишите вывод [פלט], получаемый в результате его выполнения.  
Если фрагмент некорректен, запишите вид ошибки:  
ошибка компиляции [הידור] или выполнения [ריצה].

**Объектно-ориентированное программирование**  
**[תכנות מונחה עצמים]**

Если вы изучали этот курс и пишете на языке C#, ответьте на один из вопросов 15-16 (25 баллов).

15. В данном вопросе два не связанных между собой пункта (א)-(ב).

Ответьте на вопросы обоих пунктов.

(א) Даны пять классов B, X, Y, Z, Run. Приведенные ниже подпункты (1)-(4) относятся к этим классам. Подпункты не связаны друг с другом. Ответьте на вопросы всех подпунктов.

(1) В каждом из классов B, X, Y, Z

определен метод `public virtual void Foo() {}`

и в классе Run определен метод `public void Bar (Object g) {g.Foo(); }`

Будет ли получена ошибка компиляции [הידור]?

Если да, объясните почему.

(2) Считайте, что классы X, Y, Z наследуют класс B.

В каждом из классов X, Y, Z

определен метод `public virtual void Foo() {}`

и в классе Run определен метод `public void Bar(B g) {g.Foo(); }`

Будет ли получена ошибка компиляции? Если да, объясните почему.

(3) Считайте, что классы X, Y, Z наследуют класс B.

В каждом из классов B, X, Y, Z

определен метод `public virtual void Foo() {}`

и в классе Run определен метод `public void Bar(B g) {g.Foo(); }`

Будет ли получена ошибка компиляции? Если да, объясните почему.

(4) Считайте, что классы X, Y, Z наследуют класс B.

В каждом из классов B, X, Y, Z

определен метод `public virtual void Foo() {}`

и в классе Run определен метод `public void Bar(Object g) {g.Foo(); }`

Будет ли получена ошибка компиляции? Если да, объясните

**Обратите внимание: пункт (ב)  
вопроса на следующей странице.**

*/продолжение на странице 28/*

(ב) Нет связи с пунктом (א).

Перед вами класс **Singer**, который наследует класс **Artist**, а также интерфейс **IPerform**, реализуемый классом **Singer**.

```
interface IPerform
{
    void Act();
    int Train();
}

public class Singer : Artist, IPerform
{
    private int hits;
    public Singer(string name, double sal) : base(sal, name)
    {
        this.hits = 5;
    }
    public Singer(double sal, int hits) : base(sal, "Singer Name")
    {
        this.hits = hits;
    }
    public Singer(int hits) : base(6532.6, "Some", "One")
    {
        this.hits = hits;
    }
    public double Value() {return this.hits * this.Price(); }
    public int GetNum() {return Artist.num; }
    public override double Calc(double d) {return d * base.Calc(10.2); }
    public override void Print() {base.Print(); Console.WriteLine("Singer"); }
    public void Act() {Console.WriteLine("I am singing");}
}
}
```

Напишите на языке C# заголовок класса **Artist**, а также его атрибуты [תכונות] и заголовки методов, требуемых данным классом **Singer** и интерфейсом **IPerform**. Нет необходимости реализовывать методы класса **Artist**.

Нельзя изменять класс **Singer** и интерфейс **IPerform**.

16. Перед вами классы A , B .

Три пункта (א)-(ג) относятся к этим классам, но не связаны друг с другом.

Ответьте на вопросы всех трех пунктов.

```
public class A {
    private int x;
    public A() { this.x = 0; }
    public A(int x) { this.x = x; }
    public virtual int GetX() { return x; }
    public void DoubleX() { this.x = 2 * GetX(); }
    public virtual void TripleX() { this.x = 3 * GetX(); }
    public virtual void Sub() { this.x = x - 1; }
    public void Calc() { Sub(); }
    public override string ToString(){ return "xA="+this.x; }
}

public class B:A {
    private int x;
    public B() : base() { this.x = 1; }
    public B(int x) : base(x) { this.x = -x; }
    public B(int xA, int xB) : base(xA) { this.x = xB; }
    public override int GetX() { return x; }
    public int BaseX() { return base.GetX(); }
    public void TenTimesX() { this.x = 10 * GetX(); }
    public override void TripleX() { this.x = 3 * GetX(); }
    public override void Sub() { this.x = x - 2; }
    public override string ToString(){ return base.ToString()+" xB="+this.x+";"}
}
```

**Обратите внимание: пункты вопроса на следующей странице.**

*/продолжение на странице 30/*

- (κ) Перед вами серия команд, вывод [פלט] которой должен выглядеть так: xA=1 xB=20; xA=1 xB=20; xA=1 xB=20; xA=1 xB=20;

В данной серии команд есть ошибка компиляции. Исправьте эту ошибку, чтобы получить требуемый вывод.

```
A a1 = new B(1, 20);  
Object obj = a1;  
B b1 = a1;  
A a2 = a1;  
Console.WriteLine(a1+" "+obj+" "+a2+" "+b1);
```

- (Ⓜ) Перед вами серия команд. Покажите объекты классов, создаваемые в процессе их выполнения, и для каждого объекта класса отобразите значения его атрибутов.

```
A aa = new B(3, 10);  
aa.Sub();  
Object[] ar = new Object[6];  
ar[0] = new A();  
ar[1] = new A(5);  
ar[2] = new B();  
ar[3] = new B(5);  
ar[4] = new B(2, 4);  
ar[5] = aa;  
((A)ar[3]).TripleX();  
((B)ar[4]).TenTimesX();
```

(ג) Перед вами главный метод.

```
public static void Main()
{
    A a1 = new A(1);
    A a2 = new B(2, 99);
    /***
}
```

Перед вами фрагменты i-vi

- (i) a2.DoubleX();  
Console.WriteLine(a2);
- (ii) a2.TenTimesX();  
Console.WriteLine(a2.TenTimesX());
- (iii) if (a2 is B)  
{  
a2.TenTimesX();  
Console.WriteLine(a2);  
}
- (iv) ((B)a1).TenTimesX();  
Console.WriteLine(a1);
- (v) a2.Calc();  
Console.WriteLine(a2);
- (vi) B bb = (B)a2;  
Console.WriteLine(bb.BaseX());

Для каждого из фрагментов i-vi выполните следующее:

- Подставьте фрагмент вместо /\*\*\* в главном методе.
- Определите, является ли фрагмент корректным [תקין].
- Если фрагмент корректен, запишите вывод [פלט], получаемый в результате его выполнения.
- Если фрагмент некорректен, запишите вид ошибки: ошибка компиляции [הידור] или выполнения [ריצה].

### Желаем успеха!

Авторские права принадлежат Государству Израиль.  
Копировать или публиковать можно только  
с разрешения Министерства просвещения.

### בהצלחה!

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל.  
אין להעתיק או לפרסם  
אלא ברשות משרד החינוך.