

Государство Израиль Министерство просвещения

Тип экзамена:

а. на аттестат зрелости для средних школ

б. на аттестат зрелости для экстернов

Время проведения экзамена: лето 2016 года

Номер вопросника: 035806, 316

Приложение: листы с формулами
для уровня в 5 единиц обучения

Перевод на русский язык (5)

מדינת ישראל

משרד החינוך

סוג הבחינה:

א. בגרות לבתי ספר על-יסודיים

ב. בגרות לנבחנים אקסטרניים

מועד הבחינה: קיץ תשע"ו, 2016

מספר השאלון: 316, 035806

נספח: דפי נוסחאות

ל-5 יחידות לימוד

תרגום לרוסית (5)

Математика

5 единиц обучения – первый вопросник

מ ת מ ט י ק ה

5 יחידות לימוד – שאלון ראשון

Указания экзаменующимся

а. Продолжительность экзамена: 3 часа 30 минут

б. Строение вопросника и ключ к оценке:

В этом вопроснике три раздела.

Раздел первый: алгебра и теория вероятностей —
(2×20) — 40 баллов

Раздел второй: геометрия и тригонометрия на
плоскости — (1×20) — 20 баллов

Раздел третий: дифференциальное и интегральное
исчисление — (2×20) — 40 баллов

Всего — 100 баллов

в. Разрешенный вспомогательный материал:

1. Калькулятор без графического дисплея. При работе с калькулятором, который предоставляет возможности программирования, запрещается использовать эти возможности. Использование калькулятора с графическим дисплеем или возможностей программирования может привести к тому, что экзамен будет аннулирован.
2. Листы с формулами (прилагаются).
3. Словарь по выбору экзаменующегося.

г. Особые указания:

1. Не переписывайте вопрос; обозначьте его номер.
2. Начинайте ответ на каждый вопрос с новой страницы. Запишите в тетради этапы решения (также и в том случае, когда вычисления производились с помощью калькулятора). Объясните все свои действия, включая вычисления, подробно, в ясной и упорядоченной форме. Недостаточно подробная запись решения может привести к тому, что оценка за экзамен будет снижена или экзамен будет аннулирован.
3. Для черновых записей следует использовать только экзаменационную тетрадь или листы, полученные от экзаменаторов. Пользование другими черновиками может привести к тому, что экзамен будет аннулирован.

הוראות לנבחן

א. משך הבחינה: שלוש שעות וחצי.

ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה:
בשאלון זה שלושה פרקים.

פרק ראשון — אלגברה והסתברות

— 20×2 — 40 נקודות

פרק שני — גאומטריה וטריגונומטריה

במישור — 20×1 — 20 נקודות

פרק שלישי — חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי

— 20×2 — 40 נקודות

סה"כ — 100 נקודות

ג. חומר עזר מותר בשימוש:

1. מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון הניתן לתכנות. שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
2. דפי נוסחאות (מצורפים).
3. מילון לפי בחירת הנבחן.

ד. הוראות מיוחדות:

1. אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.
2. התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון. הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת. חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.
3. לטיטה יש להשתמש במחברת הבחינה או בדפים שקיבלת מהמשגיחים. שימוש בטיטה אחרת עלול לגרום לפסילת הבחינה.

Желаем успеха!

בהצלחה!

Вопросы

Обратите внимание! Объясняйте все ваши действия, включая вычисления, подробным и ясным образом. Недостаточная детализация может снизить вашу оценку или привести к аннулированию экзамена.

Раздел первый – алгебра и теория вероятности (40 баллов)

Ответьте на два из вопросов 1-3 (за каждый вопрос – 20 баллов).

Обратите внимание! Если вы ответите более чем на два вопроса, будут проверены только первые два из ответов в вашей тетради.

1. Две машины выехали из города А в город Б в одно и то же время. Расстояние между двумя этими городами составляло 300 км. Скорость первой машины была на 25 км/ч больше, чем скорость второй машины.
Через 1.5 часа с момента выезда из города А первая машина снизила скорость до половины своей предыдущей скорости и прибыла в город Б через $\frac{1}{2}$ часа после второй машины.
(к) Найдите скорость второй машины, если известно, что ее скорость больше 60 км/ч.
(г) Найдите, через сколько часов с момента выезда из города А и до того, как вторая машина догнала первую машину, расстояние между обеими машинами составляло 12.5 км (найдите две возможности).
2. Дана арифметическая прогрессия a_n , для которой выполняется:
 $a_4 + a_8 + a_{12} + a_{16} = 224$.
(к) Найдите сумму 19 первых членов прогрессии a_n .
Последовательность S_n – это последовательность частичных сумм прогрессии a_n : S_1 , S_2 , S_3 , ...
Дано, что $S_n = n \cdot a_n$ для любого натурального n .
(г) Покажите, что разность прогрессии a_n составляет 0.
(д) С помощью предыдущих пунктов вопроса найдите a_1 .
Дана последовательность b_n , для которой выполняется правило $b_{n+1} - b_n = a_n + S_n$ для любого натурального n .
(г) С помощью предыдущих пунктов найдите сумму $(b_2 - b_1) + (b_3 - b_2) + (b_4 - b_3) + \dots + (b_{20} - b_{19})$.

продолжение на странице 3 ►

3. Среди абитуриентов, сдававших вступительный экзамен в колледж, 20% были жителями кибуцев, 40% – жителями мошавов и 40% – жителями городов.
- 70% сдававших экзамен сдали его успешно.
- $\frac{1}{8}$ сдававших экзамен жителей мошавов провалились.
- Вероятность случайным образом выбрать из числа сдававших экзамен жителя города, который успешно его сдал, в 2.5 раза больше, чем вероятность случайным образом выбрать из числа сдававших экзамен жителя кибуца, который успешно сдал экзамен.
- (н) Какова вероятность случайным образом выбрать из числа провалившихся на экзамене абитуриента, который не был жителем города?
- (ז) (1) Моше успешно сдал экзамен.
Какова вероятность того, что он не был жителем мошава?
- (2) Пять сдававших экзамен абитуриентов сдали его успешно.
Какова вероятность того, что, по меньшей мере, один из них был жителем мошава?

Раздел второй – геометрия и тригонометрия на плоскости (20 баллов)

Ответьте на один из вопросов 4-5.

Обратите внимание! Если вы ответите более чем на один вопрос, будет проверен только первый ответ в вашей тетради.

4. Дана трапеция $ABCE$ ($AB \parallel EC$).

Точка F – такая точка на диагонали BE , что $CF \perp BE$.

Точка D – середина основания CE (смотрите чертеж).

Дано: $\angle CEB = \angle AEB$

$ED = 3a$, $EA = 4a$

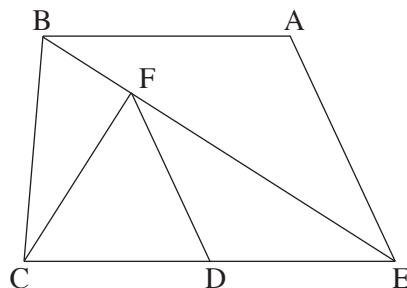
- (н) Докажите, что $\triangle EAB \sim \triangle EDF$.

- (ז) Дано, что площадь треугольника EAB равна S .

Выразите при помощи S площадь треугольника CEF .

- (ג) Продолжение DF пересекает AB в точке G .

Выразите при помощи S площадь треугольника BFG .



5. Дан равнобедренный треугольник ABC ($AB = AC$).

AE – высота к основанию BC ,

BT – медиана к боковой стороне AC

(смотрите чертеж).

Дано: $BC = 2k$, $\angle TBC = \alpha$, $\angle ACB = \beta$

(*) (1) Выразите длину TC только
при помощи k и β .

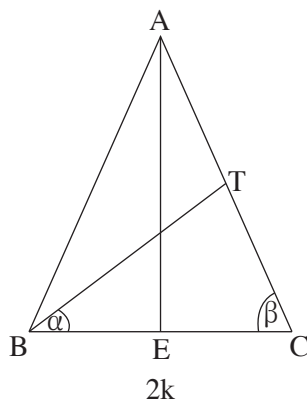
(2) Воспользуйтесь своим ответом
в подпункте (*)-(1)

и покажите, что $\sin(\alpha + \beta) = 4 \sin \alpha \cdot \cos \beta$.

(*) Дано также: $TE = 5$ см, $k = 4$ см.

(1) Найдите β .

(2) Найдите α .



Раздел третий – дифференциальное и интегральное исчисление полиномов, функций, содержащих корни, рациональных функций и тригонометрических функций (40 баллов)

Ответьте на два из вопросов 6-8 (за каждый вопрос – 20 баллов).

Обратите внимание! Если вы ответите более чем на два вопроса, будут проверены только первые два из ответов в вашей тетради.

6. Дана функция $f(x) = x^2 - \sin(2x)$ в области $-\frac{\pi}{2} \leq x \leq 0$.

Ответьте на следующие вопросы для данной области.

(*) Найдите самый большой угловой коэффициент и самый маленький
угловой коэффициент графика функции $f(x)$.

(*) Начертите схематический график функции производной $f'(x)$.

(*) (1) Найдите области вогнутости вверх $\cup$ и вогнутости вниз $\cap$
графика функции $f(x)$.

(2) Начертите схематический график функции $f(x)$.

продолжение на странице 5 ►

7. Дана функция $f(x) = \frac{ax^3 + 2ax}{\sqrt{x^4 + 4x^2 + 4}}$.

a – параметр, больший 0 .

(а) Найдите область определения функции $f(x)$.

(б) Функция $f(x)$ является четной или нечетной? Обоснуйте свой ответ.

(в) Площадь фигуры, заключенной между графиком функции $f(x)$, осью x и прямыми $x = 1$ и $x = -1$, равна 4 .

Найдите значение a .

(г) Дано, что для функции $g(x)$ выполняется $f(x) = g'(x)$.

Одной из точек пересечения графиков функций $f(x)$ и $g(x)$ является точка, в которой $x = 0$.

(1) Покажите, что для функции $g(x)$ выполняется $g(x) = 2x^2$.

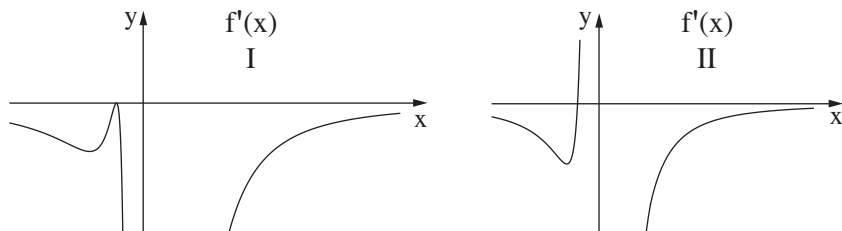
(2) Найдите область, в которой выполняется $f(x) > g(x)$.

8. Дана функция $f(x) = \left(1 + \frac{1}{x}\right)^n$, $x \neq 0$, n – натуральное число большее, чем 1.

(א) Найдите асимптоты функции $f(x)$, перпендикулярные осям координат.

(ב) Покажите, что для нечетного n $f'(x) \leq 0$ для любого $x \neq 0$.

Ниже приведены два графика, I и II (на графиках представлены все точки экстремума).



Один из графиков является схематическим графиком функции производной $f'(x)$ для четного n , а другой – схематическим графиком функции производной $f'(x)$ для нечетного n .

С помощью графиков I и II ответьте на вопросы пунктов א, ט и ה.

(א) Для нечетного n :

- (1) Найдите, сколько точек экстремума (если таковые существуют) есть у функции $f(x)$. Обоснуйте свой ответ.
- (2) Найдите, сколько точек перегиба есть у функции $f(x)$. Обоснуйте свой ответ.

(ט) Для четного n :

- (1) Найдите, сколько точек экстремума (если таковые существуют) есть у функции $f(x)$. Обоснуйте свой ответ.
- (2) Найдите, сколько точек перегиба есть у функции $f(x)$. Обоснуйте свой ответ.

(3) Начертите схематический график функции $f(x)$.

(ה) Даны функции $g(x) = \left(1 + \frac{1}{x}\right)^3$, $h(x) = \left(1 + \frac{1}{x}\right)^4$.

Каков знак произведения $g''(x) \cdot h''(x)$ для $x > 0$?

Обоснуйте свой ответ.

Желаем успеха!

בהצלחה!