

Mathématiques

Conformément à la réforme
pour un apprentissage pertinent

Premier questionnaire – 5 unités d'étude

Instructions au candidat

א. Durée de l'examen : trois heures et demie.

ב. Structure du questionnaire et barème de notation :

Ce questionnaire comporte trois parties.

Première partie — Algèbre et probabilités

$2 \times 20 = 40$ points

Deuxième partie — Géométrie et trigonométrie planes

$1 \times 20 = 20$ points

Troisième partie — Calcul différentiel et intégral

$2 \times 20 = 40$ points

Total — 100 points

ג. Matériel auxiliaire autorisé :

(1) Calculatrice non graphique. Il est interdit d'utiliser les options de programmation d'une calculatrice programmable.
L'utilisation d'une calculatrice graphique ou des options de programmation d'une calculatrice peut entraîner votre disqualification.

(2) Formulaires (jointes au sujet).

(3) Dictionnaire hébreu-langue étrangère / langue étrangère-hébreu.

ד. Instructions supplémentaires :

(1) Ne recopiez pas la question, indiquez seulement son numéro.

(2) Commencez chaque question sur une nouvelle page. Écrivez dans le cahier d'examen les étapes de la résolution, même lorsque les calculs se font à l'aide de la calculatrice.

Expliquez toutes vos opérations, y compris les calculs, en détails et de façon claire et ordonnée. Un manque de détails peut entraîner une baisse de la note ou votre disqualification.

(3) Pour vos brouillons, utilisez le cahier d'examen ou les feuilles distribuées par les surveillants. L'utilisation d'autres feuilles de brouillon peut entraîner votre disqualification.

מתמטיקה

על פי הרפורמה ללמידה משמעותית
שאלון ראשון מ-5 יחידות לימוד

הוראות לנבחן

א. משך הבחינה: שלוש שעות וחצי.

ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה:

בשאלון זה שלושה פרקים.

פרק ראשון — אלגברה והסתברות

$20 \times 2 = 40$ נקודות

פרק שני — גאומטריה וטריגונומטריה במישור

$20 \times 1 = 20$ נקודות

פרק שלישי — חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי

$20 \times 2 = 40$ נקודות

סה"כ — 100 נקודות

ג. חומר עזר מותר בשימוש:

(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות

התכנות במחשבון הניתן לתכנות. שימוש

במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות

במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.

(2) דפי נוסחאות (מצורפים).

(3) מילון עברי-לועזי / לועזי-עברי.

ד. הוראות מיוחדות:

(1) אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.

(2) התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת

את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים

מתבצעים בעזרת מחשבון.

הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים,

בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.

חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או

לפסילת הבחינה.

(3) לטייטה יש להשתמש במחברת הבחינה או

בדפים שקיבלת מהמשגיחים.

שימוש בטייטה אחרת עלול לגרום לפסילת

הבחינה.

Bonne chance!

בהצלחה!

Questions

Attention ! Expliquez toutes vos opérations, y compris les calculs, de manière détaillée et claire.

Un manque de détails peut entraîner une baisse de la note ou votre disqualification.

Première partie – Algèbre et probabilités (40 points)

Répondez à deux des questions 1-3 (20 points par question).

Attention ! Si vous répondez à plus de deux questions, seules les deux premières réponses de votre copie seront corrigées.

1. Deux voitures sont parties en même temps, de la ville 'א vers la ville 'ב .
La distance entre les deux villes est de 300 km .
La première voiture roulait à une vitesse supérieure de 25 km/h à la vitesse de la seconde voiture.
1,5 heure après son départ de la ville 'א , la première voiture a réduit de moitié sa vitesse, puis est arrivée à la ville 'ב une $\frac{1}{2}$ heure après la seconde voiture.
 - א. Déterminez la vitesse de la seconde voiture sachant que sa vitesse est supérieure à 60 km/h .
 - ב. Déterminez au bout de combien d'heures, depuis le départ de la ville 'א , et avant que la seconde voiture ait rattrapé la première, la distance entre les deux voitures était de 12,5 km (déterminez les deux possibilités).
2. Soit une suite arithmétique a_n vérifiant : $a_4 + a_8 + a_{12} + a_{16} = 224$.
 - א. Déterminez la somme des 19 premiers termes de la suite a_n .
La suite S_n est la suite des sommes partielles de la suite a_n : S_1 , S_2 , S_3 , ...
Il est donné que $S_n = n \cdot a_n$ pour tout n entier naturel.
 - ב. Démontrez que la raison de la suite a_n est 0 .
 - ג. En vous aidant des sous-questions précédentes, déterminez a_1 .
Soit la suite b_n vérifiant la relation $b_{n+1} - b_n = a_n + S_n$ pour tout n entier naturel.
 - ד. En vous aidant des sous-questions précédentes, déterminez la somme $(b_2 - b_1) + (b_3 - b_2) + (b_4 - b_3) + \dots + (b_{20} - b_{19})$. Suite en page 3

3. Lors d'un examen d'entrée à un collège académique, 20 % des candidats étaient issus de *kibboutzim*.
 40 % étaient issus de *moshavim* et 40 % étaient issus de villes.
 70 % des candidats ont réussi l'examen.
 $\frac{1}{8}$ des candidats issus des *moshavim* ont échoué à l'examen.
 La probabilité de tirer au hasard parmi tous les candidats, un candidat issu d'une ville ayant réussi l'examen, est 2,5 fois plus grande que la probabilité de tirer au hasard parmi tous les candidats, un candidat issu d'un *kibboutz* ayant réussi l'examen.
- א. Parmi les candidats ayant échoué à l'examen, quel est la probabilité de tirer au hasard un candidat n'étant pas issu d'une ville ?
- ב. (1) Moshé a réussi l'examen.
 Quelle est la probabilité qu'il ne soit pas issu d'un *moshav* ?
 (2) Cinq candidats ont réussi l'examen.
 Quelle est la probabilité qu'au moins un d'entre eux était issu d'un *moshav* ?

Deuxième partie – Géométrie et trigonométrie planes (20 points)

Répondez à l'une des questions 4-5 .

Attention ! Si vous répondez à plus d'une question, seule la première réponse de votre copie sera corrigée.

4. Soit un trapèze ABCE ($AB \parallel EC$)
 Le point F se trouve sur la diagonale BE
 de sorte que $CF \perp BE$.
 Le point D est le milieu de la base CE .
 (voir figure).

On donne : $\angle CEB = \angle AEB$

$$EA = 4a, ED = 3a$$

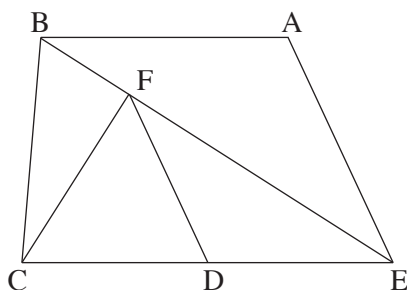
- א. Démontrez que $\triangle EAB \sim \triangle EDF$.

- ב. Soit S l'aire du triangle EAB .

Exprimez l'aire du triangle CEF en fonction de S .

- ג. Le prolongement de DF coupe AB au point G .

Exprimez l'aire du triangle BFG en fonction de S .



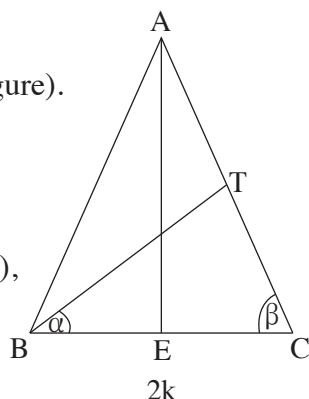
5. Soit un triangle isocèle ABC ($AB = AC$).

AE est la hauteur de la base BC ,

et BT est la médiane relative au côté AC (voir figure).

On donne : $\angle ACB = \beta$, $\angle TBC = \alpha$, $BC = 2k$

- א. (1) Exprimez la longueur de TC
en fonction de k et de β uniquement.
(2) En vous aidant de la sous-question א (1),
démontrez que
$$\sin(\alpha + \beta) = 4 \sin \alpha \cdot \cos \beta$$



א. On donne également : $TE = 5 \text{ cm}$, $k = 4 \text{ cm}$.

- (1) Déterminez β .
(2) Déterminez α .

Troisième partie – Calcul différentiel et intégral de polynômes, de fonctions racines, de fonctions rationnelles et de fonctions trigonométriques (40 points)

Répondez à deux des questions 6-8 (20 points par question).

Attention ! Si vous répondez à plus de deux questions, seules les deux premières réponses de votre copie seront corrigées.

6. Soit la fonction $f(x) = x^2 - \sin(2x)$ sur l'intervalle $-\frac{\pi}{2} \leq x \leq 0$.

Répondez aux sous-questions suivantes pour l'intervalle donné.

- א. Déterminez le coefficient directeur maximal et le coefficient directeur minimal du graphe de la fonction $f(x)$.
א. Tracez une esquisse du graphe de la fonction dérivée $f'(x)$.
א. (1) Déterminez les domaines de concavité vers le haut $\cup$ et vers le bas $\cap$ du graphe de la fonction $f(x)$.
(2) Tracez une esquisse du graphe de la fonction $f(x)$.

7. Soit la fonction $f(x) = \frac{ax^3 + 2ax}{\sqrt{x^4 + 4x^2 + 4}}$.

a est un paramètre supérieur à 0.

א. Déterminez le domaine de définition de la fonction $f(x)$.

ב. La fonction $f(x)$ est-elle paire ou impaire ? Justifiez.

ג. L'aire délimitée par le graphe de la fonction $f(x)$, par l'axe des abscisses et par les droites $x = 1$ et $x = -1$, est égale à 4 .

Déterminez la valeur de a .

ד. Soit la fonction $g(x)$, vérifiant $f(x) = g'(x)$.

Un des points d'intersection entre les graphes

des fonctions $f(x)$ et $g(x)$ est un point pour lequel $x = 0$.

(1) Démontrez que la fonction $g(x)$ vérifie : $g(x) = 2x^2$.

(2) Déterminez l'intervalle dans lequel $f(x) > g(x)$ est vérifié.

8. Soit la fonction $f(x) = \left(1 + \frac{1}{x}\right)^n$, $x \neq 0$.

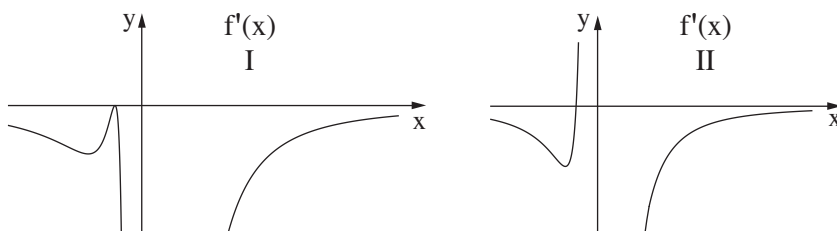
n est un nombre entier naturel supérieur à 1.

א. Déterminez les asymptotes de la fonction $f(x)$ perpendiculaires aux axes.

ב. Montrez que pour n impair, $f'(x) \leq 0$ pour tout $x \neq 0$.

Ci-dessous, deux graphes, I et II, sont représentés.

(dans ces graphes, tous les points d'extremum sont représentés).



Un des graphes représente l'esquisse de la fonction dérivée $f'(x)$ pour n pair, et l'autre graphe représente l'esquisse de la fonction dérivée $f'(x)$ pour n impair.

Répondez aux sous-questions ג, ד et ה, en vous aidant des graphes I et II.

ג. Pour n impair :

- (1) Déterminez combien de points d'extremum (si il en existe) la fonction $f(x)$ admet. Justifiez.
- (2) Déterminez combien de point d'inflexion la fonction $f(x)$ admet. Justifiez.

ד. Pour n pair :

- (1) Déterminez combien de points d'extremum (si il en existe) la fonction $f(x)$ admet. Justifiez.
- (2) Déterminez combien de points d'inflexion la fonction $f(x)$ admet. Justifiez.
- (3) Tracez une esquisse du graphe de la fonction $f(x)$.

ה. Soit les fonctions $g(x) = \left(1 + \frac{1}{x}\right)^3$, $h(x) = \left(1 + \frac{1}{x}\right)^4$.

Quel est le signe du produit $g''(x) \cdot h''(x)$ pour $x > 0$? Justifiez.

Bonne chance!

Tous droits réservés à l'État d'Israël.
Toute copie ou publication est interdite sans l'autorisation du
Ministère de l'Éducation.

בהצלחה!

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל
אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך