

Государство Израиль Министерство просвещения

Тип экзамена:

а. на аттестат зрелости для средних школ

б. на аттестат зрелости для экстернов

Время проведения экзамена: лето 2015 года

Номер вопросника: 035804, 314

Приложение: листы с формулами

для уровня в 4 единицы обучения

Перевод на русский язык (5)

מדינת ישראל

משרד החינוך

סוג הבחינה:

א. בגרות לבתי ספר על-יסודיים

ב. בגרות לנבחנים אקסטרניים

מועד הבחינה: קיץ תשע"ה, 2015

מספר השאלון: 035804, 314

נספח: דפי נוסחאות

ל-4 יחידות לימוד

תרגום לרוסית (5)

Математика

4 единицы обучения – первый вопросник

מתמטיקה

4 יחידות לימוד – שאלון ראשון

Указания экзаменующимся

а. Продолжительность экзамена: 3 часа 30 минут.

б. Строение вопросника и ключ к оценке:

В этом вопроснике три раздела.

Раздел первый: алгебра, аналитическая геометрия, теория вероятностей — $(2 \times 20) = 40$ баллов

Раздел второй: геометрия и тригонометрия на плоскости — $(1 \times 20) = 20$ баллов

Раздел третий: дифференциальное и интегральное исчисление — $(2 \times 20) = 40$ баллов

Всего — 100 баллов

в. Разрешенный вспомогательный материал:

1. Калькулятор без графического дисплея. При работе с калькулятором, который предоставляет возможности программирования, запрещается использовать эти возможности. Использование калькулятора с графическим дисплеем или возможностей программирования может привести к тому, что экзамен будет аннулирован.

2. Листы с формулами (прилагаются).

3. Словарь по выбору экзаменующегося.

г. Особые указания:

1. Не переписывайте вопрос; обозначьте только его номер.

2. Начинайте ответ на каждый вопрос с новой страницы. Запишите в тетради этапы решения (также и в том случае, когда вычисления производились с помощью калькулятора). Объясните все свои действия, включая вычисления, подробно, в ясной и упорядоченной форме. Недостаточно подробная запись решения может привести к тому, что оценка за экзамен будет снижена или экзамен будет аннулирован.

3. Для черновых записей следует использовать только экзаменационную тетрадь или листы, полученные от экзаменаторов. Пользование другими черновиками может привести к тому, что экзамен будет аннулирован.

הוראות לנבחן

א. משך הבחינה: שלוש שעות וחצי.

ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה:

בשאלון זה שלושה פרקים.

פרק ראשון: אלגברה, גאומטריה אנליטית, הסתברות — $20 \times 2 = 40$ נקודות

פרק שני: גאומטריה וטריגונומטריה במישור — $20 \times 1 = 20$ נקודות

פרק שלישי: חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי — $20 \times 2 = 40$ נקודות

סה"כ — 100 נקודות

חומר עזר מותר בשימוש:

א. מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון הניתן לתכנות. שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.

2. דפי נוסחאות (מצורפים).

3. מילון לפי בחירת הנבחן.

ד. הוראות מיוחדות:

1. אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.

2. התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון. הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת. חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

3. לטיטה יש להשתמש במחברת הבחינה או בדפים שקיבלת מהמשגיחים. שימוש בטיטה אחרת עלול לגרום לפסילת הבחינה.

Желаем успеха!

בהצלחה!

Вопросы

Обратите внимание! Объясняйте все ваши действия, включая вычисления, подробным и ясным образом. Недостаточная детализация может снизить вашу оценку или привести к аннулированию экзамена.

Раздел первый – алгебра, аналитическая геометрия, теория вероятности (40 баллов)

Ответьте на два из вопросов 1-3 (за каждый вопрос – 20 баллов).

Обратите внимание! Если вы ответите более чем на два вопроса, будут проверены только первые два из ответов в вашей тетради.

1. Дан прямоугольник, ширина которого равна x см, а длина в 1.2 раза больше, чем ширина.
Увеличили длину прямоугольника на 10% и уменьшили его ширину на 10%.
Был получен новый прямоугольник.
(а) (1) Выразите при помощи x площадь нового прямоугольника.
(2) На сколько процентов изменилась площадь данного прямоугольника?
(б) R – радиус окружности, описанной вокруг данного прямоугольника.
Дано, что $R = \sqrt{61}$ см.
Найдите площадь нового прямоугольника.
2. Дано, что окружность, уравнение которой $(x - 3)^2 + (y + k)^2 = 25$ проходит через точку начала координат. k – параметр.
(а) (1) Найдите оба значения k .
(2) Напишите уравнения обеих окружностей, которые соответствуют найденным вами значениям k .
(б) Найдите точки пересечения каждой из двух окружностей с осями координат.
(в) Начертите две эти окружности в одной системе координат.
(г) Прямая $x = a$ является касательной к двум этим окружностям, $a > 0$.
(1) Найдите a .
(2) Каковы координаты точек касания?

продолжение на странице 3 ►

3. В коробке I находятся 3 красных шара и 6 зеленых шаров.
В коробке II находятся 12 красных шаров и 4 зеленых шара.
Случайным образом выбирают коробку и извлекают из нее 2 шара один за другим (не возвращают их в коробку).
- (א) Какова вероятность того, что эти 2 шара будут одного и того же цвета?
 - (ב) Какова вероятность того, что эти 2 шара будут разных цветов?
 - (ג) Известно, что эти 2 шара были одного и того же цвета.
Какова вероятность того, что их извлекли из коробки I ?

Раздел второй – геометрия и тригонометрия на плоскости (20 баллов)

Ответьте на один из вопросов 4-5.

Обратите внимание! Если вы ответите более чем на один вопрос, будет проверен только первый ответ из ответов в вашей тетради.

4. Четырехугольник ABCD вписан в окружность.

Диагонали данного четырехугольника пересекаются в точке E .

Провели касательную к окружности в точке B

и касательную к окружности в точке C .

Эти касательные пересекаются в точке F

(смотрите чертеж).

Дано: $\angle ABC = 90^\circ$

(н) (1) Докажите: $\angle ADB + \angle FBC = 90^\circ$.

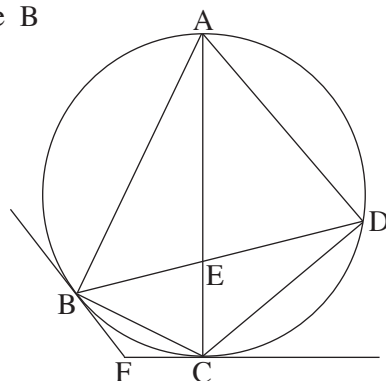
(2) Докажите: $\angle BFC = 2 \cdot \angle ADB$.

(д) (1) Докажите: $\triangle BEC \sim \triangle AED$.

(2) Также дано: $BE \cdot DE = 21$, $AE = 7$.

Найдите диаметр данной окружности.

Примечание: решение пункта (д) не зависит от решения пункта (н).



5. В ромбе ABCD , сторона которого a (смотрите чертеж)

дано: $\angle BAD = 2\alpha$, $\angle BAD < 90^\circ$.

(н) (1) Выразите AC и BD при помощи a и α .

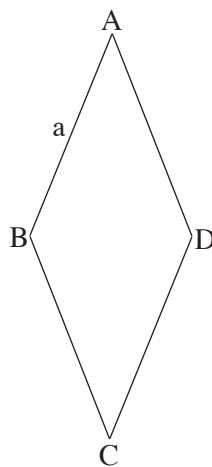
(2) Также дано: $AC \cdot BD = a^2$

Найдите α .

(д) Также дано, что радиус окружности, описанной вокруг треугольника ABD , равен 10 см.

Найдите площадь ромба ABCD

(числовое значение).



продолжение на странице 5 ►

**Раздел третий – дифференциальное и интегральное исчисление
 полиномов, рациональных функций и функций,
 содержащих знаки корня (40 баллов)**

Ответьте на два из вопросов 6-8 (за каждый вопрос – 20 баллов).

Обратите внимание! Если вы ответите более чем на два вопроса, будут проверены только первые два из ответов в вашей тетради.

6. Дана функция $f(x) = \frac{-x^2 + 2x + 3}{x^2}$.

- (א) Найдите область определения данной функции.
- (ב) Найдите асимптоты данной функции, параллельные осям координат.
- (ג) Найдите точки пересечения графика данной функции с осями координат.
- (ד) Найдите координаты точки экстремума данной функции и определите ее тип.
- (ה) Начертите схематический график данной функции.
- (ו) Дано, что для функции $g(x)$ выполняется $g'(x) = f(x)$
 ($g(x)$ и $g'(x)$ определены в одной и той же области).

Провели касательные к графику функции $g(x)$, параллельные оси x .
 Каковы координаты x точек касания этих касательных? Обоснуйте свой ответ.

7. Дана функция $f(x) = x^2 + ax + b$. a и b – параметры.

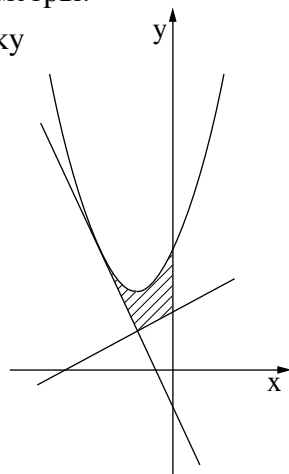
Прямая $y = -2x - 1$ является касательной к графику данной функции в точке, в которой $x = -2$ (смотрите чертеж).

(א) Найдите значение a и значение b .

Подставьте: $a = 2$ и $b = 3$

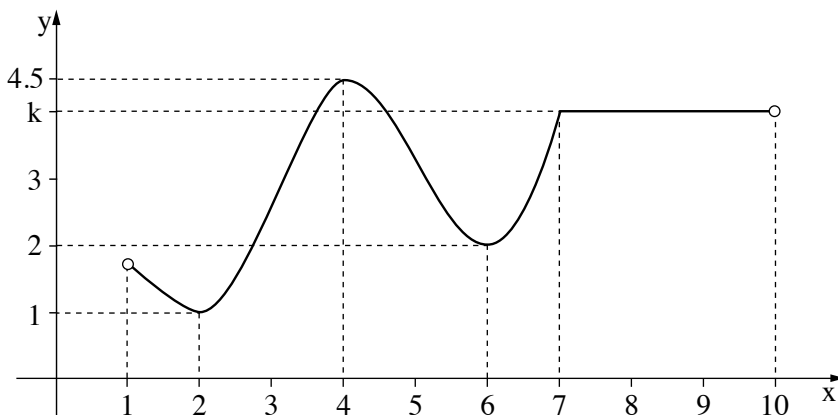
и ответьте на вопрос пункта (ב).

- (ב) Найдите площадь фигуры, заключенной между графиком функции $f(x)$, данной касательной, прямой $y = \frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$ и осью y (заштрихованная фигура на чертеже).



продолжение на странице 6 ►

8. На чертеже изображен график функции $f(x)$ в области $1 < x < 10$.



Руководствуясь графиком $f(x)$ и значениями, указанными на осях координат, ответьте на вопросы пунктов (א), (ב), (ג), (ד).

(א) Найдите, для каких значений x , отличных от 7, выполняется:

(1) $f'(x) < 0$. Обоснуйте свой ответ.

(2) $f'(x) > 0$. Обоснуйте свой ответ.

(3) $f'(x) = 0$. Обоснуйте свой ответ.

(ב) Дано: $\int_7^9 k \, dx = 8$, k – параметр, обозначенный на оси y на чертеже. Найдите значение функции $f(x)$ в точке, в которой $x = 9$.

(ג) Начертите схематический график функции производной $f'(x)$ в области $2 \leq x \leq 6$.

(ד) Найдите площадь фигуры, заключенной между графиком функции производной $f'(x)$ и осью x в области $2 \leq x \leq 4$ (числовое значение).

Желаем успеха!

Авторские права принадлежат Государству Израиль.
 Копировать или публиковать можно только
 с разрешения Министерства просвещения.

בהצלחה!

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל.
 אין להעתיק או לפרסם
 אלא ברשות משרד החינוך.