

סוג הבחינה: א. בגרות לבתי ספר על-יסודיים
 מועד הבחינה: ב. בגרות לנבחנים אקסטרניים
 מספר השאלון: קיץ תשע"ה, 2015
 נספח: 316,035806
 דפי נוסחאות ל-5 יחידות לימוד

מתמטיקה

5 יחידות לימוד – שאלון ראשון

הוראות לנבחן

- א. משך הבחינה: שלוש שעות וחצי.
- ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שלושה פרקים.
- | | | | | | | |
|-----------|---|----------------------------|---|------|---|------------|
| פרק ראשון | — | אלגברה והסתברות | — | 20×2 | — | 40 נקודות |
| פרק שני | — | גאומטריה וטריגונומטריה | — | | | |
| פרק שלישי | — | במישור | — | 20×1 | — | 20 נקודות |
| | — | חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי | — | 20×2 | — | 40 נקודות |
| | — | סה"כ | — | | | 100 נקודות |
- ג. חומר עזר מותר בשימוש:
- (1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון הניתן לתכנות. שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
 - (2) דפי נוסחאות (מצורפים).
- ד. הוראות מיוחדות:
- (1) אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.
 - (2) התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון. הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת. חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.
 - (3) לטייטה יש להשתמש במחברת הבחינה או בדפים שקיבלת מהמשגיחים. שימוש בטייטה אחרת עלול לגרום לפסילת הבחינה.

ההנחיות בשאלון זה מנוסחות בלשון זכר ומכוונות לנבחנות ולנבחנים כאחד.

ב ה צ ל ח ה !

המשך מעבר לדף ◀

ה ש א ל ו ת

שים לב! הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

פרק ראשון – אלגברה והסתברות (40 נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 1-3 (לכל שאלה – 20 נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

1. מכונית I ומכונית II יצאו באותו זמן מאותו מקום ולאותו כיוון.
 המהירות של מכונית I הייתה 50 קמ"ש, והמהירות של מכונית II הייתה 40 קמ"ש.
 כעבור חצי שעה מרגע היציאה של שתי המכוניות, יצאה גם מכונית III מאותו מקום ולאותו כיוון.
 ברגע שמכונית III פגשה במכונית II, המרחק בין מכונית I למכונית II היה 15 ק"מ.
 המהירויות של כל המכוניות היו קבועות.

 - מצא את המהירות של מכונית III.
 - האם ייתכן שאחרי הפגישה בין מכונית III למכונית II, יהיה המרחק בין מכונית III למכונית I שווה למרחק בין מכונית II למכונית I? נמק.
2. נתונה סדרה הנדסית אינסופית יורדת שכל איבריה חיוביים: $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n, \dots$.
 כל איבר בסדרה זו (חוץ מהראשון) הוא $\frac{2}{5}$ מסכום שני האיברים הסמוכים לו, אחד לפניו ואחד אחריו.

 - מצא את המנה של הסדרה a_n .
 - נתונה הסדרה $b_n = \frac{a_{n+1}}{(a_n)^2}$.

(1) הוכח כי הסדרה b_n היא סדרה הנדסית.
 (2) סכום עשרת האיברים הראשונים בסדרה b_n הוא 20,460.
 מצא את סכום כל האיברים בסדרה a_n .

3. נתונה קבוצה של ספרות שונות: 3 ספרות הן זוגיות (שונות מ-0), והשאר הן ספרות אי-זוגיות.

יוני יוצר מספר דו-ספרתי מן הספרות שבקבוצה הנתונה באופן זה:

הספרה הראשונה שיוני בוחר באקראי היא ספרת העשרות,

והספרה השנייה שהוא בוחר באקראי היא ספרת היחידות.

יוני בוחר כל ספרה בדיוק פעם אחת בלי החזרה.

א. נתון כי ההסתברות שיוני ייצור מספר אי-זוגי היא $\frac{4}{7}$.

מהו מספר הספרות האי-זוגיות בקבוצה הנתונה?

ב. אם ידוע שהמספר שנוצר הוא זוגי, מהי ההסתברות ששתי הספרות שיוני בחר הן זוגיות?

אמילי יוצרת מספר תלת-ספרתי מן הספרות שבקבוצה הנתונה באופן זה:

הספרה הראשונה שאמילי בוחרת באקראי היא ספרת המאות,

הספרה השנייה שהיא בוחרת באקראי היא ספרת העשרות,

והספרה השלישית שהיא בוחרת באקראי היא ספרת היחידות.

אמילי בוחרת כל ספרה בדיוק פעם אחת בלי החזרה.

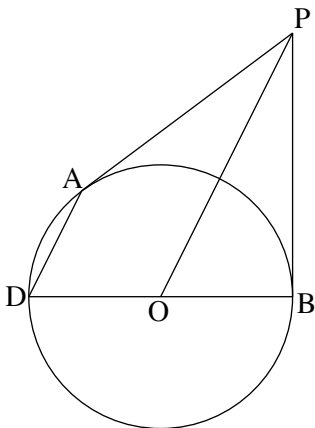
ג. ידוע כי הספרה הראשונה שאמילי בחרה היא זוגית.

מהי ההסתברות שבמספר התלת-ספרתי שאמילי יצרה, סכום הספרות היה זוגי?

פרק שני — גאומטריה וטריגונומטריה במישור (20 נקודות)

ענה על אחת מהשאלות 4-5.

שים לב! אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.



4. PA ו- PB משיקים למעגל שמרכזו O.

המשך BO חותך את המעגל בנקודה D (ראה ציור).

א. הוכח: $AD \parallel PO$.

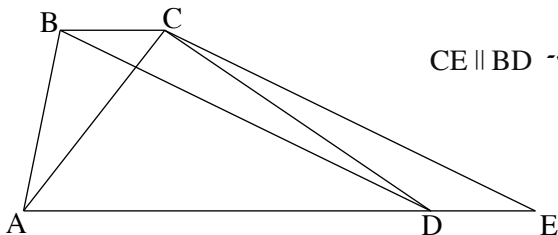
הנקודה C נמצאת על הקוטר DB כך ש- $AC \perp DB$.

ב. הוכח: $\triangle ADC \sim \triangle POB$.

PD חותך את AC בנקודה E.

ג. הוכח: $\triangle DEC \sim \triangle DPB$.

ד. הוכח: $AC = 2EC$.



5. נתון טרפז $ABCD$ ($BC \parallel AD$).

הנקודה E נמצאת על המשך AD כך ש- $CE \parallel BD$ (ראה ציור).

נתון: $\angle CAD = 2\angle DBC$

$$DB = 1.8AC$$

א. מצא את גודל הזווית $\angle CEA$.

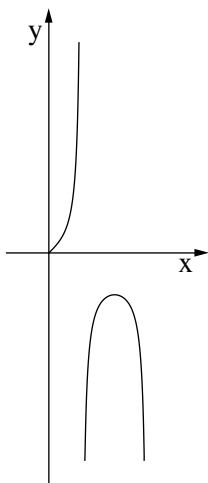
ב. נתון גם כי שטח המשולש ACE הוא 87.873 סמ"ר.

מצא את גובה הטרפז.

פרק שלישי — חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות שורש, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות טריגונומטריות (40 נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 6-8 (לכל שאלה — 20 נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.



6. נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{\sin x}{\cos 2x}$ ונתון התחום $0 \leq x \leq \frac{3\pi}{4}$ (ראה ציור).

ענה על הסעיפים א, ב רג עבור התחום הנתון.

א. (1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

(2) מצא את האסימפטוטות האנכיות של הפונקציה $f(x)$.

(3) מצא את השיעורים של נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$,

וקבע את סוגן על פי הציור.

ב. סרטט סקיצה של גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$.

ג. נתונה הפונקציה $g(x)$ המקיימת: $g(x) = 2f(x) \cdot f'(x)$.

מצא את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $g(x)$,

על ידי ציר ה- x ועל ידי הישר $x = \frac{\pi}{6}$.

7. נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{(x+2)^2}{(x-1)^3}$.

- א. (1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה.
(2) מצא את האסימפטוטות של הפונקציה המאונכות לצירים.
(3) מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים.
(4) מצא את נקודות הקיצון של הפונקציה, וקבע את סוגן.
(5) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה.
- ב. לפונקציה $f(x)$ יש שתי נקודות פיתול בלבד.
על סמך הגרף של הפונקציה $f(x)$, ציין באיזה תחום נמצאת כל אחת מנקודות אלה.
- ג. האם השטח, המוגבל על ידי גרף הפונקציה $f(x)$ ועל ידי הצירים, גדול מ-4, קטן מ-4 או שווה ל-4? נמק.

8. נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - a^2x + a^2$, a הוא פרמטר גדול מ-0.

- א. הראה כי המקסימום של הפונקציה מתקבל בנקודה שבה $y > 0$.
- ב. מצא עבור איזה ערך/איזה תחום ערכים של a נקודת המינימום של הפונקציה:
- (1) נמצאת על ציר ה- x .
(2) נמצאת מעל ציר ה- x .
(3) נמצאת מתחת לציר ה- x .
- ג. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה עבור כל אחד משלושת המקרים שבסעיף ב.
- ד. כמה פתרונות יש למשוואה $\frac{1}{3}x^3 - x + 1 = 0$? נמק.

בהצלחה!