

סוג הבחינה: א. בגרות לבתי ספר על-יסודיים
 ב. בגרות לנבחנים אקסטרניים
 מועד הבחינה: קיץ תשע"ה, 2015
 מספר השאלון: 314, 035804
 נספח: דפי נוסחאות ל-4 יחידות לימוד

מתמטיקה

4 יחידות לימוד — שאלון ראשון

הוראות לנבחן

- א. משך הבחינה: שלוש שעות וחצי.
- ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שלושה פרקים.
- | | | |
|-----------|---|----------------------------|
| פרק ראשון | — | אלגברה, גאומטריה אנליטית, |
| הסתברות | — | 20×2 |
| נקודות | — | 40 |
| פרק שני | — | גאומטריה וטריגונומטריה |
| במישור | — | 20×1 |
| נקודות | — | 20 |
| פרק שלישי | — | חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי |
| הסתברות | — | 20×2 |
| נקודות | — | 40 |
| סה"כ | — | 100 |
| נקודות | | |

ג. חומר עזר מותר בשימוש:

- מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון הניתן לתכנות.
- שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
- דפי נוסחאות (מצורפים).

ד. הוראות מיוחדות:

- אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.
- התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
- הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת. חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.
- לטייטה יש להשתמש במחברת הבחינה או בדפים שקיבלת מהמשגיחים. שימוש בטייטה אחרת עלול לגרום לפסילת הבחינה.

ההנחיות בשאלון זה מנוסחות בלשון זכר ומכוונות לנבחנות ולנבחנים כאחד.

ב ה צ ל ח ה !

ה ש א ל ו ת

שים לב! הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

פרק ראשון — אלגברה, גאומטריה אנליטית, הסתברות (40 נקודות)

ענה על שתיים מן השאלות 1-3 (לכל שאלה — 20 נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

1. נתון מלבן שרוחבו x ס"מ, ואורכו גדול פי 1.2 מרוחבו. הגדילו את אורך המלבן ב-10%, והקטינו את רוחב המלבן ב-10%. התקבל מלבן חדש.
 - א. (1) הבע באמצעות x את שטח המלבן החדש.
 - (2) בכמה אחוזים השתנה השטח של המלבן הנתון?
 - ב. R הוא הרדיוס של המעגל החוסם את המלבן הנתון. נתון כי $\sqrt{61}$ ס"מ $= R$. מצא את שטח המלבן החדש.
2. נתון כי מעגל, שמשוואתו $(x - 3)^2 + (y + k)^2 = 25$, עובר דרך ראשית הצירים. k הוא פרמטר.
 - א. (1) מצא את שני הערכים של k .
 - (2) רשום את המשוואות של שני המעגלים המתאימים לערכים של k שמצאת.
 - ב. מצא את נקודות החיתוך עם הצירים של כל אחד משני המעגלים.
 - ג. סרטט את שני המעגלים במערכת צירים אחת.
 - ד. הישר $x = a$ משיק לשני המעגלים, $a > 0$.
 - (1) מצא את a .
 - (2) מה הם השיעורים של נקודות ההשקה?

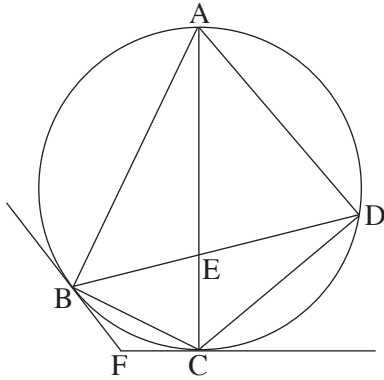
3. בקופסה I יש 3 כדורים אדומים ו-6 כדורים ירוקים.
בקופסה II יש 12 כדורים אדומים ו-4 כדורים ירוקים.
בוחרים באקראי קופסה, ומוציאים ממנה 2 כדורים זה אחר זה (בלי החזרה).
א. מהי ההסתברות ש-2 הכדורים יהיו באותו צבע?
ב. מהי ההסתברות ש-2 הכדורים יהיו בצבעים שונים?
ג. ידוע כי 2 הכדורים היו באותו צבע.
מהי ההסתברות שהם הוצאו מקופסה I ?

◀ המשך בעמוד 4

פרק שני — גאומטריה וטריגונומטריה במישור (20 נקודות)

ענה על אחת מן השאלות 4-5.

שים לב! אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.



4. מרובע ABCD חסום במעגל.

אלכסוני המרובע נפגשים בנקודה E.

העבירו משיק למעגל בנקודה B

ומשיק למעגל בנקודה C.

המשיקים נפגשים בנקודה F (ראה ציור).

נתון: $\angle ABC = 90^\circ$

א. (1) הוכח: $\angle ADB + \angle FBC = 90^\circ$.

(2) הוכח: $\angle BFC = 2 \cdot \angle ADB$.

ב. (1) הוכח: $\triangle BEC \sim \triangle AED$.

(2) נתון גם: $AE = 7$, $BE \cdot DE = 21$

מצא את קוטר המעגל.

הערה: הפתרון של סעיף ב אינו תלוי בפתרון של סעיף א.

5. במעוין ABCD שצלעו a (ראה ציור)

נתון: $\angle BAD < 90^\circ$, $\angle BAD = 2\alpha$.

א. (1) הבע את AC ואת BD באמצעות a ו- α .

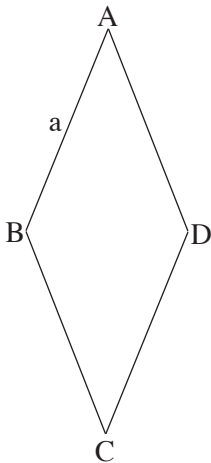
(2) נתון גם: $AC \cdot BD = a^2$.

מצא את α .

ב. נתון גם כי רדיוס המעגל החוסם את המשולש ABD

הוא 10 ס"מ.

מצא את שטח המעוין ABCD (ערך מספרי).



פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים,

של פונקציות רציונליות ושל פונקציות שורש (40 נקודות)

ענה על שתיים מן השאלות 6-8 (לכל שאלה – 20 נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

6. נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{-x^2 + 2x + 3}{x^2}$.

- א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה.
- ב. מצא את האסימפטוטות של הפונקציה המקבילות לצירים.
- ג. מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים.
- ד. מצא את השיעורים של נקודת הקיצון של הפונקציה, וקבע את סוגה.
- ה. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה.
- ו. נתון כי הפונקציה $g(x)$ מקיימת: $g'(x) = f(x)$.
 $g'(x)$ ו- $g(x)$ מוגדרות באותו תחום.
 העבירו משיקים לגרף הפונקציה $g(x)$ המקבילים לציר ה- x .
 מה הם שיעורי ה- x של נקודות ההשקה של המשיקים האלה? נמק.

7. נתונה הפונקציה $f(x) = x^2 + ax + b$. a ו- b הם פרמטרים.

הישר $y = -2x - 1$ משיק לגרף הפונקציה
 בנקודה שבה $x = -2$ (ראה ציור).

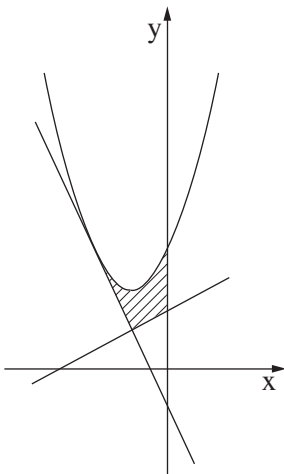
א. מצא את הערך של a ואת הערך של b .

הצב: $a = 2$ ו- $b = 3$, וענה על סעיף ב.

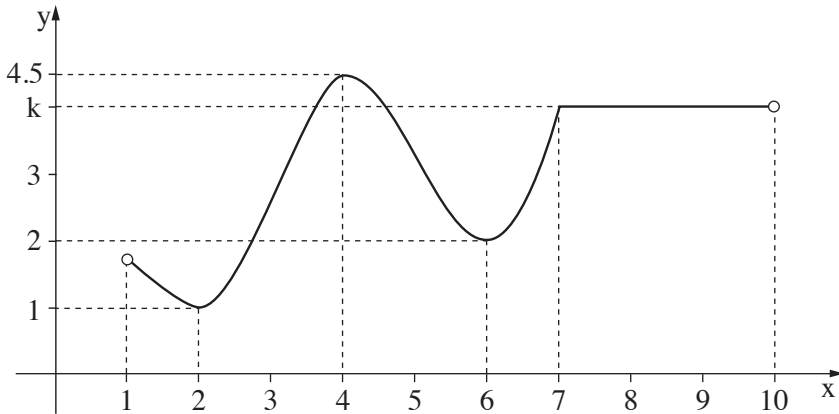
ב. מצא את השטח, המוגבל על ידי גרף הפונקציה $f(x)$,

על ידי המשיק, על ידי הישר $y = \frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$

ועל ידי ציר ה- y (השטח המקווקו בציור).



8. בציור שלפניך מוצג גרף של הפונקציה $f(x)$ בתחום $1 < x < 10$.



הסתמך על הגרף של $f(x)$ ועל הערכים הרשומים על הצירים, וענה על הסעיפים א, ב, ג, ד.

א. מצא עבור אילו ערכים של x השונים מ-7 מתקיים:

(1) $f'(x) < 0$. נמק.

(2) $f'(x) > 0$. נמק.

(3) $f'(x) = 0$. נמק.

ב. נתון: $\int_7^9 k \, dx = 8$, k הוא הפרמטר המסומן על ציר ה- y בציור.

מצא את הערך של הפונקציה $f(x)$ בנקודה שבה $x = 9$.

ג. סרטט סקיצה של גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$ בתחום $2 \leq x \leq 6$.

ד. מצא את השטח המוגבל על ידי הגרף של פונקציית הנגזרת $f'(x)$ ועל ידי ציר ה- x ,

בתחום $2 \leq x \leq 4$ (ערך מספרי).

בהצלחה!