

סוג הבחינה: א. בגרות לבתי ספר על-יסודיים
 ב. בגרות לנבחנים אקסטריניים
 מועד הבחינה: תשע"ג, מועד ב
 מספר השאלון: 316,035806
 נספח: דפי נוסחאות ל-5 יחידות לימוד

מתמטיקה

5 יחידות לימוד — שאלון ראשון

הוראות לנבחן

- א. משך הבחינה: שלוש שעות וחצי.
- ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שלושה פרקים.
- פרק ראשון — אלגברה והסתברות — $16 \frac{2}{3} \times 2$ — $33 \frac{1}{3}$ נקודות
- פרק שני — גאומטריה וטריגונומטריה
- במישור — $16 \frac{2}{3} \times 2$ — $33 \frac{1}{3}$ נקודות
- פרק שלישי — חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי — $16 \frac{2}{3} \times 2$ — $33 \frac{1}{3}$ נקודות
- סה"כ — 100 נקודות
- ג. חומר עזר מותר בשימוש:
- (1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון הניתן לתכנות.
- שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
- (2) דפי נוסחאות (מצורפים).
- ד. הוראות מיוחדות:
- (1) אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.
- (2) התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
- הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.
- חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.
- (3) לטייטה יש להשתמש במחברת הבחינה או בדפים שקיבלת מהמשגיחים.
- שימוש בטייטה אחרת עלול לגרום לפסילת הבחינה.
- הערה: קישורית לדוגמאות תשובה לשאלון זה תתפרסם בדף הראשי של אתר משרד החינוך.
- ההנחיות בשאלון זה מנוסחות בלשון זכר ומכוונות לנבחנות ולנבחנים כאחד.

ב ה צ ל ח ה !

המשך מעבר לדף

ה ש א ל ו ת

שים לב! הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה.
 חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

פרק ראשון — אלגברה והסתברות ($33\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 1-3 (לכל שאלה — $16\frac{2}{3}$ נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

1. ראובן ושמעון חופרים יחד תעלה אחת ב-12 שעות.
 אם ראובן חופר לבד $\frac{1}{3}$ מהתעלה, ולאחר שהוא מסיים את חלקו שמעון חופר לבד את יתר התעלה, החפירה מסתיימת כעבור $23\frac{1}{3}$ שעות.
 כמה תעלות שלמות לכל היותר יחפור ראובן לבד בפחות מ-100 שעות? התעלות זהות לתעלה הנתונה.
 הספקי העבודה של שמעון ושל ראובן אינם משתנים.

2. נתונה סדרה a_n : $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n, \dots$

ונתונה סדרת הסכומים S_n : $S_1, S_2, S_3, \dots, S_n, \dots$

S_n הוא סכום n האיברים הראשונים בסדרה a_n .

סדרת הסכומים S_n מקיימת לכל n טבעי: $S_{n+1} = b \cdot S_n + 3$, $S_1 = 3$, $b \neq 0$

א. הוכח כי הסדרה a_n היא סדרה הנדסית שהמנה שלה היא b .

ב. נתון כי $|b| < 1$.

I. $a_3, a_7, a_{11}, a_{15}, \dots$: II. a_n שתי סדרות הנדסיות, I ו- II:

II. $a_1, -a_3, a_5, -a_7, \dots$

T הוא הסכום של איך-סוף איברי הסדרה I,

M הוא הסכום של איך-סוף איברי הסדרה II.

הבע באמצעות b את היחס $\frac{M}{T}$. פשט את הביטוי ככל האפשר.

3. מבין כל תלמידי י"ב בעיר מסוימת מאתרים תלמידים שיתאימו לקורס ייחודי. הקורס מתאים לתלמידים שיש להם יכולת טכנית. הבוחנות מאבחנות 80% מבין התלמידים שאכן יש להם יכולת טכנית כבעלי יכולת טכנית, ומאבחנות 10% מבין התלמידים שאין להם יכולת טכנית כבעלי יכולת טכנית. מבין התלמידים שאובחנו כבעלי יכולת טכנית, אחוז התלמידים שאכן יש להם יכולת טכנית גדול פי 4 מאחוז התלמידים (בקבוצה זו) שאין להם יכולת זו.
- א. מהי ההסתברות שלתלמיד י"ב בעיר זו אכן יש יכולת טכנית?
- ב. באותה עיר כל אלה שאובחנו כבעלי יכולת טכנית השתתפו בקורס, ורק הם. בעיר יש 600 תלמידי י"ב.
- מבין המשתתפים בקורס לכמה תלמידים אין יכולת טכנית?

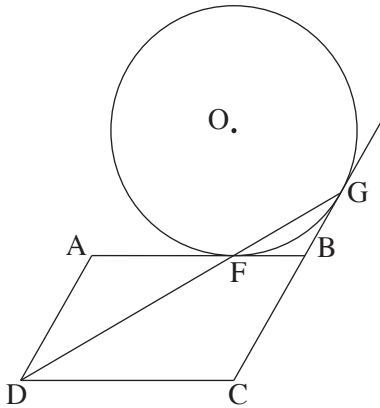
◀ המשך בעמוד 4

פרק שני — גאומטריה וטריגונומטריה במישור (33 $\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 4-6 (לכל שאלה — $16\frac{2}{3}$ נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

4. נתונה מקבילית ABCD.



הצלע AB משיקה למעגל שמרכזו O בנקודה F.

המשך הצלע CB משיק למעגל בנקודה G (ראה ציור).

נתון: $AF = AD$.

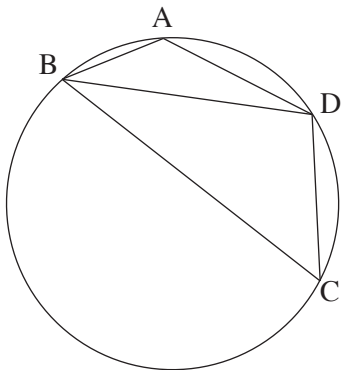
א. הוכח כי הנקודה F נמצאת על הישר DG.

ב. נתון גם: $BO = BC$, $FC \perp DC$.

(1) הוכח כי $OF = FC$.

(2) הוכח כי $FB = \frac{1}{2}BO$.

5. מרובע ABCD חסום במעגל.



המיתר BD חוצה את הזווית ABC (ראה ציור).

נתון: $AB = \sqrt{3}$, $BC = 3\sqrt{3}$,

$\angle ADC = 120^\circ$.

א. (1) מצא את גודל הזווית ABD.

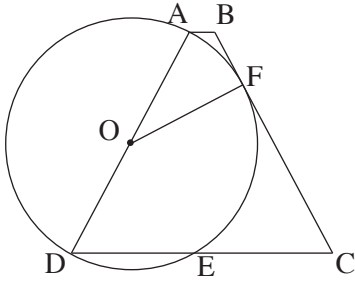
(2) מצא את אורך המיתר BD.

ב. נקודה K נמצאת על המיתר BD

כך ש- $\triangle ABK \sim \triangle DBA$ בהתאמה.

מצא את שטח המשולש ABK.

◀ המשך בעמוד 5



6. נתון טרפז שווה-שוקיים ABCD ($AD = BC$).
 השוק AD היא קוטר במעגל שמרכזו O.
 השוק BC משיקה למעגל בנקודה F.
 המעגל חותך את הבסיס DC בנקודה E (ראה ציור).
 נתון: $\sphericalangle BCD = \alpha$.
 א. הבע באמצעות α את גודל הזווית FOD.
 ב. (1) הבע באמצעות α את גודל הזווית ODF.
 (2) הבע באמצעות α את היחס $\frac{DE}{DC}$.

**פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים,
 של פונקציות שורש, של פונקציות רציונליות
 ושל פונקציות טריגונומטריות** (33 $\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 7-9 (לכל שאלה – 16 $\frac{2}{3}$ נקודות).
שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

7. נתונה הפונקציה $f(x) = x^2 - \cos \frac{x}{2}$ בתחום $2\pi \leq x \leq 5\pi$.
 א. (1) מצא תחומי עלייה וירידה של פונקציית הנגזרת $f'(x)$ (אם יש כאלה) בתחום הנתון.
 (2) הראה כי פונקציית הנגזרת $f'(x)$ חיובית בתחום הנתון.
 (3) רק על פי התשובות לתת-סעיפים (1) ו-(2), סרטט סקיצה של פונקציית הנגזרת $f'(x)$ בתחום הנתון.
 (4) כמה פתרונות יש למשוואה $f'(x) = 40$ בתחום הנתון? נמק.
 ב. (1) רשום את הערך המקסימלי של פונקציית הנגזרת השנייה $f''(x)$ בתחום הנתון.
 (2) האם השטח, המוגבל על ידי הגרף של פונקציית הנגזרת $f'(x)$ ועל ידי הגרף של פונקציית הנגזרת השנייה $f''(x)$ בתחום הנתון, שווה לערך של האינטגרל המסוים $\int_{2\pi}^{5\pi} (f'(x) - f''(x)) dx$? נמק.

8. נתונה הפונקציה $f(x)$ המוגדרת לכל x , ונתונה הפונקציה $g(x)$.

נתון: $g(x) = k + 2x$, $\int_0^1 g(x) dx = 0$, k הוא פרמטר.

א. מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $g(x)$ עם הצירים.

ב. נתון גם כי בתחום $x \geq 0$ מתקיים: $f(x) \geq g(x)$, $f'(x) > 0$, $f(0) = k$.

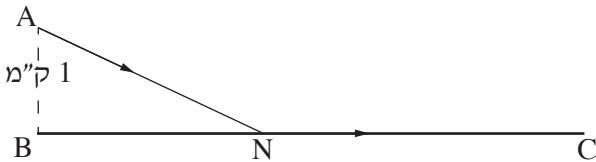
סרטט באותה מערכת צירים סקיצה של הפונקציה $g(x)$ וסקיצה של הפונקציה $f(x)$ בתחום $x \geq 0$. נמק.

ג. בתחום $x \geq 0$ איזה שטח גדול יותר: השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $f(x)$ והצירים או השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $g(x)$, על ידי ציר ה- x ועל ידי הישר $x = 1$? נמק.

ד. נתון גם: $f(x) = x^3 + 3x^2 + ax + f(0)$, a הוא פרמטר,

הגרף של $g(x)$ משיק לגרף של $f(x)$ בנקודה הנמצאת בתחום $x \geq 0$.

מצא את הפונקציה $f(x)$.



9. דני יצא מנקודה A, הנמצאת בשדה

במרחק 1 ק"מ מהכביש BC.

הוא הלך בשדה בקו אלכסוני

במהירות קבועה v ,

והגיע לכביש BC בנקודה כלשהי N (ראה ציור).

דני הלך בכביש במהירות הגדולה פי $\frac{13}{12}$ מהמהירות שבה הלך בשדה, והגיע

לנקודה C בכביש.

המרחק בין B ל-C הוא 6 ק"מ.

מהו אורך המסלול ANC אם ידוע שדני עבר אותו בזמן המינימלי?

בהצלחה!