

## מתמטיקה

## שאלון ו'

## הוראות לנבחן

א. משך הבחינה: שעתיים.

ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שני פרקים.

פרק ראשון	—	אלגברה	—	$33\frac{1}{3} \times 1$	—	$33\frac{1}{3}$	נקודות
פרק שני	—	חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי,					
טריגונומטריה	—			$33\frac{1}{3} \times 2$	—	$66\frac{2}{3}$	נקודות
סה"כ	—				—	100	נקודות

ג. חומר עזר מותר בשימוש:

- (1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון הניתן לתכנות. שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
- (2) דפי נוסחאות (מצורפים).

ד. הוראות מיוחדות:

- (1) אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.
  - (2) התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון. הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת. חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.
  - (3) לטייטה יש להשתמש במחברת הבחינה או בדפים שקיבלת מהמשגיחים. שימוש בטייטה אחרת עלול לגרום לפסילת הבחינה.
- הערה: קישורית לדוגמאות תשובה לשאלון זה תתפרסם בדף הראשי של אתר משרד החינוך.

ההנחיות בשאלון זה מנוסחות בלשון זכר ומכוונות לנבחנות ולנבחנים כאחד.

**בהצלחה!**

## ה ש א ל ו ת

**שים לב!** הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה.  
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

**פרק ראשון – אלגברה** ( $33\frac{1}{3}$  נקודות)

ענה על אחת מהשאלות 1-2.

**שים לב!** אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

1. ראובן ושמעון חופרים יחד תעלה אחת ב-12 שעות.  
אם ראובן חופר לבד  $\frac{1}{3}$  מהתעלה, ולאחר שהוא מסיים את חלקו שמעון חופר לבד את יתר התעלה, החפירה מסתיימת כעבור  $23\frac{1}{3}$  שעות.  
כמה תעלות שלמות לכל היותר יחפור ראובן לבד בפחות מ-100 שעות? התעלות זהות לתעלה הנתונה.  
הספקי העבודה של שמעון ושל ראובן אינם משתנים.
2. א. הוכח באינדוקציה או בכל דרך אחרת כי הביטוי  $a^n - 1$  (a פרמטר טבעי,  $a > 1$ ) מתחלק ב-  $a - 1$  בלי שארית, לכל n טבעי.  
ב. נתון מספר טבעי m. היעזר בתוצאה שקיבלת בסעיף א ורשום 3 מספרים טבעיים (גדולים מ-1) שהביטוי  $15^m - 1$  מתחלק בהם בלי שארית.

**פרק שני — חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי, טריגונומטריה** (66  $\frac{2}{3}$  נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 3-5 (לכל שאלה —  $\frac{1}{3}$  נקודות).

**שים לב!** אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

3. נתונה הפונקציה  $f(x) = x^2 - \cos \frac{x}{2}$  בתחום  $2\pi \leq x \leq 5\pi$ .

א. (1) מצא תחומי עלייה וירידה של פונקציית הנגזרת  $f'(x)$  (אם יש כאלה) בתחום הנתון.

(2) הראה כי פונקציית הנגזרת  $f'(x)$  חיובית בתחום הנתון.

(3) רק על פי התשובות לתת-סעיפים (1) ו-(2), סרטט סקיצה של

פונקציית הנגזרת  $f'(x)$  בתחום הנתון.

(4) כמה פתרונות יש למשוואה  $f'(x) = 40$  בתחום הנתון? נמק.

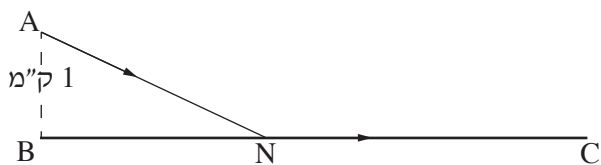
ב. (1) רשום את הערך המקסימלי של פונקציית הנגזרת השנייה  $f''(x)$  בתחום הנתון.

(2) האם השטח, המוגבל על ידי הגרף של פונקציית הנגזרת  $f'(x)$

ועל ידי הגרף של פונקציית הנגזרת השנייה  $f''(x)$  בתחום הנתון, שווה לערך של

$$\int_{2\pi}^{5\pi} (f'(x) - f''(x)) dx$$

האינטגרל המסוים ? נמק.



4. דני יצא מנקודה A, הנמצאת בשדה

במרחק 1 ק"מ מהכביש BC.

הוא הלך בשדה בקו אלכסוני

במהירות קבועה  $v$ ,

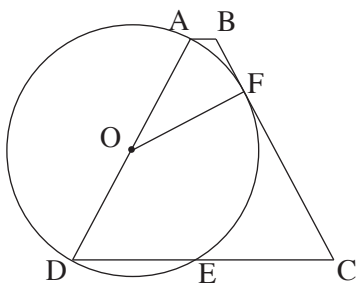
והגיע לכביש BC בנקודה כלשהי N (ראה ציור).

דני הלך בכביש במהירות הגדולה פי  $\frac{13}{12}$  מהמהירות שבה הלך בשדה, והגיע

לנקודה C בכביש.

המרחק בין B ל-C הוא 6 ק"מ.

מהו אורך המסלול ANC אם ידוע שדני עבר אותו בזמן המינימלי?



5. נתון טרפז שווה-שוקיים ABCD ( $AD = BC$ ).

השוק AD היא קוטר במעגל שמרכזו O.

השוק BC משיקה למעגל בנקודה F.

המעגל חותך את הבסיס DC בנקודה E (ראה ציור).

נתון:  $\angle BCD = \alpha$ .

א. הבע באמצעות  $\alpha$  את גודל הזווית FOD.

ב. (1) הבע באמצעות  $\alpha$  את גודל הזווית ODF.

(2) הבע באמצעות  $\alpha$  את היחס  $\frac{DE}{DC}$ .

## בהצלחה!