

מתמטיקה

שאלון ו'

הוראות לנבחן

א. משך הבחינה: שעתיים.

ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שני פרקים.

פרק ראשון — אלגברה
פרק שני — חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי,
טריגונומטריה

$33\frac{1}{3} \times 1 -$ — $33\frac{1}{3}$ נקודות
 $33\frac{1}{3} \times 2 -$ — $66\frac{2}{3}$ נקודות
סה"כ — 100 נקודות

ג. חומר עזר מותר בשימוש:

- (1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון הניתן לתכנות. שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
- (2) דפי נוסחאות (מצורפים).

ד. הוראות מיוחדות:

- (1) אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.
- (2) התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון. הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת. חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.
- (3) לטייטה יש להשתמש במחברת הבחינה או בדפים שקיבלת מהמשגיחים. שימוש בטייטה אחרת עלול לגרום לפסילת הבחינה.

ההנחיות בשאלון זה מנוסחות בלשון זכר ומכוונות לנבחנות ולנבחנים כאחד.

ב ה צ ל ח ה !

ה ש א ל ו ת

שים לב! הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

פרק ראשון – אלגברה (33 $\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על אחת מהשאלות 1-2.

שים לב! אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

1. פועל I ופועל II עובדים במפעל לייצור חלקי חילוף.

שני הפועלים מבצעים יחד עבודה מסוימת.

קצב העבודה הרגיל של פועל I שונה מקצב העבודה הרגיל של פועל II.

אם כל אחד מהפועלים יגביר את קצב העבודה הרגיל שלו ב- 50%,

ההפרש בין זמן העבודה של שני הפועלים יחד בקצב הרגיל ובין זמן העבודה שלהם יחד בקצב

המוגבר יהיה $\frac{2}{15}$ מהזמן שנדרש לפועל I לבצע לבד את העבודה בקצב הרגיל שלו.

א. מצא את היחס בין הזמן שבו פועל I מבצע לבד את העבודה ובין הזמן שבו פועל II

מבצע לבד עבודה זו.

ב. העבודה ששני הפועלים מבצעים יחד היא הכנה של 300 חלקי חילוף.

הפועלים ביצעו יחד עבודה זו בקצב הרגיל שלהם ב- 6 ימים.

כמה חלקי חילוף ביום מכין לבד פועל I בקצב הרגיל שלו?

2. א. הוכח באינדוקציה או בכל דרך אחרת כי לכל n טבעי מתקיים:

$$1^3 - 2^3 + 3^3 - 4^3 + \dots + (2n - 1)^3 = 4n^3 - 3n^2$$

השתמש בשוויון שבסעיף א כדי לפתור את הסעיפים ב, ג.

ב. חשב את הסכום: $1^3 - 2^3 + 3^3 - 4^3 + \dots - 52^3$

ג. הבע באמצעות n את הסכום: $1^3 - 2^3 + 3^3 \dots + (4n - 1)^3$

פרק שני — חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי, טריגונומטריה (66 $\frac{2}{3}$ נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 3-5 (לכל שאלה — $33\frac{1}{3}$ נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

3. נתונה הפונקציה $g(x) = \sin\left(\frac{2\pi}{3} - x\right)$ בתחום $0 \leq x \leq \frac{7}{3}\pi$.

א. מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $g(x)$ עם הצירים.

ב. מצא את השיעורים של נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $g(x)$

עם גרף הפונקציה $f(x) = \sin x$.

ג. הנקודה A נמצאת על גרף הפונקציה $g(x)$ והנקודה B נמצאת על גרף הפונקציה $f(x)$

כך שהקטע AB מקביל לציר ה- y .

(1) מצא את האורך המקסימלי של הקטע AB.

(2) כמה קטעים כמו AB שאורכם מקסימלי מתקבלים בתחום הנתון? נמק.

/המשך בעמוד 4/

4. נתונות שתי פונקציות: $f(x) = x^2 + 4x + b$

$g(x) = -x^2 + c$

b ו- c הם פרמטרים גדולים מ-0.

לגרפים של שתי הפונקציות יש משיק משותף בנקודה משותפת P .

א. הבע באמצעות b (במידת הצורך) את השיעורים של הנקודה P .

ב. סרטט במערכת צירים אחת סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$

וסקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$, אם ידוע כי $b > 4$.

הישר $x = a$ חותך את המשיק המשותף בנקודה D , את הגרף של $f(x)$ בנקודה A

ואת הגרף של $g(x)$ בנקודה B (A, D ו- B הן שלוש נקודות שונות).

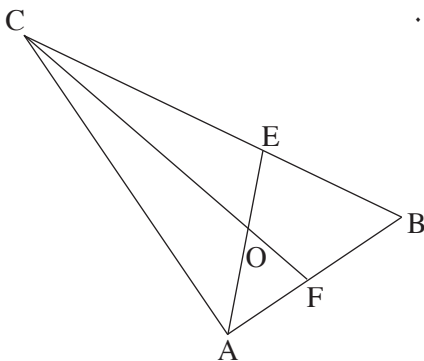
ג. הראה כי הישר PD הוא תיכון במשולש PAB .

ד. השטח המוגבל על ידי הגרף של $f(x)$, על ידי המשיק המשותף

ועל ידי הישרים $x = a$ ו- $x = -a$, הוא S .

הבע באמצעות S את השטח המוגבל על ידי הגרף של $f(x)$, על ידי הגרף של $g(x)$

ועל ידי הישרים $x = a$ ו- $x = -a$.



5. הנקודה O היא מרכז המעגל החוסם במשולש ABC .

המשך AO חותך את הצלע BC בנקודה E .

המשך CO חותך את הצלע AB בנקודה F .

(ראה ציור).

נתון: $\angle ABC = \beta$, $\angle BAC = \alpha$.

א. הבע באמצעות α ו- β את היחס $\frac{AE}{CF}$.

ב. נתון גם: $\frac{AE}{CF} = \frac{1}{2}$, $\beta = 60^\circ$.

הראה כי רדיוס המעגל החוסם את המשולש ACB שווה ל- $\frac{1}{2}BC$.

בהצלחה!