

סוג הבחינה: א. בגרות לבתי ספר על-יסודיים
ב. בגרות לנבחנים אקסטרניים
מועד הבחינה: חורף תשע"ג, 2013
מספר השאלון: 306,035006
נספח: דפי נוסחאות ל-5 יחידות לימוד

מתמטיקה

שאלון ו'

הוראות לנבחן

- א. משך הבחינה: שעתיים.
- ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שני פרקים.
- פרק ראשון — אלגברה — $33 \frac{1}{3} \times 1$ — $33 \frac{1}{3}$ נקודות
- פרק שני — חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי, טריגונומטריה — $33 \frac{1}{3} \times 2$ — $66 \frac{2}{3}$ נקודות
- סה"כ — 100 נקודות
- ג. חומר עזר מותר בשימוש:
- (1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון הניתן לתכנות. שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
- (2) דפי נוסחאות (מצורפים).
- ד. הוראות מיוחדות:
- (1) אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.
- (2) התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון. הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת. חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.
- (3) לטייטה יש להשתמש במחברת הבחינה או בדפים שקיבלת מהמשגיחים. שימוש בטייטה אחרת עלול לגרום לפסילת הבחינה.
- ההנחיות בשאלון זה מנוסחות בלשון זכר ומכוונות לנבחנות ולנבחנים כאחד.**

ב ה צ ל ח ה !

ה ש א ל ו ת

שים לב! הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

פרק ראשון – אלגברה $(\frac{1}{3} 33$ נקודות)

ענה על אחת מהשאלות 1-2.

שים לב! אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

1. דן יצא מתל אביב להרצליה על אופניו, ורכב במהירות קבועה של v קמ"ש.
כעבור $\frac{1}{2}$ שעה מרגע היציאה של דן, גם אילנית יצאה על אופניה מתל אביב להרצליה, ורכבה באותו מסלול במהירות הגדולה ב-2 קמ"ש ממהירותו של דן.
אילנית ודן נפגשו בדרך להרצליה, ו- $\frac{1}{2}$ שעה לאחר הפגישה הגיעה אילנית להרצליה.
מצא באיזה תחום מספרים נמצאת המהירות v , אם נתון כי מסלול הרכיבה מתל אביב להרצליה קטן מ-25 ק"מ וגדול מ-9 ק"מ.

2. א. הוכח באינדוקציה או בדרך אחרת כי לכל n טבעי גדול מ-2 מתקיים:

$$(n+1) \cdot (n+2) \cdot (n+3) \cdot \dots \cdot 2n < 3^{n-1} \cdot 1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot \dots \cdot (2n-1)$$

ב. הוכח כי עבור כל n טבעי מתקיים: $\frac{(n+4) \cdot (n+5) \cdot (n+6) \cdot \dots \cdot (2n+6)}{3^{n+2} \cdot 1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot \dots \cdot (2n+5)} < 1$

פרק שני — חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי, טריגונומטריה (66 $\frac{2}{3}$ נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 3-5 (לכל שאלה — $\frac{1}{3}$ 33 נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

3. נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{6}{x^2 + 3a^2}$. a הוא פרמטר, $a > 0$.

א. מצא (הבע באמצעות a במידת הצורך):

(1) את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

(2) את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים (אם יש כאלה).

(3) את האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקציה $f(x)$ (אם יש כאלה).

(4) את נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$ (אם יש כאלה), וקבע את סוגן.

ב. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ג. ידוע שלפונקציה $f(x)$ יש שתי נקודות פיתול בלבד ובהן $x = \pm a$.

(1) היעזר בגרף של $f(x)$, והבע באמצעות a את התחום שבו

פונקציית הנגזרת השנייה $f''(x)$ חיובית, ואת התחום שבו היא שלילית. נמק.

(2) הבע באמצעות a את שיעורי ה- x של נקודות הקיצון של $f'(x)$, וקבע את סוגן.

ד. הבע באמצעות a את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $f'(x)$, על ידי הישר $x = a$

ועל ידי ציר ה- x . סמן במערכת צירים את השטח המבוקש.

/המשך בעמוד 4/

4. נתונה הפונקציה $f(x) = -\sqrt{\sin x} + \frac{1}{2} \sin x$ בקטע $0 \leq x \leq 3\pi$.

א. בקטע הנתון מצא:

(1) עבור אילו ערכי x הפונקציה מוגדרת.

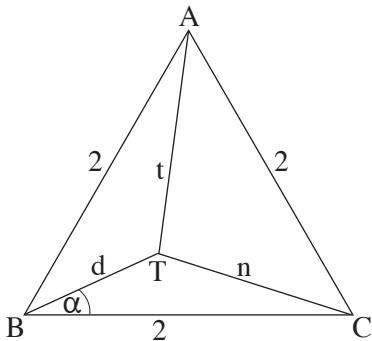
(2) את השיעורים של נקודות הקיצון של הפונקציה, וקבע את סוגן.

ב. (1) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה בקטע הנתון.

(2) מצא משוואת ישר המשיק לגרף הפונקציה בשתי נקודות בדיוק.

ג. האם יש ערכים של x בקטע הנתון שעבורם מתקיים האי-שוויון $\frac{1}{2} \sin x > \sqrt{\sin x}$?

נמק.



5. נתון משולש שווה-צלעות ABC.

נקודה T נמצאת בתוך המשולש (ראה ציור).

נתון: $\angle TBC = \alpha$, $CT = n$ ס"מ, $AT = t$ ס"מ, $BT = d$ ס"מ.

אורך צלע המשולש הוא 2 ס"מ.

א. הוכח כי $\sin(\alpha - 30^\circ) = \frac{n^2 - t^2}{4d}$.

ב. הבע את שטח המשולש ATC באמצעות α ו- d .

בהצלחה!

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל
אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך