

סוג הבחינה: א. בגרות לבתי ספר על-יסודיים
 ב. בגרות לנבחנים אקסטרניים
 מועד הבחינה: תשע"ב, מועד ב
 מספר השאלון: 307,035007
 נספח: דפי נוסחאות ל-5 יחידות לימוד

מתמטיקה

שאלון ז'

הוראות לנבחן

- א. משך הבחינה: שעתיים.
- ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שני פרקים.
 פרק ראשון – גאומטריה אנליטית, וקטורים – $33\frac{1}{3} \times 2$ – $66\frac{2}{3}$ נקודות
 פרק שני – מספרים מרוכבים, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות – $33\frac{1}{3} \times 1$ – $33\frac{1}{3}$ נקודות
 סה"כ – 100 נקודות
- ג. חומר עזר מותר בשימוש:
 (1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון הניתן לתכנות.
 שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
 (2) דפי נוסחאות (מצורפים).
- ד. הוראות מיוחדות:
 (1) אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.
 (2) התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
 הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.
 חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.
 (3) לטייטה יש להשתמש במחברת הבחינה או בדפים שקיבלת מהמשגיחים.
 שימוש בטייטה אחרת עלול לגרום לפסילת הבחינה.

ההנחיות בשאלון זה מנוסחות בלשון זכר ומכוונות לנבחנות ולנבחנים כאחד.

ב ה צ ל ח ה !

ה ש א ל ו ת

שים לב! הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

פרק ראשון — גאומטריה אנליטית, וקטורים ($\frac{2}{3}$ נקודות) 66

ענה על שתיים מהשאלות 1-3 (לכל שאלה — $\frac{1}{3}$ נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

1. במשולש ישר-זווית ABC נתון: $\sphericalangle ACB = 90^\circ$, $C(4, -2)$,

משוואת היתר AB היא $2x + y - 3 = 0$,

שיעור ה־x של קדקוד A גדול משיעור ה־x של קדקוד B.

א. מצא את השיעורים של קדקוד A ואת השיעורים של קדקוד B, שעבורם

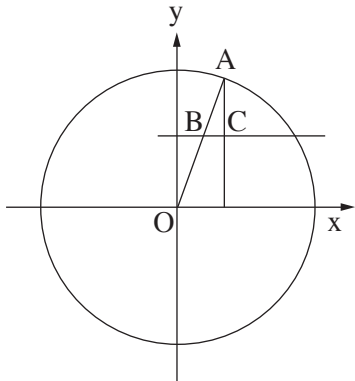
ניצבי המשולש ABC מקבילים לצירים.

ב. נתון כי ניצבי המשולש ABC אינם מקבילים לצירים, אך אורך היתר שלו זהה לאורך היתר

במשולש שבסעיף א.

מצא את השיעורים של קדקוד A ואת השיעורים של קדקוד B במקרה זה.

/המשך בעמוד 3/



2. נתון מעגל שמשוואתו $x^2 + y^2 = 49$.

מנקודה A שעל המעגל מורידים אנך לציר ה- x .

B היא נקודה על רדיוס המעגל OA

כך ש- $\frac{AB}{BO} = \frac{3}{4}$ (O – ראשית הצירים).

דרך B מעבירים ישר המקביל לציר ה- x .

הישר המקביל והאנך נפגשים בנקודה C (ראה ציור).

א. מצא את משוואת המקום הגאומטרי של הנקודות C

הנוצרות באופן שתואר.

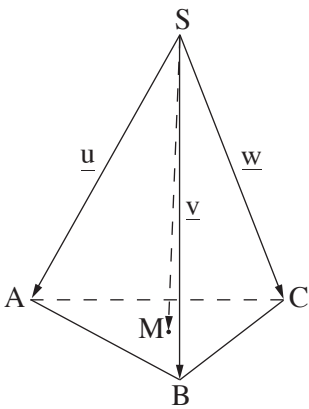
ב. המקום הגאומטרי שאת משוואתו מצאת בסעיף א חותך את ציר ה- y בנקודות D ו- E.

דרך נקודה P שעל המקום הגאומטרי (השונה מהנקודות D ו- E) העבירו את

הישרים PD ו- PE, החותכים את ציר ה- x בנקודות F ו- G בהתאמה.

הוכח כי המכפלה $OF \cdot OG$ היא גודל קבוע ואינה תלויה בבחירת הנקודה P

(O – ראשית הצירים).



3. נתונה פירמידה ישרה $SABC$.

נסמן: $\vec{SA} = \underline{u}$, $\vec{SB} = \underline{v}$, $\vec{SC} = \underline{w}$.

M היא נקודה במישור ABC כך ש- $\vec{SM} = \frac{1}{3}\underline{u} + \frac{1}{3}\underline{v} + \frac{1}{3}\underline{w}$.

נתון: $\underline{u} \cdot \underline{v} = \underline{v} \cdot \underline{w} = \underline{u} \cdot \underline{w}$

א. הוכח כי הווקטור \vec{SM} מאונך למישור ABC.

נתון גם: $\underline{u} = (-\frac{3}{2}, -\frac{\sqrt{3}}{2}, -2)$

$\underline{v} = (\frac{3}{2}, -\frac{\sqrt{3}}{2}, -2)$

$\underline{w} = (0, \sqrt{3}, -2)$, $C(0, \sqrt{3}, 0)$

ב. מצא את משוואת המישור ABC.

ג. דרך קדקוד C העבירו מישור π המקביל למקצוע AB ויוצר זווית של 30°

עם המישור ABC. מצא את משוואת המישור π (מצא את שני הפתרונות).

פרק שני — מספרים מרוכבים,

פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות (33 $\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על אחת מהשאלות 4-5.

שים לב! אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

4. א. z_1 ו- z_2 הם מספרים מרוכבים שונים מאפס. נתון כי $\frac{z_1}{z_2}$ הוא מספר מדומה טהור.

הוכח כי הישר העובר דרך הנקודה z_1 וראשית הצירים מאונך לישר העובר דרך הנקודה z_2 וראשית הצירים.

(הנקודות z_1 ו- z_2 מייצגות במישור גאוס את המספרים הנתונים.)

ב. נתונה הפונקציה $f(x) = a^{\sin(2x)} + b$ בתחום $\frac{\pi}{12} \leq x \leq \frac{\pi}{2}$, $a > 1$.

הערך המינימלי של הפונקציה בתחום הנתון הוא 4.

הערך המקסימלי של הפונקציה בתחום הנתון הוא 6.

מצא את הערך של a , ואת הערך של b .

הערה: אין קשר בין סעיף א לסעיף ב.

5. נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{a \ln x}{\sqrt{x}}$, $a < 0$.

א. מצא:

(1) את תחום ההגדרה של הפונקציה.

(2) את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים (אם יש כאלה).

(3) את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה.

ב. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה.

ג. השטח, החסום על ידי גרף הפונקציה, על ידי ציר ה- x ועל ידי הישר העובר בנקודת הקיצון

של הפונקציה ומאונך לציר ה- x , מסתובב סביב ציר ה- x . נפח גוף הסיבוב שמתקבל הוא $\frac{8\pi}{3}$.

מצא את הערך של a .

בהצלחה!