

סוג הבחינה: א. בגרות לבתי ספר על-יסודיים
ב. בגרות לנבחנים אקסטרניים
מועד הבחינה: קיץ תשע"ב, 2012
מספר השאלון: 306,035006
נספח: דפי נוסחאות ל-5 יחידות לימוד

מתמטיקה

שאלון ו'

הוראות לנבחן

- א. משך הבחינה: שעותיים.
- ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שני פרקים.
פרק ראשון — אלגברה — $33\frac{1}{3} \times 1$ — $33\frac{1}{3}$ נקודות
פרק שני — חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי, טריגונומטריה — $33\frac{1}{3} \times 2$ — $66\frac{2}{3}$ נקודות
סה"כ — 100 נקודות
- ג. חומר עזר מותר בשימוש:
(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון הניתן לתכנות.
שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
(2) דפי נוסחאות (מצורפים).
- ד. הוראות מיוחדות:
(1) אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.
(2) התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.
(3) לטיוטה יש להשתמש במחברת הבחינה או בדפים שקיבלת מהמשגיחים.
שימוש בטיוטה אחרת עלול לגרום לפסילת הבחינה.

ההנחיות בשאלון זה מנוסחות בלשון זכר ומכוונות לנבחנות ולנבחנים כאחד.

בהצלחה!

ה ש א ל ו ת

שים לב! הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

פרק ראשון – אלגברה ($33\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על אחת מהשאלות 1-2.

שים לב! אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

1. צינור הזרים לברכה 10 מ"ק מים בקצב קבוע. לאחר הפסקה של $\frac{1}{3}$ שעה הוגבר קצב ההזרמה של הצינור ב-3 מ"ק לשעה. בקצב המוגבר הזרים הצינור עוד 20 מ"ק מים. הזמן שהצינור הזרים את המים, כולל ההפסקה, זהה לזמן שהיה נדרש לצינור, לו היה מזרים 30 מ"ק מים בלי הפסקה בקצב שלפני ההגברה.
א. חשב כמה זמן הזרים הצינור את המים עד ההפסקה.
ב. נתון גם כי הצינור ממלא $\frac{1}{3}$ מנפח ברכה ריקה ב-18 שעות, כאשר הוא מזרים מים בקצב שלפני ההגברה.
שני צינורות מזרימים יחד מים לברכה הריקה באותו קצב. קצב זה קטן מהקצב המוגבר של הצינור הנתון וגדול מהקצב שלפני ההגברה.
באיזה תחום שעות יהיה הזמן שבו שני הצינורות ימלאו את הברכה?

2. א. היעזר בשוויון

$$\frac{1}{(3n-2)^2} - \frac{1}{(3n+1)^2} = \frac{18n-3}{(3n-2)^2(3n+1)^2}$$

ומצא נוסחה לסכום n האיברים הראשונים שלפניך:

$$\frac{15}{1^2 \cdot 4^2} + \frac{33}{4^2 \cdot 7^2} + \frac{51}{7^2 \cdot 10^2} + \dots + \frac{18n-3}{(3n-2)^2(3n+1)^2}$$

ב. הוכח באינדוקציה את נכונות הנוסחה שמצאת בסעיף א.

פרק שני — חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי, טריגונומטריה (66 $\frac{2}{3}$ נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 3-5 (לכל שאלה — $33\frac{1}{3}$ נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

3. א. נתון כי הפונקציה $f(x)$ היא פונקציה רציונלית המקיימת:

– לפונקציה יש שלוש אסימפטוטות: $x = 4$, $x = -1$, $y = 0$

– הפונקציה מוגדרת לכל $x \neq -1$ ו- $x \neq 4$

– $f(0) > 0$

– $f(1.5) = 0$

– $f'(x) < 0$ בקטע $-1 < x < 4$

– $f(x) < 0$ עבור $x > 4$ ו- $f(x) > 0$ עבור $x < -1$

(1) על פי הנתונים שבסעיף זה, סרטט סקיצה אפשרית של גרף הפונקציה $f(x)$.

(2) על פי הגרף שסרטטת, הראה כי לפונקציית הנגזרת $f'(x)$ יש נקודת קיצון

בתחום $-1 < x < 4$, וקבע את סוגה. נמק.

אין צורך למצוא את השיעורים של נקודת הקיצון.

ב. נתון גם כי הפונקציה $f(x)$ מקיימת $f(x) = \frac{3a - 3bx}{(x^2 - ax + c)^2}$.

a , b ו- c הם פרמטרים.

מצא את השיעורים של נקודת החיתוך של הישר $x = -2$ עם גרף הפונקציה $f(x)$.

4. נתונה הפונקציה $f(x) = 4 \sin^2 x \cdot \cos^2 x$ בתחום $0 \leq x \leq \pi$.
בתחום הנתון:

א. מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים.

ב. מצא את נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגן.

ג. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ד. הוכח כי לכל x מתקיים: $0 \leq 8 \sin^2 x \cdot \cos^2 x \leq 2$.

ה. (1) נתונה הפונקציה $g(x) = \frac{1}{2}x - \frac{1}{8} \sin(4x)$.

הראה כי $g'(x) = f(x)$.

(2) בתחום הנתון מצא את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $f(x)$ ועל ידי ציר ה- x .

5. טרפז שווה-שוקיים ABCD ($DC \parallel AB$)

חסום במעגל שמרכזו M.

הבסיס AB הוא קוטר במעגל זה.

אלכסוני הטרפז נפגשים בנקודה L.

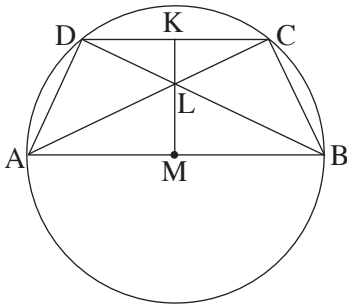
המשך ML חותך את DC בנקודה K (ראה ציור).

נתון כי $\angle BAD = \alpha$.

א. הבע באמצעות α את היחס $\frac{KL}{LM}$.

ב. אם נתון כי $\alpha = 60^\circ$ ושטח המשולש DLC הוא S,

הבע באמצעות S את שטח המשולש DMC.



בהצלחה!