

סוג הבחינה: א. בגרות לבתי ספר על-יסודיים  
ב. בגרות לנבחנים אקסטרניים  
מועד הבחינה: חורף תשע"ב, 2012  
מספר השאלון: 306, 035006  
נספח: דפי נוסחאות ל-5 יחידות לימוד

## מתמטיקה

### שאלון ו'

#### הוראות לנבחן

א. משך הבחינה: שעתיים.

ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שני פרקים.

פרק ראשון — אלגברה —  $33\frac{1}{3} \times 1$  — 33  $\frac{1}{3}$  נקודות

פרק שני — חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי,

טריגונומטריה —  $33\frac{1}{3} \times 2$  — 66  $\frac{2}{3}$  נקודות

סה"כ — 100 נקודות

ג. חומר עזר מותר בשימוש:

(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון הניתן לתכנות.

שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.

(2) דפי נוסחאות (מצורפים).

ד. הוראות מיוחדות:

(1) אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.

(2) התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר

החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.

הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.

חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

(3) לטיוטה יש להשתמש במחברת הבחינה או בדפים שקיבלת מהמשגיחים.

שימוש בטיוטה אחרת עלול לגרום לפסילת הבחינה.

**ההנחיות בשאלון זה מנוסחות בלשון זכר ומכוונות לנבחנות ולנבחנים כאחד.**

**ב ה צ ל ח ה !**

## ה ש א ל ו ת

**שים לב!** הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה.  
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

### פרק ראשון – אלגברה ( $33\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על אחת מהשאלות 1-2.

**שים לב!** אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

1. משאית יצאה מעיר A לעיר B. בדיוק באותו רגע יצאה מכונית מעיר B לעיר A. כאשר הגיעה המכונית ל-A היא חזרה מיד ל-B, וכאשר הגיעה ל-B היא מיד שוב יצאה ל-A. המכונית פגשה בדרכה את המשאית שלוש פעמים, לפני שהמשאית הגיעה ל-B. הפגישה הראשונה הייתה כעבור 2 שעות מרגע היציאה של המכונית והמשאית לדרך. הפגישה השנייה הייתה כעבור  $4\frac{2}{3}$  שעות מרגע היציאה. הפגישה השלישית הייתה במרחק 40 ק"מ מ-B. מצא את המהירות של המשאית. (המהירויות של המשאית והמכונית אינן משתנות.)

2. האיבר ה-n בסדרה הוא: 
$$a_n = \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{5}{6} \cdot \dots \cdot \frac{2n-1}{2n}$$

א. הוכח באינדוקציה או בדרך אחרת כי לכל n טבעי מתקיים האי־שוויון:

$$a_n \geq \frac{1}{2\sqrt{n}}$$

ב. הסבר מדוע לכל n טבעי מתקיים האי־שוויון:  $a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n \geq \frac{n}{2\sqrt{n}}$

**פרק שני — חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי, טריגונומטריה** (66  $\frac{2}{3}$  נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 3-5 (לכל שאלה —  $\frac{1}{3}$  33 נקודות).

**שים לב!** אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

3. נתונה הפונקציה  $f(x) = \frac{x}{\sqrt{2x} - 2}$ .

א. (1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה.

(2) מצא את האסימפטוטות של הפונקציה המקבילות לצירים (אם יש כאלה).

(3) מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים (אם יש כאלה).

(4) מצא את השיעורים של נקודות הקיצון של הפונקציה, וקבע את סוגן.

(5) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה.

ב. נתונה הפונקציה  $g(x)$ , המוגדרת בתחום ההגדרה של  $f(x)$ .

הנגזרת של  $g(x)$  מקיימת:  $g'(x) = f(x) \cdot f'(x)$ .

מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה  $g(x)$ . נמק.

4. נתונה הפונקציה  $f(x) = \frac{-a \cdot 16 \cos x}{\sqrt{16 \sin x + 9}}$  בתחום  $-\frac{\pi}{6} \leq x \leq \frac{7\pi}{6}$ .

$a$  הוא פרמטר גדול מ-0. הפונקציה מוגדרת לכל  $x$  בתחום הנתון.

א. בתחום הנתון מצא עבור אילו ערכי  $x$ :

(1)  $f(x) > 0$ . נמק.

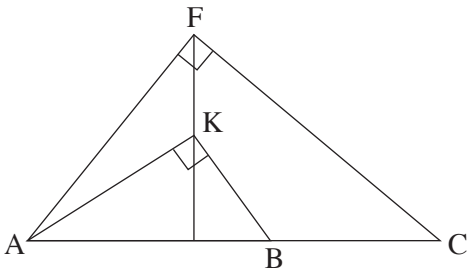
(2)  $f(x) < 0$ . נמק.

ב. מצא את ערך האינטגרל  $\int_{-\frac{\pi}{6}}^{\frac{7\pi}{6}} f(x) dx$ .

ג. נתון כי השטח, המוגבל על ידי גרף הפונקציה  $f(x)$ , על ידי ציר ה- $x$

ועל ידי הישרים  $x = -\frac{\pi}{6}$  ו- $x = \frac{7\pi}{6}$ , שווה ל-8.

מצא את הערך של  $a$ .



5. במשולש ישר-זווית  $AFC$  ( $\angle AFC = 90^\circ$ )

הנקודה  $K$  נמצאת על הגובה ליתר

כך ש-  $\angle FAK = \beta$  ו-  $\angle KAC = \alpha$ .

$B$  היא נקודה על היתר  $AC$

כך ש-  $\angle AKB = 90^\circ$  (ראה ציור).

רדיוס המעגל החוסם את המשולש  $AFC$  הוא  $R$ ,

ורדיוס המעגל החוסם את המשולש  $AKB$  הוא  $r$ .

א. (1) הבע באמצעות  $\alpha$  ו-  $\beta$  את היחס  $\frac{AF}{AK}$ .

(2) הבע באמצעות  $\alpha$  ו-  $\beta$  את היחס  $\frac{R}{r}$ .

ב. הבע באמצעות  $R$  ו-  $r$  בלבד את רדיוס המעגל החוסם את המשולש  $AKF$ .

## בהצלחה!