

סוג הבחינה: א. בגרות לבתי ספר על-יסודיים  
ב. בגרות לנבחנים אקסטרניים  
מועד הבחינה: קיץ תשע"א, 2011  
מספר השאלון: 306, 035006  
נספח: דפי נוסחאות ל-5 יחידות לימוד

## מתמטיקה

### שאלון ו'

### הוראות לנבחן

א. משך הבחינה: שעתיים.

ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שני פרקים.

פרק ראשון – אלגברה  
פרק שני – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי,  
טריגונומטריה

$33\frac{1}{3}$  –  $33\frac{1}{3} \times 1$  – 33 נקודות  
 $66\frac{2}{3}$  –  $33\frac{1}{3} \times 2$  – 66 נקודות  
100 נקודות – סה"כ

ג. חומר עזר מותר בשימוש:

- (1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון הניתן לתכנות. שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
- (2) דפי נוסחאות (מצורפים).

ד. הוראות מיוחדות:

- (1) אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.
- (2) התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.  
הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.  
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.
- (3) לטיוטה יש להשתמש במחברת הבחינה או בדפים שקיבלת מהמסגיחים. שימוש בטיוטה אחרת עלול לגרום לפסילת הבחינה.

ההנחיות בשאלון זה מנוסחות בלשון זכר ומכוונות לנבחנות ולנבחנים כאחד.

**בהצלחה!**

## ה ש א ל ו ת

**שים לב!** הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה.  
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

### פרק ראשון – אלגברה ( $\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על אחת מהשאלות 1-2.

**שים לב!** אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

1. במפעל לייצור מחשבוניים עובדים פועלים ותיקים ופועלים חדשים.

פועל ותיק ופועל חדש התבקשו להרכיב מחשבוניים.

לו פועל ותיק היה עובד  $\frac{1}{3}$  מהזמן שנדרש לעובד חדש לבצע לבד עבודה זו,

ופועל חדש היה עובד  $\frac{1}{3}$  מהזמן שנדרש לעובד ותיק לבצע לבד עבודה זו,

אז יחד הם היו מבצעים  $\frac{13}{18}$  מעבודה זו.

פועל ותיק מבצע לבד את העבודה במספר שעות קטן יותר מזה הדרוש לפועל חדש.

א. מצא פי כמה גדול מספר השעות הדרוש לפועל חדש לבצע לבד את העבודה,

ממספר השעות הדרוש לפועל ותיק לבצע לבד את העבודה.

ב. נתון כי פועל ותיק מרכיב 9 מחשבוניים בשעה.

(1) כמה מחשבוניים בשעה מרכיב פועל חדש?

(2) מקימים שני צוותי עבודה: בצוות I יש פועל אחד חדש ושני פועלים ותיקים.

בצוות II יש פועל אחד ותיק ושני פועלים חדשים.

כל צוות הרכיב אותו מספר מחשבוניים.

צוות I עבד שעה אחת פחות מאשר צוות II.

מצא כמה שעות עבד צוות II.

(כל הפועלים הוותיקים עובדים באותו קצב, וכל הפועלים החדשים עובדים באותו

קצב).

2. א. הוכח באינדוקציה או בדרך אחרת כי לכל  $n$  טבעי גדול מ-1 מתקיים:  
 $2^{n-1}(2^n + 3^n) > 5^n$

ב. בהסתמך על סעיף א הוכח:

$$2^{1+2+3+\dots+100} \cdot (2^2 + 3^2) \cdot (2^3 + 3^3) \cdot (2^4 + 3^4) \cdot \dots \cdot (2^{101} + 3^{101}) > 5^{5150}$$

### פרק שני – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי, טריגונומטריה (66 $\frac{2}{3}$ נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 3-5 (לכל שאלה –  $33\frac{1}{3}$  נקודות).

**שים לב!** אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

3. נתונה הפונקציה  $f(x) = \frac{ax}{\sqrt{x^2 - a^2}}$ .  $a$  הוא פרמטר שונה מאפס.

א. עבור  $a > 0$  מצא (הבע באמצעות  $a$  במידת הצורך):

(1) את תחום ההגדרה של הפונקציה.

(2) את האסימפטוטות של הפונקציה המקבילות לצירים.

(3) תחומי עלייה וירידה של הפונקציה (אם יש כאלה).

(4) נקודות חיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים (אם יש כאלה).

ב. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה:

(1) עבור  $a > 0$ .

(2) עבור  $a < 0$ .

ג. נתונה הפונקציה  $g(x) = f(x) - a$ ,  $a > 0$ .

(1) מה הן האסימפטוטות של הפונקציה  $g(x)$ ? (הבע באמצעות  $a$  במידת הצורך).

(2) מה הם הערכים שהפונקציה  $g(x)$  יכולה לקבל?

(הבע באמצעות  $a$  במידת הצורך).

4. נתונה הפונקציה  $f(x) = \cos(x^2 - 2x)$  בתחום  $-0.5 \leq x \leq 2.5$ .

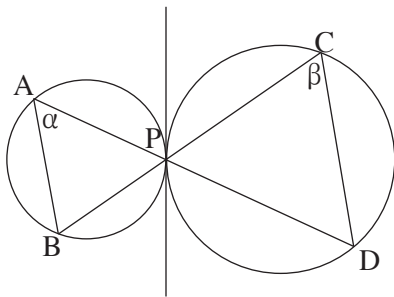
א. בתחום הנתון מצא את השיעורים של נקודות הקיצון של הפונקציה, וקבע את סוגן.

ב. בתחום הנתון סרטט סקיצה של גרף הפונקציה.

ג. בתחום  $0 \leq x \leq 2$  מצא את השטח המוגבל על ידי הגרף של פונקציית הנגזרת  $f'(x)$  ועל ידי ציר ה- $x$ .

תוכל להיעזר בסקיצה של פונקציית הנגזרת  $f'(x)$ .

בתשובותיך דייק במידת הצורך עד שתי ספרות אחרי הנקודה העשרונית.



5. לשני מעגלים יש משיק משותף

המשיק לשניהם בנקודה P.

נקודות C ו-D נמצאות על מעגל אחד

ונקודות A ו-B נמצאות על המעגל האחר

כך שהקטעים AD ו-CB נפגשים בנקודה P (ראה ציור).

נתון: רדיוס המעגל העובר דרך הנקודות C, D ו-P הוא 4.5 ס"מ,

$$\angle DCP = \beta, \quad \angle BAP = \alpha, \quad \frac{CD}{AB} = \frac{3}{2}$$

א. מצא את רדיוס המעגל העובר דרך הנקודות A, B ו-P.

ב. הבע באמצעות  $\alpha$  ו- $\beta$  את אורך הקטע BD.

ג. אם נתון גם כי  $\frac{PD}{PB} = \frac{3}{2}$ , הראה כי  $BD = 3 \sin \alpha \cdot \sqrt{1 + 24 \sin^2 \alpha}$ .

( $\alpha$  ו- $\beta$  הן זוויות חדות.)

## בהצלחה!