

סוג הבחינה: א. בגרות לבתי ספר על-יסודיים
ב. בגרות לנבחנים אקסטרניים
מועד הבחינה: חורף תשע"א, 2011
מספר השאלון: 307, 035007
נספח: דפי נוסחאות ל-4 ול-5 יחידות לימוד

מתמטיקה

שאלון ז'

הוראות לנבחן

- א. משך הבחינה: שעתיים.
- ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שני פרקים.
פרק ראשון – גאומטריה אנליטית, וקטורים – $33\frac{1}{3} \times 2$ – $66\frac{2}{3}$ נקודות
פרק שני – מספרים מרוכבים,
פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות – $33\frac{1}{3} \times 1$ – $33\frac{1}{3}$ נקודות
סה"כ – 100 נקודות
- ג. חומר עזר מותר בשימוש:
(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון הניתן לתכנות.
שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
(2) דפי נוסחאות (מצורפים).
- ד. הוראות מיוחדות:
(1) אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.
(2) התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.
(3) לטיוטה יש להשתמש במחברת הבחינה או בדפים שקיבלת מהמשגיחים.
שימוש בטיוטה אחרת עלול לגרום לפסילת הבחינה.
- ההנחיות בשאלון זה מנוסחות בלשון זכר ומכוונות לנבחנות ולנבחנים כאחד.**

בהצלחה!

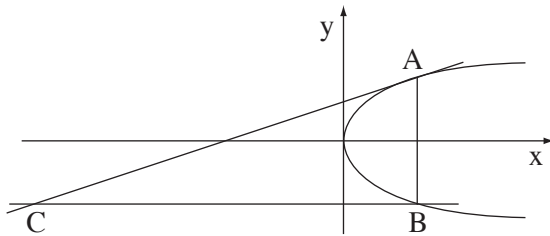
ה ש א ל ו ת

שים לב! הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

פרק ראשון – גאומטריה אנליטית, וקטורים ($\frac{2}{3}$ נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 1-3 (לכל שאלה – $\frac{1}{3}$ נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.



1. A ו- B הן נקודות כלשהן על

הפרבולה $y^2 = 2px$, $p > 0$

כך שהמיתר AB מקביל לציר ה- y .

יש, המשיק לפרבולה בנקודה A ,

חותך בנקודה C את הישר שעובר

דרך הנקודה B ומקביל לציר ה- x (ראה ציור).

א. (1) הבע באמצעות p את משוואת המקום הגאומטרי של הנקודות C

הנוצרות באופן שתואר.

(2) סרטט במערכת צירים סקיזה של המקום הגאומטרי שאת משוואתו מצאת.

ב. נתון כי שיעור ה- y של נקודה C , הנמצאת על המקום הגאומטרי שאת משוואתו

מצאת, הוא $y = -2p$.

חשב במקרה זה את הזווית שבין המשיק לפרבולה, CA , ובין ציר ה- x .

2. נתונה ההיפרבולה $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$. הוא המוקד הימני של ההיפרבולה. $(c, 0)$.

א. הוכח כי $\frac{a^2}{c} < a$.

הישר $x = \frac{a^2}{c}$ חותך אסימפטוטה אחת של ההיפרבולה בנקודה A, ואת האסימפטוטה

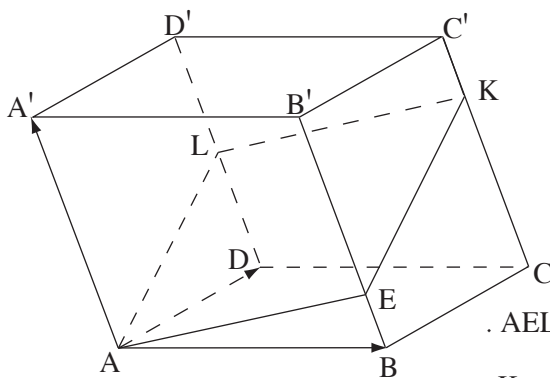
האחרת בנקודה B.

ב. הוכח כי המשולש ABO הוא שווה-שוקיים (O – ראשית הצירים),

והראה כי אורך השוק שלו שווה ל- a.

ג. נתון גם כי המשולש ABO הוא שווה-צלעות.

בטא באמצעות a את משוואת המעגל החוסם את המשולש ABO.



3. נתון מקבילון ABCDA'B'C'D'.

(גוף שכל פאותיו הן מקביליות).

נקודה L היא אמצע המקצוע DD'.

נקודה E נמצאת על המקצוע BB'.

$$\frac{B'E}{EB} = 3 \text{ ש-כך}$$

נתון כי המקצוע AA' מאונך למישור AEL.

המישור חותך את המקצוע CC' בנקודה K.

(ראה ציור).

$$\vec{CK} = m\vec{CC'}, \quad \vec{AA'} = \underline{w}, \quad \vec{AD} = \underline{v}, \quad \vec{AB} = \underline{u}$$

א. מצא את הערך של m.

ב. נתון כי ההצגה הפרמטרית של הישר CC' היא $\underline{x} = (4, 5, 8) + t(1, -1, 2)$,

הנקודה $(2, -1, 3)$ נמצאת במישור AEL, ושיעורי הקדקוד C' הם $(x, y, 0)$.

מצא את מרחק הקדקוד C מהמישור AEL.

פרק שני – מספרים מרוכבים,

פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות (33 $\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על אחת מהשאלות 4-5.

שים לב! אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

4. א. z_1, z_2, z_3 הם שלושה מספרים מרוכבים שונים הנמצאים על ישר אחד שעובר דרך ראשית הצירים.

z_1 ו- z_2 נמצאים ברביע הראשון, ו- z_3 נמצא ברביע השלישי.

$$z_1 = r_1 (\cos \alpha + i \sin \alpha) \text{ נסמן}$$

הבע את המנה $\frac{z_1 - z_3}{z_2 - z_3}$ באמצעות הערכים המוחלטים של z_1, z_2, z_3 .

ב. מצא עבור אילו ערכים של b מתקיים: $\int_{-2}^b x e^{-x^2} dx > 0$.

הערה: אין קשר בין סעיף א לסעיף ב.

5. נתונות שלוש פונקציות, I, II, III :

$$\text{I. } y = -2x + 4 \quad \text{II. } y = \ln x \quad \text{III. } y = \ln x + 2x - 4$$

א. מצא את תחום ההגדרה של כל אחת מהפונקציות, ומצא את האסימפטוטות שלהן המקבילות לצירים (אם יש כאלה).

ב. (1) סרטט במערכת צירים אחת סקיצה של גרף הפונקציה I וסקיצה של גרף

הפונקציה II. ציין מספרים על ציר ה- x .

(2) הסבר מדוע נקודת החיתוך בין הגרפים של הפונקציות I ו-II חייבת להימצא

בתחום $1 < x < 2$.

ג. (1) מצא תחומי עלייה וירידה של הפונקציה III (אם יש כאלה).

(2) ציין בין אילו ערכי x שלמים ועוקבים נמצאת נקודת החיתוך של גרף

הפונקציה III עם ציר ה- x . נמק.

(3) לגרפים שסרטטת בתת-סעיף ב (1), הוסף בקו מרוסק (---) סקיצה של

גרף הפונקציה III.

ד. חשב את השטח המוגבל על ידי הגרף של פונקציה II, על ידי הגרף של פונקציה III

ועל ידי הישרים $x = 1.5$ ו- $x = 2.5$.

בהצלחה!