

סוג הבחינה: א. בגרות לבתי ספר על-יסודיים
ב. בגרות לנבחנים אקסטרניים
מועד הבחינה: חורף תשע"א, 2011
מספר השאלון: 306, 035006
נספח: דפי נוסחאות ל-4 ול-5 יחידות לימוד

מתמטיקה

שאלון ו'

הוראות לנבחן

- א. משך הבחינה: שעתיים.
- ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שני פרקים.
- פרק ראשון – אלגברה – $33\frac{1}{3} \times 1$ – $33\frac{1}{3}$ נקודות
- פרק שני – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי, טריגונומטריה – $33\frac{1}{3} \times 2$ – $66\frac{2}{3}$ נקודות
- סה"כ – 100 נקודות
- ג. חומר עזר מותר בשימוש:
- (1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון הניתן לתכנות. שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
- (2) דפי נוסחאות (מצורפים).
- ד. הוראות מיוחדות:
- (1) אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.
- (2) התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
- הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת. חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.
- (3) לטיוטה יש להשתמש במחברת הבחינה או בדפים שקיבלת מהמשגיחים. שימוש בטיוטה אחרת עלול לגרום לפסילת הבחינה.
- ההנחיות בשאלון זה מנוסחות בלשון זכר ומכוונות לנבחנות ולנבחנים כאחד.**

ב ה צ ל ח ה !

ה ש א ל ו ת

שים לב! הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

פרק ראשון – אלגברה ($33\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על אחת מהשאלות 1-2.

שים לב! אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

1. נהג יצא מעיר A לכיוון עיר B. המרחק בין שתי הערים הוא 120 ק"מ.
בהתחלה נסע הנהג במהירות קבועה כפי שתכנן, אבל כעבור $\frac{3}{4}$ שעה מתחילת נסיעתו הייתה תקלה ברכבו.
הנהג חזר מיד לכיוון A, ונסע 10 ק"מ במהירות של 50 קמ"ש עד למוסך הנמצא בדרך ל-A.

המוסך טיפל בתקלה במשך 33 דקות, ומיד לאחר הטיפול יצא הנהג לכיוון B במהירות הקטנה ב- 10 קמ"ש ממהירות נסיעתו עד התקלה.
הוא הגיע ל-B באיחור של שעה אחת לעומת השעה המתוכננת.
מה הייתה מהירות הנסיעה של הנהג עד התקלה?

2. א. הוכח באינדוקציה או בכל דרך אחרת כי לכל n טבעי מתקיים:
$$2 \cdot 4 + 5 \cdot 4^2 + 8 \cdot 4^3 + 11 \cdot 4^4 + \dots + (6n - 1) \cdot 4^{2n} = \frac{(6n - 2) \cdot 4^{2n+1} + 8}{3}$$

ב. הראה כיצד אפשר לחשב על סמך סעיף א את הסכום
 $2 \cdot 4 + 5 \cdot 16 + 8 \cdot 64 + \dots + 26 \cdot 262,144$, וחשב אותו.

פרק שני – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי, טריגונומטריה (66 $\frac{2}{3}$ נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 3-5 (לכל שאלה – $33\frac{1}{3}$ נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

3. נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{x^2 - a}{x^2 + 3a} - 1$

a הוא פרמטר, $a > 0$.

א. מצא (הבע באמצעות a במידת הצורך):

- (1) את תחום ההגדרה של הפונקציה.
- (2) תחומי עלייה וירידה של הפונקציה.
- (3) את שיעורי ה- x של נקודות הפיתול של הפונקציה. נמק.
- (4) נקודות חיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים (אם יש כאלה).
- (5) אסימפטוטות של הפונקציה המאונכות לצירים (אם יש כאלה).

ב. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

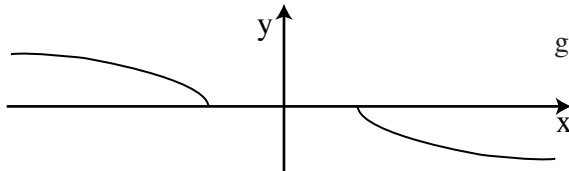
ג. הסבר את השינויים בגרף הפונקציה $f(x)$ עבור $a < 0$

לעומת גרף הפונקציה עבור $a > 0$:

- (1) בתחום ההגדרה של הפונקציה.
- (2) בתחומי העלייה והירידה של הפונקציה.
- (3) בנקודות הפיתול של הפונקציה.

4. נתונות הפונקציות: $f(x) = \sqrt{-x-4}$

$$g(x) = -\sqrt{x-4}$$



(ראה ציור).

א. מצא את תחום ההגדרה של

כל אחת מהפונקציות הנתונות.

לפונקציות יש משיק משותף, המשיק לגרף הפונקציה $f(x)$ בנקודה שבה $x = x_0$.

ב. (1) הבע באמצעות x_0 את השיעורים של הנקודה שבה המשיק המשותף משיק

לגרף הפונקציה $g(x)$.

(2) מצא את השיעורים של נקודת ההשקה שהבעת בתת-סעיף ב (1) (ערכים מספריים).

ג. השטח, המוגבל על ידי המשיק המשותף, על ידי הגרף של $f(x)$, על ידי הגרף של $g(x)$

ועל ידי ציר ה- x , מסתובב סביב ציר ה- x .

מצא את הנפח של גוף הסיבוב שנוצר.

5. משולש חד-זוויות ABC חסום במעגל שמרכזו O .

CF הוא קוטר במעגל, והמשך הרדיוס

BO חותך את הצלע AC בנקודה D ,

כמתואר בציור.

נתון: $\angle ABD = \alpha$

הקשת \widehat{BC} ארוכה פי 2 מהקשת \widehat{FB}

א. חשב את גודל הזווית BAC .

ב. הבע באמצעות α את היחס בין שטח המשולש BAD לשטח המשולש BAC .

ג. נתון גם כי $\frac{AD}{AB} = \frac{2}{3}$.

חשב את יחס השטחים שהבעת בסעיף ב.

בהצלחה!