

סוג הבחינה: א. בגרות לבתי ספר על-יסודיים  
ב. בגרות לנבחנים אקסטרניים  
מועד הבחינה: תש"ע, מועד ב  
מספר השאלון: 306, 035006  
נספח: דפי נוסחאות ל-4 ול-5 יחידות לימוד

## מתמטיקה

### שאלון ו'

#### הוראות לנבחן

- א. משך הבחינה: שתיים.
- ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שני פרקים.
- פרק ראשון – אלגברה –  $33 \frac{1}{3} \times 1$  –  $33 \frac{1}{3}$  נקודות
- פרק שני – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי, טריגונומטריה –  $33 \frac{1}{3} \times 2$  –  $66 \frac{2}{3}$  נקודות
- סה"כ – 100 נקודות
- ג. חומר עזר מותר בשימוש:
- (1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון הניתן לתכנות. שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
- (2) דפי נוסחאות (מצורפים).
- ד. הוראות מיוחדות:
- (1) אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.
- (2) התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
- הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת. חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.
- (3) לטיוטה יש להשתמש במחברת הבחינה או בדפים שקיבלת מהמשגיחים. שימוש בטיוטה אחרת עלול לגרום לפסילת הבחינה.
- ההנחיות בשאלון זה מנוסחות בלשון זכר ומכוונות לנבחנות ולנבחנים כאחד.**

**בהצלחה!**

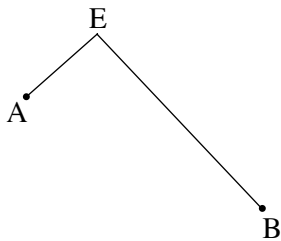
## ה ש א ל ו ת

**שים לב!** הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה.  
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

### פרק ראשון – אלגברה (33 1/3 נקודות)

ענה על אחת מהשאלות 1-2.

**שים לב!** אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.



1. רוכב אופניים רכב מעיר A לעיר B.

במסלול שבין שתי הערים יש תחילה עלייה ואחר כך ירידה (ראה ציור).

מהירות הרוכב בירידה היא קבועה, וגדולה ב- 10 קמ"ש ממהירותו בעלייה.

הרוכב עבר את הדרך מ-A ל-B ב- 4.5 שעות, ואת הדרך מ-B ל-A עבר ב- 6 שעות. מהירות הרוכב בעלייה שבדרך מ-A ל-B שווה למהירות הרוכב בעלייה שבדרך מ-B ל-A, וגם מהירות הרוכב בירידה בכל אחת מהדרכים היא אותה מהירות. אורך המסלול בין שתי הערים הוא 70 ק"מ.

א. מצא את מהירות הרוכב בעלייה.

ב. מצא את אורך המסלול מ-E ל-B.

2. נתונה סדרה המוגדרת על ידי כלל הנסיגה:

$$\begin{cases} a_1 = 3 \\ a_{n+1} = a_n + 2n + 3 \end{cases}$$

א. הוכח באינדוקציה או בדרך אחרת כי לכל  $n$  זוגי מתקיים  $a_n = n(n+2)$ .

ב. הוכח כי  $a_n$  מתחלק ב- 8 לכל  $n$  זוגי.

ג. שני איברים במקומות זוגיים בסדרה מקיימים  $n(a_{n+4} - a_{n+2}) = 41600$ . מצא את שני האיברים (הגודל שלהם).

/המשך בעמוד 3/

**פרק שני – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי, טריגונומטריה** (66  $\frac{2}{3}$  נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 3-5 (לכל שאלה –  $33\frac{1}{3}$  נקודות).

**שים לב!** אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

3. נתונה הפונקציה  $f(x) = \frac{x^2 + 6x + 12}{x^2 - 6x + a}$ ,  $a$  הוא פרמטר.

נתון כי הפונקציה אינה מוגדרת רק עבור ערך אחד של  $x$ .

א. מצא את הערך של  $a$ .

הצב את הערך של  $a$  שמצאת, וענה על הסעיפים ב-ג.

ב. (1) מצא את האסימפטוטות של הפונקציה  $f(x)$  המקבילות לצירים.

(2) מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה  $f(x)$  עם הצירים (אם יש כאלה).

(3) מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה  $f(x)$ .

(4) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$ .

ג. (1) מצא את האסימפטוטות של פונקציית הנגזרת  $f'(x)$  המקבילות לצירים.

(2) סרטט סקיצה של גרף פונקציית הנגזרת  $f'(x)$ . נמק.

4. נתונה הפונקציה  $f(x) = \sin x$  בתחום  $0 \leq x \leq \pi$  (ראה ציור).

מעבירים שני ישרים שמשוואותיהם:

$$x = a$$

$$x = a + \frac{\pi}{2}$$

$$0 < a < \frac{\pi}{2}$$

$S_1$  הוא השטח המוגבל על ידי שני

הישרים, על ידי גרף הפונקציה  $f(x)$

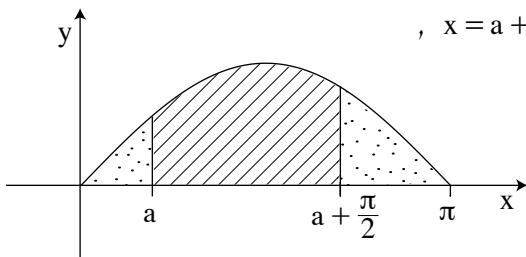
ועל ידי ציר ה- $x$  (השטח המקווקו בציור).

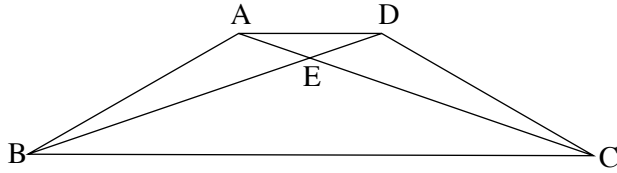
$S_2$  הוא סכום של שני שטחים, שכל אחד מהם מוגבל על ידי גרף הפונקציה  $f(x)$ ,

על ידי אחד הישרים ועל ידי ציר ה- $x$  (סכום השטחים המנוקדים בציור).

מצא עבור איזה ערך של  $a$  היחס  $\frac{S_1}{S_2}$  הוא מקסימלי.

/המשך בעמוד 4/





5. בצירוף שלפניך טרפז שווה-שוקיים ABCD

(  $AD \parallel BC$  )

נתון:  $\angle CAD = \alpha$

$\angle BDC = \beta$

א. הוכח כי היחס בין שטח המשולש AED לשטח המשולש BEC

$$\frac{S_{\Delta AED}}{S_{\Delta BEC}} = \frac{\sin^2(2\alpha + \beta)}{\sin^2\beta} \quad \text{הוא}$$

ב. הוכח כי היחס בין שטח המשולש BCD לשטח המשולש ABE

$$\frac{S_{\Delta BCD}}{S_{\Delta ABE}} = \frac{2 \cos \alpha \cdot \sin(\alpha + \beta)}{\sin(2\alpha + \beta)} \quad \text{הוא}$$

ג. נתון גם:  $\alpha = 30^\circ$ ,  $\sqrt{\frac{S_{\Delta AED}}{S_{\Delta BEC}}} = \frac{1}{4}$

מצא את  $\beta$ .

### בהצלחה!

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל  
 אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך