

סוג הבחינה: א. בגרות לבתי ספר על-יסודיים
ב. בגרות לנבחנים אקסטרניים
מועד הבחינה: קיץ תש"ע, 2010
מספר השאלון: 306, 035006
נספח: דפי נוסחאות ל-4 ול-5 יחידות לימוד

מתמטיקה

שאלון ו'

הוראות לנבחן

- א. משך הבחינה: שעתיים.
- ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שני פרקים.
פרק ראשון – אלגברה – $33\frac{1}{3} \times 1$ – $33\frac{1}{3}$ נקודות
פרק שני – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי, טריגונומטריה – $33\frac{1}{3} \times 2$ – $66\frac{2}{3}$ נקודות
סה"כ – 100 נקודות
- ג. חומר עזר מותר בשימוש:
(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון הניתן לתכנות.
שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
(2) דפי נוסחאות (מצורפים).
- ד. הוראות מיוחדות:
(1) אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.
(2) התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.
(3) לטיוטה יש להשתמש במחברת הבחינה או בדפים שקיבלת מהמשגיחים.
שימוש בטיוטה אחרת עלול לגרום לפסילת הבחינה.
- ההנחיות בשאלון זה מנוסחות בלשון זכר ומכוונות לנבחנות ולנבחנים כאחד.**

בהצלחה!

ה ש א ל ו ת

שים לב! הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

פרק ראשון – אלגברה ($33\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על אחת מהשאלות 1-2.

שים לב! אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

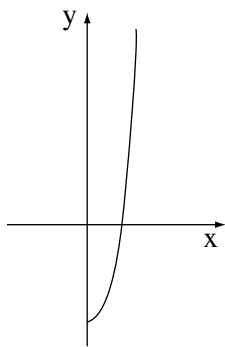
1. רוכב אופניים אחד יצא ממקום A אל מקום B, ובאותה שעה בדיוק יצא רוכב אופניים אחר ממקום B אל מקום A. (המהירויות של הרוכבי האופניים אינן משתנות).
כעבור 4 שעות נפגשו הרוכבי האופניים.
הזמן, שנדרש לרוכב האופניים שיצא מ-A לעבור את הדרך שבין A ל-B, גדול ב-108 דקות מהזמן שנדרש לרוכב האופניים שיצא מ-B לעבור דרך זו.
א. מצא את היחס בין המהירות של רוכב האופניים שיצא מ-B לבין המהירות של רוכב האופניים שיצא מ-A.
ב. מצא בכמה שעות עבר כל אחד מרוכבי האופניים את הדרך שבין A ל-B.

2. א. הוכח באינדוקציה או בדרך אחרת שהביטוי $n^3 - 25n$ מתחלק ב-24 בלי שארית לכל n טבעי אי-זוגי.
ב. נתון כי הביטוי $a + b + c + d$ מתחלק ב-24 בלי שארית. a, b, c, ו-d הם מספרים טבעיים אי-זוגיים.
הוכח כי גם הביטוי $a^3 + b^3 + c^3 + d^3$ מתחלק ב-24 בלי שארית.

פרק שני – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי, טריגונומטריה (66 $\frac{2}{3}$ נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 3-5 (לכל שאלה – $33\frac{1}{3}$ נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.



3. נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{2x^4 + 4x^3 + 2x^2 - 8}{x + 2}$, $x \neq -2$.

א. בציור מוצגת סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$ עבור $x \geq 0$.

מעבירים ישר המשיק לגרף הפונקציה $f(x)$

בנקודה שבה $x = 1$.

מצא את השטח המוגבל על ידי הגרף של $f(x)$,

על ידי המשיק ועל ידי ציר ה- y עבור $x \geq 0$.

ב. (1) מצא תחומי עלייה וירידה של הפונקציה $f(x)$ (אם יש כאלה)

עבור כל תחום ההגדרה של הפונקציה.

(2) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה עבור כל תחום ההגדרה שלה.

ג. נתונה הפונקציה $g(x) = |f(x)|$

סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$.

4. נתונה הפונקציה $f(x) = 2 - \cos x - \sin^2 x$ בתחום $-\pi \leq x \leq \pi$.
עבור התחום הנתון ענה על הסעיפים א-ד.

א. מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים (אם יש כאלה).

ב. מצא את נקודות הקיצון המוחלט של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגן.

ג. (1) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

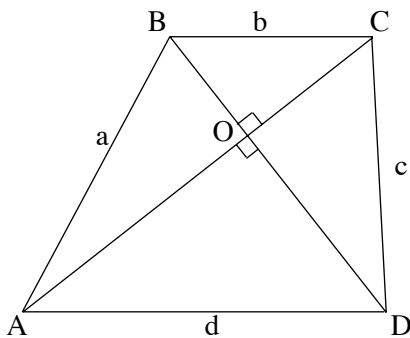
(2) סרטט סקיצה של גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$.

($f(x)$ גזירה גם בקצות התחום הנתון.)

(3) מצא את השטח המוגבל על ידי הגרף של פונקציית הנגזרת $f'(x)$

ועל ידי ציר ה- x בתחום $-\frac{\pi}{3} \leq x \leq \frac{\pi}{3}$.

ד. נתון כי גרף הפונקציה $g(x) = a - \cos x - \sin^2 x$ משיק לציר ה- x בתחום הנתון בנקודה אחת בלבד.
מהו הערך של a ? נמק.



5. בטרפז $ABCD$ ($AD \parallel BC$)

נתון: $BC = b$, $AB = a$, $AC \perp BD$,

$AD = d$, $CD = c$ ($d > b$).

אלכסוני הטרפז נפגשים בנקודה O (ראה ציור).

א. הוכח כי $a^2 + c^2 = b^2 + d^2$.

ב. דרך קדקוד B מעבירים ישר המקביל

לשוק CD .

הישר חותך את הבסיס AD בנקודה M .

נתון: $\angle ABM = \alpha$. הוכח כי $\cos \alpha = \frac{bd}{ac}$.

ג. הבע באמצעות α , b ו- d :

(1) את שטח המשולש ABM .

(2) את שטח הטרפז $ABCD$.

בהצלחה!