

סוג הבחינה: א. בגרות לבתי ספר על-יסודיים
ב. בגרות לנבחנים אקסטרניים
מועד הבחינה: חורף תש"ע, 2010
מספר השאלון: 307,035007
נספח: דפי נוסחאות ל-4 ול-5 יחידות לימוד

מתמטיקה

שאלון ז'

הוראות לנבחן

- א. משך הבחינה: שעתיים.
- ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שני פרקים.
פרק ראשון – גאומטריה אנליטית, וקטורים – $33\frac{1}{3} \times 2$ – $66\frac{2}{3}$ נקודות
פרק שני – מספרים מרוכבים,
פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות – $33\frac{1}{3} \times 1$ – $33\frac{1}{3}$ נקודות
סה"כ – 100 נקודות
- ג. חומר עזר מותר בשימוש:
(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון הניתן לתכנות.
שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
(2) דפי נוסחאות (מצורפים).
- ד. הוראות מיוחדות:
(1) אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.
(2) התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.
(3) לטיוטה יש להשתמש במחברת הבחינה או בדפים שקיבלת מהמשגיחים.
שימוש בטיוטה אחרת עלול לגרום לפסילת הבחינה.
- ההנחיות בשאלון זה מנוסחות בלשון זכר ומכוונות לנבחנות ולנבחנים כאחד.**

בהצלחה!

ה ש א ל ו ת

שים לב! הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

פרק ראשון – גאומטריה אנליטית, וקטורים (66 $\frac{2}{3}$ נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 1-3 (לכל שאלה – $33\frac{1}{3}$ נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

1. נתון מעגל שמשוואתו $x^2 + y^2 = 100$.

המעגל חותך את החלק החיובי של ציר ה- x בנקודה A . נקודה B נמצאת על המעגל

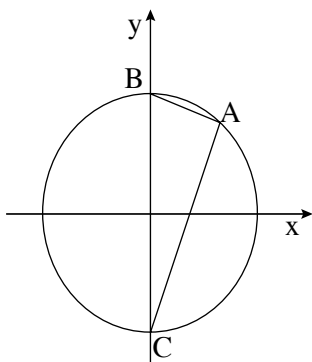
ברביע הראשון כך ש- $\angle BOA = 30^\circ$. O – ראשית הצירים.

א. נתונים מעגלים המשיקים לישר OB , וההיקף של כל מעגל הוא $\frac{1}{2}$ מהיקף המעגל הנתון.

מצא את המשוואות של המקום הגאומטרי של מרכזי מעגלים אלה.

ב. המעגל הנתון חותך את המקום הגאומטרי, שמצאת בסעיף א, בארבע נקודות.

חשב את שטח המרובע הנוצר על ידי ארבע נקודות אלה.



2. אליפסה, שמשוואתה $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$, $a < b$

חותכת את ציר ה- y בנקודות B ו-C.

A היא נקודה על האליפסה ברביע הראשון (ראה ציור).

נתון: $AC = 37$, $BC = 40$, $BA = 13$.

א. מצא את משוואת האליפסה.

דייק עד שתי ספרות אחרי הנקודה העשרונית במידת הצורך.

ב. נתונה היפרבולה קנונית.

מנקודה A, שעל האליפסה הנתונה, מורידים אנך לציר ה- x .

האנך חותך את ציר ה- x בנקודה F, ואת האסימפטוטות של ההיפרבולה

בנקודות M ו-N.

הנקודה F היא המוקד הימני של ההיפרבולה.

נתון כי $MN = 24$.

מצא את משוואת ההיפרבולה.

3. נתונה פירמידה משולשת SABC.

הנקודה O נמצאת על BC, והיא מרכז המעגל

החוסם את הבסיס ABC של הפירמידה.

SO הוא גובה הפירמידה. P היא נקודה על SO (ראה ציור).

נתון: $AB = BO = SP = a$, $t\vec{SO} = (1+t)\vec{PO}$.

א. הבע את הווקטור \vec{PO} באמצעות t ובאמצעות

הווקטור \vec{SP} .

ב. נתון כי נפח הפירמידה SABC הוא $\frac{2\sqrt{3}}{3}a^3$.

מצא את הערך של t .

ג. הנקודה O היא ראשית הצירים. הכיוון של \vec{OC} הוא בכיוון החיובי של ציר ה- x ,

והכיוון של \vec{OS} הוא בכיוון החיובי של ציר ה- z . נתון גם כי $a = 8$.

דרך הנקודה P מעבירים מישור המקביל לבסיס ABC.

מצא הצגה פרמטרית של מישור זה.

פרק שני – מספרים מרוכבים,

פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות ($33\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על אחת מהשאלות 4-5.

שים לב! אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

4. א. שני מקומות גאומטריים, I ו-II, מקיימים: I. $\frac{1}{z} + \frac{z}{|z|^2} = 1$

II. $z \cdot \bar{z} - (\bar{z} + z) = 3$

z הוא מספר מרוכב.

נקודה P נמצאת על המקום הגאומטרי II.

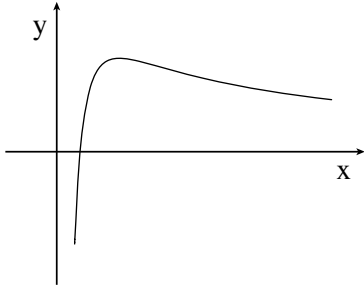
האם הנקודה P יכולה להימצא גם על המקום הגאומטרי I? נמק.

ב. הנקודה $z = 1 + yi$ נמצאת על המקום הגאומטרי I ברביע הראשון,

והיא אחד מפתרונות המשוואה $z^4 = a$.

a הוא מספר ממשי.

חשב את כל הפתרונות של המשוואה.



5. נתונות הפונקציות: $f(x) = \frac{\ln(ax)}{x}$

$$g(x) = \frac{\ln^2(ax)}{x}$$

$$a > 0$$

בציור מוצגת סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

א. הבע באמצעות a את השיעורים של

נקודת המקסימום של $f(x)$.

ב. הבע באמצעות a את השיעורים של נקודות הקיצון של $g(x)$, וקבע את סוגן.

ג. (1) הבע באמצעות a את השיעורים של נקודות החיתוך של הגרף של $f(x)$

עם הגרף של $g(x)$.

(2) העתק למחברתך את הסקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$, וסרטט באותה מערכת

צירים סקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$.

ד. חשב את השטח המוגבל על ידי הגרף של $f(x)$ ועל ידי הגרף של $g(x)$.

בהצלחה!