

סוג הבחינה: א. בגרות לבתי ספר על-יסודיים  
ב. בגרות לנבחנים אקסטראניים  
מועד הבחינה: קיץ תשס"ט, 2009  
מספר השאלון: 306, 035006  
נספח: דפי נוסחאות ל-4 ול-5 יחידות לימוד

## מתמטיקה

### שאלון ו'

#### הוראות לנבחן

- א. משך הבחינה: שעתיים.
- ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שני פרקים.  
פרק ראשון – אלגברה –  $33\frac{1}{3} \times 1$  –  $33\frac{1}{3}$  נקודות  
פרק שני – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי, טריגונומטריה –  $33\frac{1}{3} \times 2$  –  $66\frac{2}{3}$  נקודות  
סה"כ – 100 נקודות
- ג. חומר עזר מותר בשימוש:  
(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון הניתן לתכנות.  
שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.  
(2) דפי נוסחאות (מצורפים).
- ד. הוראות מיוחדות:  
(1) אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.  
(2) התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.  
הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.  
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.  
(3) לטיוטה יש להשתמש במחברת הבחינה או בדפים שקיבלת מהמשגיחים.  
שימוש בטיוטה אחרת עלול לגרום לפסילת הבחינה.
- ההנחיות בשאלון זה מנוסחות בלשון זכר ומכוונות לנבחנות ולנבחנים כאחד.**

**ב ה צ ל ח ה !**

## ה ש א ל ו ת

**שים לב!** הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה.  
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

### פרק ראשון – אלגברה (33 $\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על אחת מהשאלות 1-2.

**שים לב!** אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

1. רוכב אופניים יצא בשעה 08:00 מעיר A, ורוכב אופניים שני יצא בשעה 09:00 מעיר A.

כל אחד מהרוכבים רכב במהירות קבועה לעיר B. המרחק בין A ל-B הוא 45 ק"מ.  
כאשר הרוכב הראשון הגיע לעיר B, הרוכב השני עדיין לא הגיע לעיר B והיה במרחק של 25 ק"מ ממנה.

מהירות הרוכב הראשון גדולה ב- m קמ"ש ממהירות הרוכב השני, וידוע כי  $0 < m < 5$ .

א. הבע באמצעות m את שני הפתרונות האפשריים למהירות הרוכב השני.

ב. נסמן את שני הפתרונות שהבעת בסעיף א ב-  $x_1$  וב-  $x_2$ .

מצא עבור אילו ערכי m מתקיים  $|x_1 - x_2| < 11$ .

2. א. נתון כי השוויון  $1^2 - 3^2 + 5^2 - 7^2 + \dots - (2n-1)^2 = an^2 + bn$

נכון עבור  $n = 2$  ועבור  $n = 4$ .

מצא את a ואת b.

ב. הוכח באינדוקציה או בדרך אחרת כי השוויון

$$1^2 - 3^2 + 5^2 - 7^2 + \dots - (2n-1)^2 = -2n^2$$

נכון לכל n טבעי זוגי.

ג. נתון כי  $1^2 - 3^2 + 5^2 - 7^2 + \dots + c^2 = 1921$ .

מצא את c.

**פרק שני – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי, טריגונומטריה** (66  $\frac{2}{3}$  נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 3-5 (לכל שאלה –  $33\frac{1}{3}$  נקודות).

**שים לב!** אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

3. נתונה הפונקציה  $f(x) = x - \frac{\sin(2x)}{2}$ .

א. הראה כי  $f'(x) = 2\sin^2 x$ .

ב. (1) האם לפונקציה  $f(x)$  יש נקודות קיצון? נמק.

(2) האם לפונקציה  $f(x)$  יש נקודות פיתול? נמק.

ג. בציור שלפניך מוצג הגרף

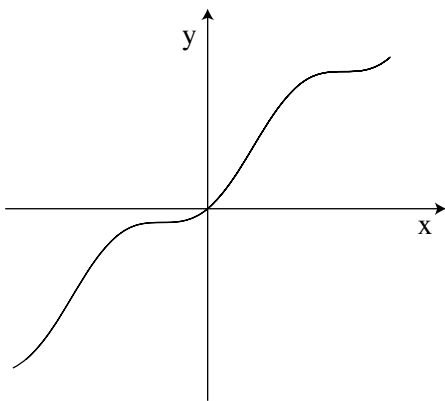
של הפונקציה  $g(x) = x + \sin^2 x$

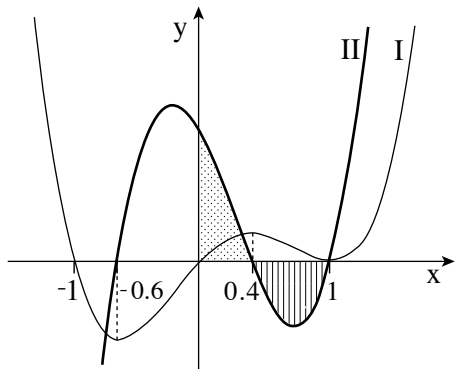
בתחום  $-\pi \leq x \leq \pi$ .

בתחום הנתון מצא את כל השטח

המוגבל על ידי הגרף של  $g(x)$

ועל ידי הישר  $y = x$ .





4. בציור שלפניך מוצגות סקיצות

של שני גרפים: גרף I וגרף II.

אחד הגרפים הוא של פונקציית הנגזרת  $f'(x)$ ,

והגרף האחר הוא הגרף של פונקציית

הנגזרת השנייה  $f''(x)$ .

א. איזה גרף הוא של  $f'(x)$ ,

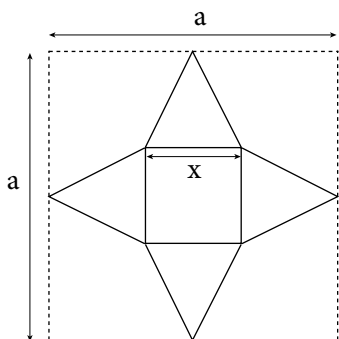
ואיזה גרף הוא של  $f''(x)$ ? נמק.

ב. מצא את שיעורי ה- $x$  של נקודות הקיצון של הפונקציה  $f(x)$ . נמק.

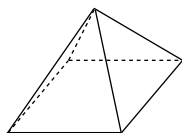
ג. מצא את שיעורי ה- $x$  של נקודות הפיתול של הפונקציה  $f(x)$ . נמק.

ד. הוכח שהשטח המוגבל על ידי גרף II וציר ה- $x$  (השטח המקווקו בציור)

שווה לשטח המוגבל על ידי גרף I והצירים (השטח המנוקד בציור).



ציור 1



ציור 2

5. בריבוע שצלעו  $a$  חותכים מהפינות דלתונים זהים כמתואר בציור 1. את המשולשים שווי-השוקיים שנוצרו מקפלים כלפי מעלה, וכך מתקבלת פירמידה ריבועית וישרה (ראה ציור 2).

- א. סמן ב-  $x$  את אורך המקצוע של בסיס הפירמידה  $(0 < x < \frac{a}{2})$ , ובטא באמצעות  $a$  ו-  $x$  את גובה הפירמידה.
- ב. מה צריך להיות אורך המקצוע של בסיס הפירמידה כדי שנפחה יהיה מקסימלי? (מובע באמצעות  $a$ .)

ג. עבור הפירמידה שנפחה מקסימלי, חשב את הזווית בין פאה צדדית לבין בסיס הפירמידה.

## בהצלחה!