

סוג הבחינה: א. בגרות לבתי ספר על-יסודיים
ב. בגרות לנבחנים אקסטרניים
מועד הבחינה: תשס"ח, מועד ב
מספר השאלון: 306, 035006
נספח: דפי נוסחאות ל-4 ול-5 יחידות לימוד

מתמטיקה

שאלון ו'

הוראות לנבחן

- א. משך הבחינה: שתיים.
- ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שני פרקים.
- פרק ראשון – אלגברה – $33\frac{1}{3} \times 1$ – 33 נקודות
פרק שני – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי, טריגונומטריה – $33\frac{1}{3} \times 2$ – 66 נקודות
סה"כ – 100 נקודות
- ג. חומר עזר מותר בשימוש:
- (1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון הניתן לתכנות. שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
- (2) דפי נוסחאות (מצורפים).
- ד. הוראות מיוחדות:
- (1) אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.
- (2) התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
- הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת. חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.
- (3) לטיוטה יש להשתמש במחברת הבחינה או בדפים שקיבלת מהמשגיחים. שימוש בטיוטה אחרת עלול לגרום לפסילת הבחינה.
- ההנחיות בשאלון זה מנוסחות בלשון זכר ומכוונות לנבחנות ולנבחנים כאחד.**

בהצלחה!

ה ש א ל ו ת

שים לב! הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

פרק ראשון – אלגברה (33 $\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על אחת מהשאלות 1-2.

שים לב! אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

1. במפעל לעיבוד מתכת יש שתי מכונות המייצרות ברגים, מכונה I ומכונה II.

המפעל קיבל הזמנה לברגים.

שתי המכונות עבדו יחד, וסיימו את ההזמנה ב- 30 שעות.

אם מכונה I תייצר 30% מהכמות שהיא ייצרה עבור ההזמנה,

ומכונה II תייצר $26\frac{2}{3}\%$ מהכמות שהיא ייצרה עבור ההזמנה,

ייצרו המכונות בסך הכול 480 ברגים.

אם מכונה I תייצר $\frac{2}{3}$ מהכמות שייצרה מכונה II עבור ההזמנה,

ומכונה II תייצר 0.3 מהכמות שייצרה מכונה I עבור ההזמנה,

תעבוד מכונה II במקרה זה 3 שעות פחות ממכונה I.

מצא כמה ברגים בשעה מייצרת כל אחת מהמכונות. (קצב העבודה של כל אחת מהמכונות קבוע.)

2. א. נתונה סדרה המוגדרת לכל n טבעי על ידי $a_n = 1 - \frac{1}{n^2}$.

הוכח באינדוקציה או בדרך אחרת כי לכל n טבעי מתקיים:

$$a_{n+1} \cdot a_{n+2} \cdot a_{n+3} \cdot \dots \cdot a_{2n} = \frac{2n+1}{2n+2}$$

ב. נסמן: $T_n = a_1 \cdot a_2 \cdot a_3 \cdot \dots \cdot a_n$

$$\frac{T_{2n}}{T_n} = \frac{201}{202} \quad \text{נתון:}$$

מצא את n .

פרק שני – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי, טריגונומטריה (66 $\frac{2}{3}$ נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 3-5 (לכל שאלה – $33\frac{1}{3}$ נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

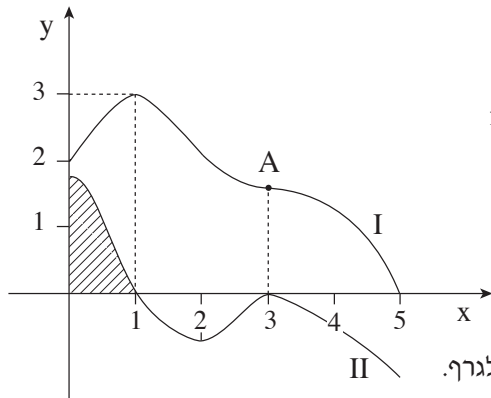
3. נתונה הפונקציה $y = 2x^2 - \frac{a^3}{2x}$.

א. עבור $a > 0$ מצא (הבע באמצעות a במידת הצורך):

- (1) את האסימפטוטות של הפונקציה המקבילות לצירים (אם יש כאלה).
- (2) את נקודות החיתוך של הפונקציה עם הצירים (אם יש כאלה).
- (3) את השיעורים של נקודות הקיצון של הפונקציה (אם יש כאלה), וקבע את סוגן.
- (4) את תחומי הקעירות של הפונקציה כלפי מעלה \cup וכלפי מטה \cap .

ב. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה עבור $a > 0$.

ג. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה עבור $a < 0$. הסבר את שיקוליך בסרטוט הגרף.



4. בציור שלפניך מוצגים הגרפים I ו-II

בתחום $0 \leq x \leq 5$.

אחד הגרפים הוא סקיצה של הפונקציה $f(x)$

והאחר של פונקציית הנגזרת $f'(x)$.

א. איזה גרף, I או II, הוא של

הפונקציה $f(x)$? נמק.

ב. בנקודה A שעל גרף I העבירו משיק לגרף.

מהו שיפוע המשיק? נמק.

ג. (1) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f''(x)$ בתחום $0 \leq x \leq 5$, אם נתון כי

שיפוע הישר, המשיק לגרף II בנקודה שבה $x = 0$, הוא אפס.

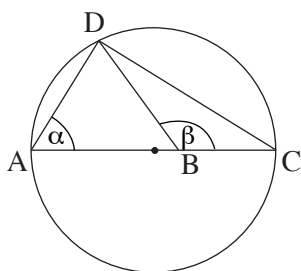
הסבר את שיקוליך בסרטוט הגרף.

(2) מה הם שיעורי ה- x של נקודות הפיתול של $f(x)$ בתחום $0 < x < 5$?

נמק.

ד. חשב את השטח המוגבל על ידי גרף II, על ידי ציר ה- x ועל ידי ציר ה- y

(השטח המקווקו בציור). השתמש בערכים שעל ציר ה- y בציור.



5. קטע AC הוא קוטר במעגל. נקודה D נמצאת על מעגל זה,

ונקודה B נמצאת על הקוטר AC (ראה ציור).

נסמן: $\angle DBC = \beta$, $\angle DAB = \alpha$.

א. הבע באמצעות α ו- β את היחס בין

שטח המשולש ADB $(S_{\triangle ADB})$

לבין שטח המשולש ADC $(S_{\triangle ADC})$.

ב. מצא את β , אם $S_{\triangle ADB} = \frac{1}{2} S_{\triangle ADC}$ ו- $\alpha = 60^\circ$.

בהצלחה!