

מדינת ישראל

משרד החינוך התרבות והספורט

סוג הבחינה: א. בגרות לבתי ספר על-יסודיים

ב. בגרות לנבחנים אקסטרניים

מועד הבחינה: תשס"ה, מועד ב

מספר השאלון: 188, 173, 035303

נספח: דפי נוסחאות ל-4 ול-5 יחידות לימוד

מתמטיקה

3 יחידות לימוד מתוך 5 יחידות לימוד

הוראות לנבחן

א. משך הבחינה: שלוש שעות.

ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שני פרקים.

פרק ראשון – הנדסת המישור, אלגברה – $(16 \times \frac{2}{3})$ – 50 נקודות

פרק שני – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי,

טריגונומטריה – $(16 \times \frac{2}{3})$ – 50 נקודות

סה"כ – 100 נקודות

ג. חומר עזר מותר בשימוש:

(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון הניתן לתכנות.

שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.

(2) דפי נוסחאות (מצורפים).

ד. הוראות מיוחדות:

(1) אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.

(2) התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר

החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.

הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.

חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

(3) לטיוטה יש להשתמש רק במחברת הבחינה או בדפים שקיבלת מהמשגיחים.

שימוש בטיוטה אחרת עלול לגרום לפסילת הבחינה.

ההנחיות בשאלון זה מנוסחות בלשון זכר ומכוונות לנבחנות ולנבחנים כאחד.

ב ה צ ל ח ה !

/המשך מעבר לדף/

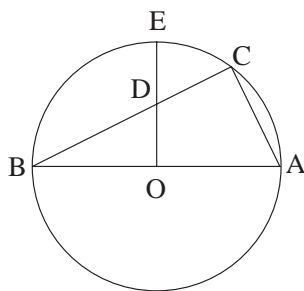
ה ש א ל ו ת

פרק ראשון – הנדסת המישור, אלגברה (50 נקודות)

ענה על שלוש מהשאלות 1-4 (לכל שאלה – $16\frac{2}{3}$ נקודות).
אם תענה על יותר משלוש שאלות, ייבדקו רק שלוש התשובות הראשונות שבמחברתך.

הנדסת המישור

1. AB הוא קוטר במעגל, שמרכזו O ורדיוסו R.



D היא נקודת החיתוך של הרדיוס EO

עם המיתר BC (ראה ציור).

נתון: $EO \perp AB$

א. הוכח: $R^2 = \frac{BD \cdot BC}{2}$

ב. נתון גם $OD = DE$.

הבע באמצעות R את אורך הקטע DC.

אלגברה

2. נתונה הפרבולה $y = 2x^2 + (m^2 - m - 6)x + m^2 + m - 2$.

א. עבור איזה ערך של m הפרבולה חותכת את ציר ה-x בראשית הצירים ובנקודה נוספת?

ב. עבור הערך של m שמצאת בסעיף א, מצא את ערכי p שעבורם

הישר $y = (p-2)x - 2$ נמצא כולו מתחת לפרבולה.

3. נתון הסכום $S_n = 1 \cdot 3^n + 2 \cdot 3^{n-1} + 3 \cdot 3^{n-2} + \dots + n \cdot 3^1 + (n+1) \cdot 3^0$

א. הוכח: $S_{n+1} = 3S_n + n + 2$

ב. הוכח באינדוקציה או בכל דרך אחרת כי לכל n טבעי מתקיים

$$1 \cdot 3^n + 2 \cdot 3^{n-1} + 3 \cdot 3^{n-2} + \dots + n \cdot 3^1 + (n+1) \cdot 3^0 = \frac{3^{n+2} - 2n - 5}{4}$$

4. משאית יצאה בשעה 9⁰⁰ מהעיר A לכיוון העיר B המרוחקת ממנה 210 ק"מ.

מכונית יצאה בשעה 10⁰⁰ מהעיר B לעיר A.

המשאית והמכונית נסעו כל אחת במהירות קבועה, נפגשו בצומת C, והמשיכו בדרכן.

המשאית הגיעה לעיר B ארבע שעות לאחר הפגישה בצומת C,

והמכונית הגיעה לעיר A שעה וחצי לאחר הפגישה.

חשב את המרחק בין העיר A לצומת C.

פרק שני – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי, טריגונומטריה (50 נקודות)

ענה על שלוש מהשאלות 5-9 (לכל שאלה – $16\frac{2}{3}$ נקודות).

אם תענה על יותר משלוש שאלות, ייבדקו רק שלוש התשובות הראשונות שבמחברתך.

5. נתונה הפונקציה $f(x) = 3 + \frac{bx^2 + 9}{x^2 - a^2}$ (a ו-b פרמטרים חיוביים).

א. הבע באמצעות a ו-b את האסימפטוטות לפונקציה המקבילות לצירים.

ב. מצא את תחומי העלייה ואת תחומי הירידה של הפונקציה.

ג. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה, אם נתון כי בנקודה שבה $x = 0$ ערך הפונקציה

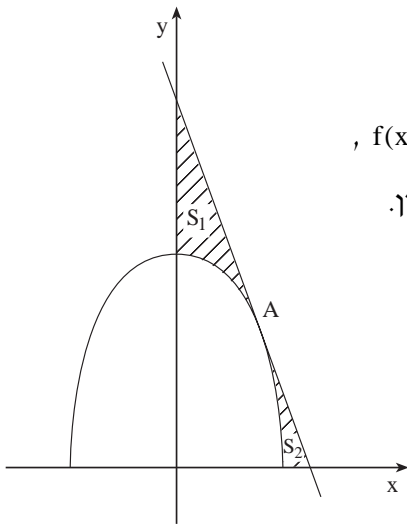
הוא שלילי.

6. אחת מזוויות המשולש ABC היא $\frac{\pi}{6}$.

רדיוס המעגל החוסם את המשולש ABC הוא R.

מבין כל ההיקפים של המשולשים המקיימים תנאים אלו, חשב את ההיקף המקסימלי

(בטא באמצעות R).



7. נתונה הפונקציה $f(x) = -x^2 + 4$.

בנקודה A עובר משיק לגרף הפונקציה (ראה ציור).

א. S_1 הוא השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $f(x)$,

על ידי המשיק, ועל ידי ציר ה- y ברביע הראשון.

$$\text{נתון: } S_1 = \frac{1}{3}$$

מצא את שיעורי הנקודה A.

ב. S_2 הוא השטח המוגבל על ידי גרף

הפונקציה $f(x)$, על ידי המשיק,

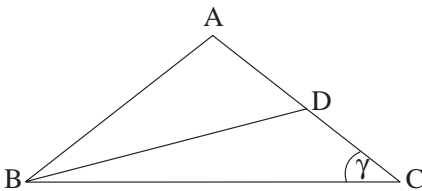
ועל ידי ציר ה- x ברביע הראשון.

חשב את גודל השטח S_2 .

8. במשולש ABC הזוויות α , β ו- γ מקיימות את הזהות

$$2 \sin \frac{\gamma}{2} \left(\sin \frac{\alpha}{2} \cos \frac{\alpha}{2} + \sin \frac{\beta}{2} \cos \frac{\beta}{2} \right) = \sin \gamma$$

הוכח שהמשולש ABC הוא משולש שווה-שוקיים.



9. במשולש שווה-שוקיים ABC ($AB = AC$)

זווית הבסיס היא γ ,

ו- BD הוא התיכון לשוק AC (ראה ציור).

רדיוס המעגל החוסם את המשולש ABC הוא R.

א. בטא באמצעות γ ו- R את צלעות המשולש.

ב. נתון כי $BD = R$.

חשב את גודל הזווית γ .

בהצלחה!