

מתמטיקה

יחידת לימוד אחת

השלמה ל-4 יחידות לימוד

הוראות לנבחן

- א. משך הבחינה: שעה ורבע.
- ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה פרק אחד.
פרק שלישי – טריגונומטריה, חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי,
פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות – (2×50) – 100 נקודות
- ג. חומר עזר מותר בשימוש:
(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון הניתן לתכנות.
שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
(2) דפי נוסחאות (מצורפים).
- ד. הוראות מיוחדות:
(1) אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.
(2) התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.
(3) לטיוטה יש להשתמש רק במחברת הבחינה או בדפים שקיבלת מהמשגיחים.
שימוש בטיוטה אחרת עלול לגרום לפסילת הבחינה.

ההנחיות בשאלון זה מנוסחות בלשון זכר ומכוונות לנבחנות ולנבחנים כאחד.

בהצלחה!

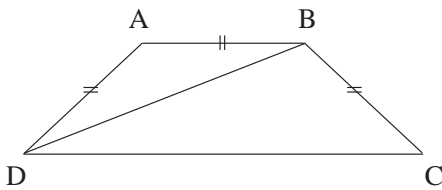
/המשך מעבר לדף/

ה ש א ל ו ת

פרק שלישי – טריגונומטריה, חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי,

פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות (100 נקודות)

פתור שתיים מהשאלות 11-14 (לכל שאלה – 50 נקודות).
אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.



11. בטרפז ABCD שבו $AB \parallel CD$

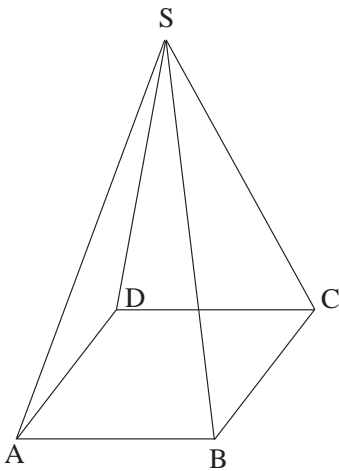
נתון כי $AD = AB = BC$ (ראה ציור),

וגם $\angle BDC = 20.7^\circ$.

א. חשב את היחס שבין DC ל- AB .

ב. נתון כי רדיוס המעגל החוסם את משולש ABD שווה ל-12 ס"מ.

חשב את אורך AB .



12. בפירמידה ישרה SABCD שבסיסה ריבוע (ראה ציור),

גובה הפאה הצדדית גדול פי 2 מצלע הבסיס.

שטח הפנים של הפירמידה הוא 180 סמ"ר.

א. חשב את צלע הבסיס.

ב. חשב את גודל הזווית שבין המקצוע הצדדי לבסיס.

ג. חשב את נפח הפירמידה.

+

+

מתמטיקה, חורף תשס"ה, מס' 035101, 172, 187
+ נספח

- 3 -

13. א. פתור את המשוואה $4 \cdot 8^{x^2} = 2 \cdot 4^{x+1}$.

ב. פתור את המשוואה $\log_2 x \cdot \log_4 x = 4.5$.

(אין קשר בין סעיף א לסעיף ב.)

14. נתונה הפונקציה $y = e^x(x^2 + x + a)$.

ידוע כי לפונקציה יש שתי נקודות קיצון, ואחת מהן נמצאת על ציר ה- y .

א. מצא את הערך של הפרמטר a .

ב. מצא את נקודת הקיצון השנייה, וקבע את סוגה.

ב ה צ ל ח ה !

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל
אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך התרבות והספורט

+

+

נוסחאון מתמטיקה

5-4 יחידות לימוד (החל מקיץ תש"ן)

אלגברה

$$a^n - b^n = (a-b)(a^{n-1} + a^{n-2}b + \dots + a^{n-3}b^2 + \dots + b^{n-1})$$

פירוק לגורמים

$$(a+b)^n = a^n + \binom{n}{1} a^{n-1} \cdot b + \dots + \binom{n}{k} a^{n-k} \cdot b^k + \dots + b^n$$

בינום ניוטון

$$\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

$$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$$

$$x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$$

נוסחאות וייטה

$$(x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a})$$

(x_1, x_2) שורשי משוואה ריבועית.

סדרות

סדרה הנדסית	סדרה חשבונית	
$a_n = a_1 q^{n-1}$	$a_n = a_1 + (n-1)d$	האיבר ה-n'י :
$S_n = \frac{a_1(q^n - 1)}{q - 1}$	$S_n = \frac{n}{2} [2a_1 + (n-1)d]$	הסכום:

$$z = a + bi = r(\cos\theta + i \sin\theta)$$

מספרים מרוכבים

$$z_1 z_2 = r_1 r_2 [\cos(\theta_1 + \theta_2) + i \sin(\theta_1 + \theta_2)]$$

מכפלה בהצגה קוטבית:

$$(\cos\theta + i \sin\theta)^n = \cos n\theta + i \sin n\theta$$

משפט דה-מואבר:

$$z_k = \sqrt[n]{r} \left[\cos\left(\frac{\alpha}{n} + \frac{2\pi k}{n}\right) + i \sin\left(\frac{\alpha}{n} + \frac{2\pi k}{n}\right) \right] \quad \text{שורשי המשוואה } z^n = r(\cos\alpha + i \sin\alpha) \text{ הם:}$$

$$k = 0, 1, \dots, n-1$$

קומבינטוריקה

$$P_n = n!$$

מספר התמורות של n עצמים (בלי חזרות):

מספר התמורות של n עצמים כשמתוכם יש n_1, n_2, \dots, n_k עצמים שווים ביניהם:

$$P_n = \frac{n!}{n_1! \cdot n_2! \cdot \dots \cdot n_k!}$$

$$A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$$

מספר החליפות של k מתוך n עצמים (בלי חזרות):

$$\binom{n}{k} = C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

מספר הצירופים של k מתוך n עצמים (בלי חזרות):

וקטורים

מישור דרך קצות הווקטורים $\vec{a} = \vec{OA}$, $\vec{b} = \vec{OB}$, $\vec{c} = \vec{OC}$: $\vec{x} = t(\vec{b} - \vec{a}) + s(\vec{c} - \vec{a})$
 מכפלה סקלרית: $(\vec{x}, \vec{y}) = \vec{x} \cdot \vec{y} = x_1y_1 + x_2y_2 + x_3y_3 = |\vec{x}| \cdot |\vec{y}| \cdot \cos\alpha$
 ניצבות: $\vec{x} \cdot \vec{y} = 0$
 אורך של וקטור: $|\vec{x}| = \sqrt{\vec{x} \cdot \vec{x}} = \sqrt{x_1^2 + x_2^2 + x_3^2}$

מרחק בין $\vec{z} = (z_1, z_2, z_3)$ למישור $\vec{a} \cdot \vec{x} + c = 0$: $\frac{|\vec{a} \cdot \vec{z} + c|}{|\vec{a}|}$

זווית בין הישר $t\vec{b} + \vec{d}$ למישור $\vec{a} \cdot \vec{x} + c = 0$: $\sin\beta = \frac{|\vec{a} \cdot \vec{b}|}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|}$

זווית בין המישורים $\vec{a} \cdot \vec{x} + c = 0$, $\vec{b} \cdot \vec{x} + d = 0$: $\cos\alpha = \frac{|\vec{a} \cdot \vec{b}|}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|}$

חוקות ולוגריתמים: $\log_a a^x = x$, $a^{\log_a x} = x$, $\log_a x = \frac{\log_b x}{\log_b a}$

טריגונומטריה

זהויות

$\sin(\alpha \pm \beta) = \sin\alpha \cos\beta \pm \cos\alpha \sin\beta$ $\cos(\alpha \pm \beta) = \cos\alpha \cos\beta \mp \sin\alpha \sin\beta$

$\operatorname{tg}(\alpha \pm \beta) = \frac{\operatorname{tg}\alpha \pm \operatorname{tg}\beta}{1 \mp \operatorname{tg}\alpha \operatorname{tg}\beta}$ $\operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} = \frac{\sin\alpha}{1 + \cos\alpha}$

$\sin \frac{\alpha}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 - \cos\alpha}{2}}$ $\cos \frac{\alpha}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 + \cos\alpha}{2}}$

$\sin\alpha + \sin\beta = 2\sin \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$ $\cos\alpha + \cos\beta = 2\cos \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$

$\sin\alpha - \sin\beta = 2\sin \frac{\alpha - \beta}{2} \cos \frac{\alpha + \beta}{2}$ $\cos\alpha - \cos\beta = -2\sin \frac{\alpha + \beta}{2} \sin \frac{\alpha - \beta}{2}$

משפט הסינוס: $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos\gamma$ $\frac{a}{\sin\alpha} = 2R$

שטח גורה: $\frac{1}{2}r^2\alpha$ אורך קשת של α רדיאנים: $r\alpha$

הנדסת המרחב

נפח כדור: $V = \frac{4}{3}\pi R^3$ נפח הרוט ופירמידה (B - שטח הבסיס): $V = \frac{B \cdot h}{3}$

שטח פנים של כדור: $P = 4\pi R^2$ שטח מעטפת הרוט: $M = \pi R l$

אנליזה (חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי)

נגזרות

$(uv)' = u'v + uv'$ $(x^n)' = nx^{n-1}$ $\sin'x = \cos x$ $\operatorname{arc} \sin'x = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$

$\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{vu' - v'u}{v^2}$ $(a^x)' = a^x \ln a$ $\cos'x = -\sin x$ $\operatorname{arc} \cos'x = \frac{-1}{\sqrt{1-x^2}}$

$\log_a'x = \frac{1}{x \ln a}$ $\operatorname{tg}'x = \frac{1}{\cos^2x}$ $\operatorname{arc} \operatorname{tg}'x = \frac{1}{1+x^2}$

כלל השרשרת: $f'(x) = v'(u) \cdot u'(x)$

הנדסה אנליטית

קו ישר

$y - y_1 = m(x - x_1)$ משוואת ישר דרך (x_1, y_1) ששיפועו m :

$\text{tg}\alpha = \left| \frac{m_1 - m_2}{1 + m_1 m_2} \right|$ נוסחה לזווית α שבין הישרים $y = m_2 x + n_2$, $y = m_1 x + n_1$:

$m_1 \cdot m_2 = -1$ ניצבות הישרים $y = m_2 x + n_2$, $y = m_1 x + n_1$:

$d = \pm \frac{Ax_0 + By_0 + C}{\sqrt{A^2 + B^2}}$ מרחק הנקודה $(x_0; y_0)$ מהישר $Ax + By + C = 0$:

$\left(\frac{\ell x_1 + kx_2}{k + \ell}, \frac{\ell y_1 + ky_2}{k + \ell} \right)$ נקודה המחלקת את הקטע AB ביחס $k : \ell$: $(A(x_1, y_1); B(x_2, y_2))$

מעגל

משוואת המשיק למעגל $(x - a)^2 + (y - b)^2 = R^2$ בנקודה $(x_0; y_0)$:

$(x_0 - a) \cdot (x - a) + (y_0 - b) \cdot (y - b) = R^2$

$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ **היפרבולה**

$y = \pm \frac{b}{a}x$ האסימפטוטות:

$c = \sqrt{a^2 + b^2}$ מרחק המוקד מהראשית:

$\frac{xx_0}{a^2} - \frac{yy_0}{b^2} = 1$ משיק להיפרבולה בנקודה $(x_0; y_0)$:

$n^2 = m^2 a^2 - b^2$ התנאי שהישר $y = mx + n$ ישיק להיפרבולה:

$y^2 = 2px$ **פרבולה**

$yy_0 = p(x + x_0)$ משיק לפרבולה בנקודה $(x_0; y_0)$:

$n = \frac{p}{2m}$ התנאי שהישר $y = mx + n$ ישיק לפרבולה: