

מדינת ישראל

משרד החינוך

סוג הבחינה: בגרות לבתי ספר על-יסודיים

מועד הבחינה: קיץ תשס"ג, 2003

מספר השאלון: 035306

נספח: דפי נוסחאות ל-4 ול-5 יחידות לימוד

מתמטיקה

3 יחידות לימוד מתוך 5 יחידות לימוד

(תכנית חדשה)

הוראות לנבחן

- א. משך הבחינה: שלוש שעות.
- ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שני פרקים.
- פרק ראשון – הנדסת המישור, אלגברה – $(16 \frac{2}{3} \times 3)$ – 50 נקודות
- פרק שני – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי, טריגונומטריה – $(16 \frac{2}{3} \times 3)$ – 50 נקודות
- סה"כ – 100 נקודות
- ג. חומר עזר מותר בשימוש:
1. מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון הניתן לתכנות. שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
 2. דפי נוסחאות (מצורפים).
- ד. הוראות מיוחדות:
1. אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.
 2. התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
 3. הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת. חוסר פירוט עלול לגרום לפסילת הבחינה או לפגיעה בציון.
 3. לטייטה יש להשתמש רק במחברת הבחינה או בדפים שקיבלת מהמשגיחים. שימוש בטייטה אחרת עלול לגרום לפסילת הבחינה.
- ההנחיות בשאלון זה מנוסחות בלשון זכר ומכוונות לנבחנות ולנבחנים כאחד.

ב ה צ ל ח ה !

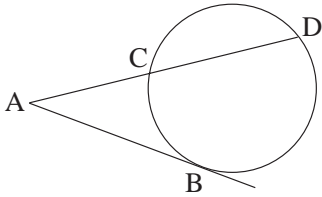
/המשך מעבר לדף/

ה ש א ל ו ת

פרק ראשון – הנדסת המישור, אלגברה (50 נקודות)

פתור שלוש מהשאלות 1-4 (לכל שאלה – $16\frac{2}{3}$ נקודות).

הנדסת המישור



1. מנקודה A שמחוץ למעגל יוצאים שני ישרים:

ישר המשיק למעגל בנקודה B, וישר החותך

את המעגל בנקודות C ו-D (ראה ציור).

$$\text{נתון: } \frac{AB}{AC} = m$$

א. הבע באמצעות m את היחס בין שטח המשולש BCD לשטח המשולש ABC.

ב. הסבר מדוע $m > 1$.

אלגברה

$$2. \text{ נתונה מערכת משוואות: } \begin{cases} 2x - 3ay + z = 2 \\ x + 2y - 2z = a - 1 \\ 3x + 16y + (1-a)z = 8 \end{cases}$$

מצא עבור איזה ערך של a אין למערכת פתרון.

3. נתונה סדרה שנוסחת האיבר הכללי שלה היא $a_n = 2n - 6$.

סכום n האיברים הראשונים בסדרה זו הוא S_n .

סדרה אחרת מקיימת: $b_{n+1} - b_n = S_n + 6$.

בסדרה האחרת (b_n) יש שלושה איברים עוקבים השווים זה לזה.

מצא את המקום של כל אחד מאיברים אלה.

4. מסוק ומטוס קל יצאו בו־זמנית זה לקראת זה. המסוק יצא משדה תעופה A , והמטוס יצא משדה תעופה B , ומהירויותיהם היו קבועות. עד רגע הפגישה עבר המסוק 100 ק"מ פחות מהמטוס, והגיע לשדה התעופה B כעבור 3 שעות מרגע הפגישה. המטוס הגיע לשדה התעופה A כעבור שעה ו־20 דקות מרגע הפגישה.
- א. מצא את המהירות של המסוק ואת המהירות של המטוס.
ב. מצא את המרחק בין שדות התעופה A ו־ B .

פרק שני – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי, טריגונומטריה

(50 נקודות)

פתור שלוש מהשאלות 5-9 (לכל שאלה – $16\frac{2}{3}$ נקודות).

5. נתונה הפונקציה: $f(x) = \frac{(x - 3A)^2}{x^2 - 4}$. הפרמטר A הוא מספר שלם.

אחת מנקודות הקיצון של הפונקציה היא $x = \frac{4}{3}$.

א. מצא את הערך של A .

עבור הערך של A שמצאת בסעיף א:

- ב. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה.
ג. מצא את האסימפטוטות של הפונקציה המקבילות לצירים.
ד. מצא את נקודות החיתוך של הפונקציה עם הצירים.
ה. מצא את כל נקודות הקיצון של הפונקציה, וקבע את סוגן.
ו. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה.

6. בונים תיבה שנפחה 144 סמ"ק. אורך הבסיס של התיבה גדול פי 2 מרוחב הבסיס.

לחומרים הדרושים לבניית התיבה יש מחיר קבוע בשוק.

מחיר החומר לבניית יחידת שטח של הבסיס התחתון גדול פי 3 ממחיר החומר

לבניית יחידת שטח של הפאות הצדדיות והבסיס העליון.

מה הן המידות של התיבה הזולה ביותר (אורך, רוחב, גובה)?

7. נתונה הפונקציה: $f(x) = \operatorname{tg}^2 x$ בתחום $0 \leq x < \frac{\pi}{2}$.

א. מצא את משוואת הישר המשיק לגרף הפונקציה $f(x)$ בנקודה שבה $x = \frac{\pi}{4}$.

ב. הראה כי $\int \operatorname{tg}^2 x dx = \operatorname{tg} x - x + C$, ומצא את השטח המוגבל על ידי

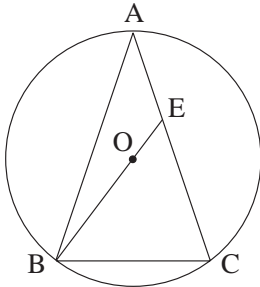
גרף הפונקציה $f(x)$, על ידי המשיק שמצאת בסעיף א ועל ידי ציר ה- x .

8. א. הוכח: $\operatorname{arc} \operatorname{tg} x + \operatorname{arc} \operatorname{tg} \frac{1}{x} = \frac{\pi}{2}$ עבור $x > 0$.

ב. מצא את השטח המוגבל על ידי הפונקציה $f(x) = \frac{1}{1+x^2}$,

על ידי הצירים ועל ידי הישר $x = -1$.

9. מעגל שמרכזו O חוסם משולש שווה-שוקיים ABC ($AB = AC$).



דרך הקדקוד B והמרכז O העבירו ישר החותך

את השוק AC בנקודה E (ראה ציור).

נתון: $\angle BAC = \alpha$, $BE = k$.

הבע באמצעות k ו- α :

א. את אורך השוק AB.

ב. את אורך המחוג של המעגל החוסם את המשולש ABC.

ג. את אורך המחוג של המעגל החסום במשולש ABC.

בהצלחה!

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל
אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך