

סוג הבחינה: א. בגרות לבתי ספר על-יסודיים
ב. בגרות לנבחנים אקסטרניים
מועד הבחינה: קיץ תשס"ג, 2003
מספר השאלון: 188, 173, 035303
נספח: דפי נוסחאות ל-4 ול-5 יחידות לימוד

מתמטיקה

3 יחידות לימוד מתוך 5 יחידות לימוד

הוראות לנבחן

- א. משך הבחינה: שלוש שעות.
- ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שני פרקים.
פרק ראשון – הנדסת המישור, אלגברה – $(16 \frac{2}{3} \times 3)$ – 50 נקודות
פרק שני – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי, טריגונומטריה – $(16 \frac{2}{3} \times 3)$ – 50 נקודות
סה"כ – 100 נקודות
- ג. חומר עזר מותר בשימוש:
1. מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון הניתן לתכנות.
שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
2. דפי נוסחאות (מצורפים).
- ד. הוראות מיוחדות:
1. אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.
2. התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.
חוסר פירוט עלול לגרום לפסילת הבחינה או לפגיעה בציון.
3. לטיוטה יש להשתמש רק במחברת הבחינה או בדפים שקיבלת מהמשגיחים. שימוש בטיוטה אחרת עלול לגרום לפסילת הבחינה.

ההנחיות בשאלון זה מנוסחות בלשון זכר ומכוונות לנבחנות ולנבחנים כאחד.

בהצלחה!

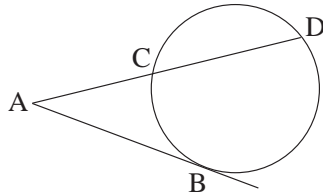
/המשך מעבר לדף/

ה ש א ל ו ת

פרק ראשון – הנדסת המישור, אלגברה (50 נקודות)

פתור שלוש מהשאלות 1-4 (לכל שאלה – $16\frac{2}{3}$ נקודות).

הנדסת המישור



1. מנקודה A שמחוץ למעגל יוצאים שני ישרים:

ישר המשיק למעגל בנקודה B, וישר החותך

את המעגל בנקודות C ו-D (ראה ציור).

$$\text{נתון: } \frac{AB}{AC} = m$$

א. הבע באמצעות m את היחס בין שטח המשולש BCD לשטח המשולש ABC.

ב. הסבר מדוע $m > 1$.

אלגברה

2. א. נתונה המשוואה: $ax^2 + bx + c = 0$.

שורשי המשוואה הם x_1 ו- x_2 , $x_1 < x_2$.

הבע באמצעות a ו- Δ את הפרש השורשים $x_2 - x_1$. ($\Delta = b^2 - 4ac$)

ב. נתונה הפונקציה: $f(x) = (1 - m)x^2 + (2 + 2m)x - 1$.

עבור אילו ערכים של m, הפונקציה חותכת את ציר ה-x בשתי נקודות שהמרחק

ביניהן גדול מ-2?

3. נתונה סדרה שנוסחת האיבר הכללי שלה היא $a_n = 2n - 6$.

סכום n האיברים הראשונים בסדרה זו הוא S_n .

סדרה אחרת מקיימת: $b_{n+1} - b_n = S_n + 6$.

בסדרה האחרת (b_n) יש שלושה איברים עוקבים השווים זה לזה.

מצא את המקום של כל אחד מאיברים אלה.

/המשך בעמוד 3/

4. א. כמה מספרים שונים בעלי ארבע ספרות כל אחד אפשר להרכיב מהספרות 1 ו-2, כך שהספרה 1 תופיע בכל מספר לפחות פעם אחת?
- ב. כמה מספרים שונים בעלי n ספרות כל אחד אפשר להרכיב מהספרות 1 ו-2, כך שהספרה 1 תופיע בכל מספר לפחות פעם אחת? (הבע באמצעות n).
- ג. עבור n מסוים יש בדיוק 63 מספרים שונים המקיימים את התנאים שבסעיף ב. הראה כי $n = 6$.

פרק שני – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי,

טריגונומטריה (50 נקודות)

פתור שלוש מהשאלות 5-9 (לכל שאלה – $16\frac{2}{3}$ נקודות).

5. נתונה הפונקציה: $f(x) = \frac{(x - 3A)^2}{x^2 - 4}$. הפרמטר A הוא מספר שלם.

אחת מנקודות הקיצון של הפונקציה היא $x = \frac{4}{3}$.

א. מצא את הערך של A.

עבור הערך של A שמצאת בסעיף א:

ב. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה.

ג. מצא את האסימפטוטות של הפונקציה המקבילות לצירים.

ד. מצא את נקודות החיתוך של הפונקציה עם הצירים.

ה. מצא את כל נקודות הקיצון של הפונקציה, וקבע את סוגן.

ו. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה.

6. בונים תיבה שנפחה 144 סמ"ק. אורך הבסיס של התיבה גדול פי 2 מרוחב הבסיס.

לחומרים הדרושים לבניית התיבה יש מחיר קבוע בשוק.

מחיר החומר לבניית יחידת שטח של הבסיס התחתון גדול פי 3 ממחיר החומר

לבניית יחידת שטח של הפאות הצדדיות והבסיס העליון.

מה הן המידות של התיבה הזולה ביותר (אורך, רוחב, גובה)?

7. נתונה הפונקציה: $f(x) = \operatorname{tg}^2 x$ בתחום $0 \leq x < \frac{\pi}{2}$.

א. מצא את משוואת הישר המשיק לגרף הפונקציה $f(x)$ בנקודה שבה $x = \frac{\pi}{4}$.

ב. הראה כי $\int \operatorname{tg}^2 x dx = \operatorname{tg} x - x + C$, ומצא את השטח המוגבל על ידי

גרף הפונקציה $f(x)$, על ידי המשיק שמצאת בסעיף א ועל ידי ציר ה- x .

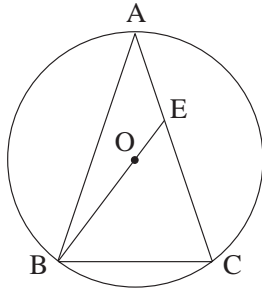
8. א. a, b, c הן צלעות במשולש מול הזוויות α, β, γ בהתאמה.

$$\text{נתון: } a^2 = b(b + c)$$

$$\text{הוכח: } \alpha = 2\beta$$

ב. פתור את המשוואה (תן פתרון כללי): $2 \sin^3 x - \cos 2x - \sin x = 0$.

9. מעגל שמרכזו O חוסם משולש שווה-שוקיים ABC ($AB = AC$).



דרך הקדקוד B והמרכז O העבירו ישר החותך

את השוק AC בנקודה E (ראה ציור).

נתון: $\angle BAC = \alpha$, $BE = k$.

הבע באמצעות k ו- α :

א. את אורך השוק AB.

ב. את אורך המחוג של המעגל החוסם את המשולש ABC.

ג. את אורך המחוג של המעגל החוסם במשולש ABC.

בהצלחה!

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל
אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך