

סוג הבחינה: בגרות לבתי-ספר על-יסודיים

מועד הבחינה: חורף תשס"ג, 2003

מספר השאלון: 035204

נספח: דפי נוסחאות ל-3 יחידות לימוד

מתמטיקה

2 יחידות לימוד

השלמה ל-3 יחידות לימוד

הוראות לנבחן

א. משך הבחינה: שלוש שעות.

ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שלושה פרקים.

פרק שני	—	45	נקודות
פרק שלישי	—	(20×2)	40 נקודות
פרק רביעי	—	(15×1)	15 נקודות
סה"כ	—	100	נקודות

ג. חומר עזר מותר בשימוש:

1. מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון הניתן לתכנות. שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
2. דפי נוסחאות (מצורפים).

ד. הוראות מיוחדות:

1. אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.
2. התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון. הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת. חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.
3. כטיוטה יש להשתמש במחברת הבחינה או בדפים שקיבלת מהמשגיחים. שימוש בטיוטה אחרת עלול לגרום לפסילת הבחינה.

ההנחיות בשאלון זה מנוסחות בלשון זכר ומכוונות לנבחנות ולנבחנים כאחד.

בהצלחה!

/המשך מעבר לדף/

ה ש א ל ו ת

פרק שני (45 נקודות)

בפרק זה שבע שאלות. תשובה מלאה לשאלה מזכה ב- $11\frac{1}{4}$ נקודות. מותר לך לענות, באופן מלא או חלקי, על מספר שאלות כרצונך, אך סך הנקודות שתוכל לצבור בפרק זה לא יעלה על 45.

אלגברה

7. נתונות הנקודות: $A(1,4)$, $B(-1,8)$.

א. מצא משוואת ישר, העובר דרך הנקודה $C(2, -3)$ ומקביל לישר AB .

ב. מצא משוואת ישר, העובר דרך הנקודה A ומאונך לישר AB .

8. סדרה מוגדרת לכל n טבעי על-ידי כלל הנסיגה:
$$\begin{cases} a_1 = 5 \\ a_{n+1} = a_n + 7n \end{cases}$$

א. חשב את ההפרש $a_{13} - a_{12}$.

ב. הסבר מדוע לא ייתכן שיהיו בסדרה הזו שני איברים עוקבים שההפרש ביניהם

שווה ל- 80 .

חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי

9. נתונה הפונקציה $f(x) = x^3 - 3x^2 - 24x$.

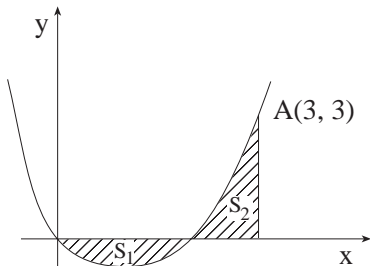
- א. מצא את שיעור ה- x של כל אחת מהנקודות שבהן הנגזרת של הפונקציה מתאפסת.
 ב. קבע את סוג הנקודות שמצאת בסעיף א (מינימום, מקסימום, לא מינימום ולא מקסימום).
 ג. רשום שיעורי נקודה שבה הפונקציה יורדת.

10. נתונה הפונקציה $y = x^2 + \frac{A}{x}$ (A פרמטר).

- שיפוע המשיק לגרף הפונקציה בנקודה שבה $x = 3$ הוא 5.
 מצא את הערך של A.

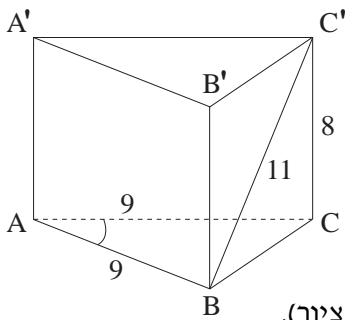
11. נתונה הפונקציה $f(x) = x^2 - 2x$

(ראה ציור).



- א. מצא את נקודות החיתוך של הפונקציה עם ציר ה- x .
 ב. ישר המקביל לציר ה- y חותך את גרף הפונקציה בנקודה $A(3, 3)$.
 הוכח כי $S_1 = S_2$ (ראה ציור).

טריגונומטריה במרחב



12. הבסיס של מנסרה משולשת $ABCA'B'C'$

הוא משולש שווה-שוקיים, שבו

$$AC = AB = 9 \text{ ס"מ}.$$

גובה המנסרה הוא 8 ס"מ.

אורך האלכסון של הפאה $BCC'B'$ הוא 11 ס"מ (ראה ציור).

א. חשב את אורך המקצוע BC .

ב. חשב את זווית הראש של בסיס המנסרה, $\sphericalangle BAC$.

סטטיסטיקה והסתברות

13. ציוני בחינות בבית-ספר גדול מתפלגים נורמלית.

הציון הממוצע הוא 75, וסטיית התקן היא 15.

א. בוחרים באקראי תלמיד. מהי ההסתברות שציונו גבוה מ-95 ?

ב. בוחרים באקראי תלמיד. מהי ההסתברות שציונו בין 60 ל-95 ?

פרק שלישי (40 נקודות)

בפרק זה ארבע שאלות, ויש לענות על שתיים מהן (לכל שאלה – 20 נקודות).
אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי השאלות הראשונות שענית עליהן.

הסתברות

14. במשחק מזל אפשר לזכות ב- 600 שקל, אפשר לזכות ב- 300 שקל או אפשר שלא לזכות בכלל. ההסתברות לזכות ב- 600 שקל היא $\frac{1}{3}$.
ההסתברות לזכות ב- 300 שקל היא $\frac{5}{12}$. ההסתברות שלא לזכות בכלל היא $\frac{1}{4}$.
אדם משחק במשחק זה פעמיים.
א. מהי ההסתברות שיזכה בדיוק ב- 300 שקל?
ב. מהי ההסתברות שיזכה בסכום כולל הגדול מ- 300 שקל?

אלגברה

15. במפעל מייצרים שני סוגי סלטים: סלט ירקות וסלט פירות.
תהליך הייצור מורכב משני שלבים עיקריים: חיתוך ועיבוד. בטבלה שלפניך נתונים הזמן הדרוש לייצור 1 ק"ג סלט מכל סוג, בכל אחד משלבי הייצור, והרווח מכל ק"ג סלט.

	חיתוך	עיבוד	רווח
1 ק"ג סלט ירקות	2 דקות	4 דקות	16 שקלים
1 ק"ג סלט פירות	3 דקות	2 דקות	12 שקלים

- במחזור ייצור אחד אפשר להפעיל את ציוד החיתוך – 66 דקות לכל היותר, ואת ציוד העיבוד – 76 דקות לכל היותר.
א. כמה ק"ג סלט מכל סוג כדאי למפעל לייצר בכל מחזור ייצור, כדי שהרווח שלו יהיה מקסימלי? מהו הרווח המקסימלי?
ב. למפעל יש אילוף נוסף: הוא יכול להכין לכל היותר 24 ק"ג סלטים בסך-הכול במחזור ייצור אחד. במקרה זה, כמה ק"ג סלט מכל סוג כדאי למפעל לייצר בכל מחזור ייצור, כדי שהרווח שלו יהיה מקסימלי?

חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי

16. נתונה הפונקציה $y = (x^2 - ax + a)e^x$ (a הוא פרמטר).

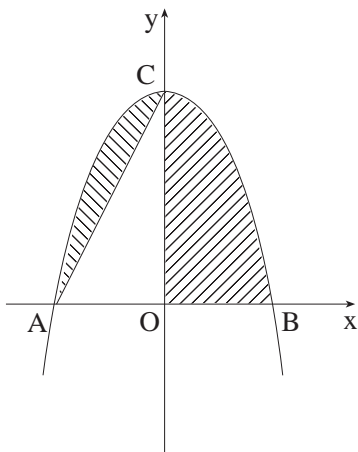
לפונקציה יש נקודת קיצון ב- $x = 1$.

א. מצא את a.

ב. לפונקציה יש נקודת קיצון נוספת.

עבור הערך של a שמצאת בסעיף א, מצא את השיעורים של נקודת הקיצון

הנוספת.



17. נתונה הפרבולה $y = -x^2 + 4$.

הפרבולה חותכת את הצירים בנקודות A, B, C.

(ראה ציור).

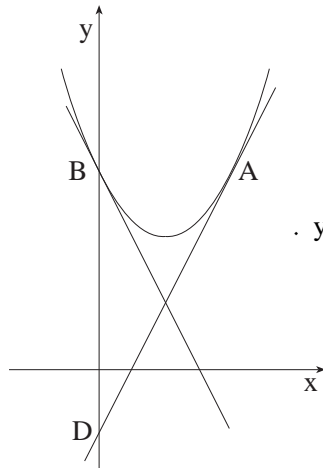
חשב את השטח המוגבל על-ידי גרף הפרבולה,

על-ידי המשולש AOC (ראשית הצירים)

ועל-ידי ציר ה- x (השטח המקווקו בציור).

פרק רביעי (15 נקודות)

בפרק זה שתי שאלות, ויש לענות על אחת מהן.
אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדק רק השאלה הראשונה שענית עליה.



18. נתונה הפרבולה $f(x) = x^2 - 2x + c$.

הפרבולה חותכת את ציר ה- y בנקודה B.

העבירו שני ישרים המשיקים לפרבולה

בנקודות A ו-B (ראה ציור).

משוואת הישר המשיק בנקודה B היא $y = -2x + 3$.

א. מצא את שיעורי הנקודה B.

ב. נתון גם שהקטע BA מקביל לציר ה- x .

מצא את שיעורי הנקודה A.

ג. הישר המשיק לפרבולה בנקודה A חותך את

ציר ה- y בנקודה D. מצא את השטח של המשולש ABD.

19. נתונה סדרה חשבונית שיש בה n איברים: $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$.

והפרש הסדרה הוא 4.

א. נתון גם כי איברי הסדרה החשבונית: a_1, a_2, a_7 הם שלושה איברים

ראשונים בסדרה הנדסית.

(1) מצא את a_1 .

(2) מצא את מנת הסדרה ההנדסית.

ב. מצא את n (מספר איברי הסדרה החשבונית), אם נתון כי האיבר הרביעי בסדרה

ההנדסית שבסעיף א הוא האיבר האחרון בסדרה החשבונית.

(a_1, a_2, a_7, a_n) הם ארבעה איברים עוקבים בסדרה ההנדסית.)

בהצלחה!

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל
אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך

נוסחאון מתמטיקה

3 יחידות לימוד (החל מקיץ תשנ"ז)

אלגברה

$$(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2 \quad (a - b) \cdot (a + b) = a^2 - b^2$$

נוסחאות הכפל

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \quad \text{השורשים: } (a \neq 0) \quad ax^2 + bx + c = 0 \quad \text{משוואה ריבועית}$$

מערכת צירים

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \quad \text{שיפוע ישר דרך } (x_1, y_1) \text{ ו- } (x_2, y_2)$$

$$y - y_1 = m(x - x_1) \quad \text{משוואת ישר דרך } (x_1, y_1)$$

$$x_M = \frac{x_1 + x_2}{2} \quad \text{נקודת אמצע M של קטע שקצותיו הם } A(x_1, y_1) \text{ ו- } B(x_2, y_2) \text{ מקיימת:}$$

$$y_M = \frac{y_1 + y_2}{2}$$

$$d^2 = (x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 \quad \text{המרחק d בין הנקודות } A(x_1, y_1) \text{ ו- } B(x_2, y_2) \text{ מקיים:}$$

$$m_1 \cdot m_2 = -1 \quad \text{הישרים: } y = m_1x + n_1 \text{ , } y = m_2x + n_2 \text{ מאונכים זה לזה אם ורק אם}$$

$$(x - m)^2 + (y - n)^2 = r^2 \quad \text{משוואת מעגל שמרכזו } (m, n) \text{ ורדיוסו } r$$

סדרות

סדרה הנדסית	סדרה חשבונית	
$a_n = a_1 q^{n-1}$	$a_n = a_1 + (n-1)d$	איבר n-י:
$S_n = \frac{a_1(q^n - 1)}{q - 1}$	$S_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n)$ $S_n = \frac{n}{2}[2a_1 + (n-1)d]$	סכום:

$$a^x b^x = (ab)^x$$

$$a^x a^y = a^{x+y}$$

חזקות ולוגריתמים

$$e^x = a \Leftrightarrow x = \ln a$$

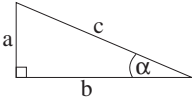
$$(a^x)^y = a^{xy}$$

טריגונומטריה

זהויות

$$\begin{array}{llll} \sin(180^\circ - \alpha) = \sin \alpha & \sin(90^\circ - \alpha) = \cos \alpha & \cos(-\alpha) = \cos \alpha & \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1 \\ \cos(180^\circ - \alpha) = -\cos \alpha & \cos(90^\circ - \alpha) = \sin \alpha & \sin(-\alpha) = -\sin \alpha & \operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} \end{array}$$

פונקציות טריגונומטריות במשולש ישר-זווית



$$\sin \alpha = \frac{a}{c} \qquad \cos \alpha = \frac{b}{c} \qquad \operatorname{tg} \alpha = \frac{a}{b}$$

$$S = \frac{1}{2} a \cdot b \cdot \sin \gamma \qquad \text{שטח משולש}$$

הנדסת המישור

שטחים והיקפים

$$S = \pi r^2 \qquad \text{שטח עיגול:} \qquad (a \text{ גובה לצלע } h) \qquad S = \frac{a \cdot h}{2} \qquad \text{שטח משולש:}$$

$$S = \frac{\pi r^2 \alpha^\circ}{360^\circ} \qquad \text{שטח גזרת עיגול:} \qquad (a \text{ גובה לצלע } h) \qquad S = a \cdot h \qquad \text{שטח מקבילית:}$$

$$\ell = 2\pi r \qquad \text{היקף מעגל:} \qquad (a, b \text{ בסיסי הטרפז, } h \text{ גובה)} \qquad S = \frac{(a+b)h}{2} \qquad \text{שטח טרפז:}$$

$$\ell = \frac{\pi r \alpha^\circ}{180^\circ} \qquad \text{אורך קשת מעגל:}$$

תכונות של מצולעים

משולש שווה-שוקיים: חוצה זווית הראש, התיכון לבסיס והגובה לבסיס מתלכדים.

מקבילית: האלכסונים חוצים זה את זה.

מלבן: האלכסונים חוצים זה את זה ושווים זה לזה.

מעוין: האלכסונים חוצים זה את זה וניצבים זה לזה.

טרפז שווה-שוקיים: הזוויות ליד אותו בסיס שוות זו לזו, והאלכסונים שווים זה לזה.

הנדסת המרחב

$P = 4\pi R^2$	<u>שטח פנים</u>	<u>כדור:</u>	$V = B \cdot h$	<u>נפח</u>	<u>מנסרה וגליל:</u>
$V = \frac{4}{3}\pi R^3$	<u>נפח</u>		שטח הבסיס	—	B
			גובה הגוף	—	h
$V = \frac{B \cdot h}{3}$	<u>נפח</u>	<u>פירמידה וחרוט:</u>	$M = P \cdot h$	<u>שטח מעטפת</u>	
שטח הבסיס	—	B	היקף הבסיס	—	P
גובה הגוף	—	h	גובה הגוף	—	h

חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי

נגזרות

$(uv)' = u'v + uv'$ נגזרת של מכפלת פונקציות:

$(x^n)' = nx^{n-1}$

כלל השרשרת:

$(e^x)' = e^x$

נגזרת של פונקציה מורכבת $F(u(x))$ היא: $F'(u) \cdot u'(x)$,

$(\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$

כאשר $u'(x)$ היא נגזרת של u לפי x

$(\frac{1}{x})' = -\frac{1}{x^2}$

ו- $F'(u)$ היא נגזרת של F לפי u .

אינטגרלים (מידים)

$\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C \quad (n \neq -1)$

$\int e^x dx = e^x + C$

$\int f(x) dx = F(x) + C \Rightarrow \int f(ax + b) dx = \frac{1}{a} F(ax + b) + C$

סטטיסטיקה והסתברות

$$\bar{x} = \frac{x_1 f_1 + x_2 f_2 + \dots + x_n f_n}{N}$$

ממוצע

x_n, \dots, x_2, x_1 השכיחויות של f_n, \dots, f_2, f_1

$$f_1 + f_2 + \dots + f_n = N$$

$$S = \sqrt{\frac{(x_1 - \bar{x})^2 f_1 + (x_2 - \bar{x})^2 f_2 + \dots + (x_n - \bar{x})^2 f_n}{N}}$$

סטיית תקן

הסתברויות

$p(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(A \cap B)$ ההסתברות של A או B (A, B – מאורעות):

$p(A \cap B) = p(A) \cdot p(B)$ ההסתברות של A וגם B, כאשר A ו-B הם מאורעות בלתי תלויים:

$p(\bar{A}) = 1 - p(A)$ הסתברות המאורע המשלים ל-A:

טבלת התפלגות נורמלית (0,1) מצטברת, כוללת ערכי z שליליים

Z	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
-3.0	0.0013	0013	0013	0012	0012	0011	0011	0011	0010	0010
-2.9	0.0019	0018	0017	0017	0016	0016	0015	0015	0014	0014
-2.8	0.0026	0025	0024	0023	0023	0022	0021	0021	0020	0019
-2.7	0.0035	0034	0033	0032	0031	0030	0029	0028	0027	0026
-2.6	0.0046	0045	0044	0043	0041	0040	0039	0038	0037	0036
-2.5	0.0062	0060	0059	0057	0055	0054	0052	0051	0049	0048
-2.4	0.0082	0080	0078	0075	0073	0071	0069	0068	0066	0064
-2.3	0.0107	0104	0102	0099	0096	0094	0091	0089	0087	0084
-2.2	0.0139	0135	0132	0129	0125	0122	0119	0116	0113	0110
-2.1	0.0179	0174	0170	0166	0162	0158	0154	0150	0146	0143
-2.0	0.0227	0222	0217	0212	0207	0202	0197	0192	0188	0183
-1.9	0.0287	0281	0274	0268	0262	0256	0250	0244	0238	0233
-1.8	0.0359	0350	0344	0336	0329	0322	0314	0307	0301	0294
-1.7	0.0446	0436	0427	0418	0409	0401	0392	0384	0375	0367
-1.6	0.055	054	053	052	0505	0495	0485	0475	0465	0455
-1.5	0.067	065	064	063	062	061	059	058	057	056
-1.4	0.081	079	078	076	075	074	072	071	069	068
-1.3	0.097	095	093	092	090	089	087	085	084	082
-1.2	0.115	113	111	109	107	106	104	102	100	098
-1.1	0.136	134	131	129	127	125	123	121	119	117
-1.0	0.159	156	154	152	149	147	145	142	140	138
-0.9	0.184	181	179	176	174	171	168	166	163	161
-0.8	0.212	209	206	203	200	198	195	192	189	187
-0.7	0.242	239	236	233	230	227	224	221	218	215
-0.6	0.274	271	268	264	261	258	255	251	248	245
-0.5	0.308	305	301	298	295	291	288	284	281	278
-0.4	0.345	341	337	334	330	326	323	319	316	312
-0.3	0.382	378	375	371	367	363	359	356	352	348
-0.2	0.421	417	413	409	405	401	397	394	390	386
-0.1	0.460	456	452	448	444	440	436	432	429	425
-0.0	0.500	496	492	488	484	480	476	472	468	464
0.0	0.500	504	508	512	516	520	524	528	532	536
0.1	0.540	544	548	552	556	560	564	568	571	575
0.2	0.579	583	587	591	595	599	603	606	610	614
0.3	0.618	622	625	629	633	637	641	644	648	652
0.4	0.655	659	663	666	670	674	677	681	684	688
0.5	0.692	695	699	702	705	709	712	716	719	722
0.6	0.726	729	732	736	739	742	745	749	752	755
0.7	0.758	761	764	767	770	773	776	779	782	785
0.8	0.788	791	794	797	800	802	805	808	811	813
0.9	0.816	819	821	824	826	829	832	834	837	839
1.0	0.841	844	846	848	851	853	855	858	860	862
1.1	0.864	866	869	871	873	875	877	879	881	883
1.2	0.885	887	889	891	893	894	896	898	900	902
1.3	0.903	905	907	908	910	911	913	915	916	918
1.4	0.919	921	922	924	925	926	928	929	931	932
1.5	0.933	935	936	937	938	939	941	942	943	944
1.6	0.945	946	947	948	9495	9505	9515	9525	9535	9545
1.7	0.9554	9564	9573	9582	9591	9599	9608	9616	9625	9633
1.8	0.9641	9650	9656	9664	9671	9678	9686	9693	9699	9706
1.9	0.9713	9719	9726	9732	9738	9744	9750	9756	9762	9767
2.0	0.9773	9778	9783	9788	9793	9798	9803	9808	9812	9817
2.1	0.9821	9826	9830	9834	9838	9842	9846	9850	9854	9857
2.2	0.9861	9865	9868	9871	9875	9878	9881	9884	9887	9890
2.3	0.9893	9896	9898	9901	9904	9906	9909	9911	9913	9916
2.4	0.9918	9920	9922	9925	9927	9929	9931	9932	9934	9936
2.5	0.9938	9940	9941	9943	9945	9946	9948	9949	9951	9952
2.6	0.9954	9955	9956	9957	9959	9960	9961	9962	9963	9964
2.7	0.9965	9966	9967	9968	9969	9970	9971	9972	9973	9974
2.8	0.9974	9975	9976	9977	9977	9978	9979	9979	9980	9981
2.9	0.9981	9982	9983	9983	9984	9984	9985	9985	9986	9986
3.0	0.9987	9987	9987	9988	9988	9989	9989	9989	9990	9990
Z	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9