

מתמטיקה

יחידת לימוד אחת
השלמה ל-4 יחידות לימוד
(תכנית חדשה)

הוראות לנבחן

- א. משך הבחינה: שעה ורבע.
- ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה פרק אחד.
פרק שלישי – וקטורים, טריגונומטריה במרחב,
פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות,
חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי – (50×2) – 100 נקודות
- ג. חומר עזר מותר בשימוש:
1. מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון הניתן לתכנות.
שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
2. דפי נוסחאות (מצורפים).
- ד. הוראות מיוחדות:
1. אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.
2. התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.
חוסר פירוט עלול לגרום לפסילת הבחינה או לפגיעה בציון.
3. כטיוטה יש להשתמש רק במחברת הבחינה או בדפים שקיבלת מהמשגיחים.
שימוש בטיוטה אחרת עלול לגרום לפסילת הבחינה.

ההנחיות בשאלון זה מנוסחות בלשון זכר ומכוונות לנבחנות ולנבחנים כאחד.

בהצלחה!

ה ש א ל ו ת

פרק שלישי – וקטורים, טריגונומטריה במרחב, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות, חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי (100 נקודות)

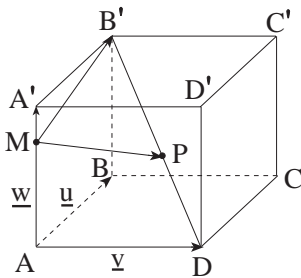
פתור שתיים מהשאלות 11-15 (לכל שאלה – 50 נקודות).

11. נתונים שני ישרים: $l_1: (2, 1, 1) + t(k, k+1, -2)$

$l_2: (5, 6, -1) + r(6, k+5, -4)$

א. עבור איזה ערך של k הישרים מקבילים? (אינך נדרש לבדוק אם הישרים המקבילים מתלכדים.)

ב. נתון שהנקודה $(-3, 2, 0)$ נמצאת על מישור π , והישר l_1 מאונך למישור זה (עבור הערך של k שמצאת בסעיף א). מצא את משוואת המישור π .



12. בקובייה ABCDA'B'C'D' נתון:

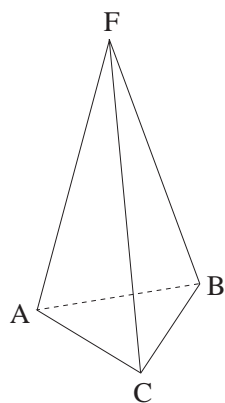
$$\vec{AB} = \underline{u}, \quad \vec{AD} = \underline{v}, \quad \vec{AA'} = \underline{w}$$

$$\vec{B'P} = t \vec{B'D}, \quad \vec{AM} = \frac{3}{4} \underline{w} \quad (\text{ראה ציור}).$$

א. הבע באמצעות \underline{u} , \underline{v} , \underline{w} , t

את הווקטור \vec{MP} .

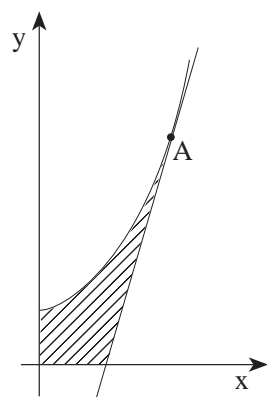
ב. נתון גם: $|\vec{MB'}| = |\vec{MP}|$. מצא את t (שני פתרונות).



13. נתונה פירמידה ABCF, שבסיסה ABC, הוא משולש שווה-צלעות (ראה ציור).
 אורך צלע הבסיס הוא 5 ס"מ, ואורך כל מקצוע צדדי של הפירמידה הוא 12 ס"מ.
 מצא את הזווית בין פאה צדדית לבסיס הפירמידה.

14. נתונה הפונקציה: $f(x) = \frac{\ln(x-2)}{x-2}$.

- א. מהו תחום ההגדרה של הפונקציה?
 ב. באיזו נקודה גרף הפונקציה חותך את ציר ה- x ?
 ג. מה הם תחומי העלייה והירידה של הפונקציה?
 ד. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה.



15. נתונה הפונקציה: $f(x) = e^x$.
 העבירו ישר המשיק לגרף הפונקציה בנקודה A שבה $x = 2$.
 א. מצא את משוואת המשיק.
 ב. מצא את השטח המוגבל על-ידי גרף הפונקציה, על-ידי המשיק, על-ידי ציר ה- y ועל-ידי ציר ה- x (השטח המקווקו בציור).

בהצלחה!

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל
 אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך

נוסחאון מתמטיקה

5-4 יחידות לימוד (חחל מקיץ תש"ן)

אלגברה

$$a^n - b^n = (a-b)(a^{n-1} + a^{n-2}b + \dots + a^{n-3}b^2 + \dots + b^{n-1})$$

פירוק לגורמים

$$(a+b)^n = a^n + \binom{n}{1} a^{n-1} \cdot b + \dots + \binom{n}{k} a^{n-k} \cdot b^k + \dots + b^n$$

בינום ניוטון

$$\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

$$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$$

$$x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$$

נוסחאות וייטה

$$(x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a})$$

(x_1, x_2) שורשי משוואה ריבועית.

סדרות

סדרה הנדסית	סדרה חשבונית	
$a_n = a_1 q^{n-1}$	$a_n = a_1 + (n-1)d$	האיבר ה-n י:
$S_n = \frac{a_1(q^n - 1)}{q - 1}$	$S_n = \frac{n}{2} [2a_1 + (n-1)d]$	הסכום:

$$z = a + bi = r(\cos\theta + i \sin\theta)$$

מספרים מרוכבים

$$z_1 z_2 = r_1 r_2 [\cos(\theta_1 + \theta_2) + i \sin(\theta_1 + \theta_2)]$$

מכפלה בהצגה קוטבית:

$$(\cos\theta + i \sin\theta)^n = \cos n\theta + i \sin n\theta$$

משפט דה-מואבר:

$$z_k = \sqrt[n]{r} \left[\cos\left(\frac{\alpha}{n} + \frac{2\pi k}{n}\right) + i \sin\left(\frac{\alpha}{n} + \frac{2\pi k}{n}\right) \right] \quad \text{שורשי המשוואה } z^n = r(\cos\alpha + i \sin\alpha) \text{ הם:}$$

$$k = 0, 1, \dots, n-1$$

קומבינטוריקה

$$P_n = n!$$

מספר התמורות של n עצמים (בלי חזרות):

מספר התמורות של n עצמים כשמתוכם יש n_1, n_2, \dots, n_k עצמים שווים ביניהם:

$$P_n = \frac{n!}{n_1! \cdot n_2! \cdot \dots \cdot n_k!}$$

$$A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$$

מספר החליפות של k מתוך n עצמים (בלי חזרות):

$$\binom{n}{k} = C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

מספר הצירופים של k מתוך n עצמים (בלי חזרות):

וקטורים

מישור דרך קצות הווקטורים $\vec{c} = \vec{OC}$, $\vec{b} = \vec{OB}$, $\vec{a} = \vec{OA}$
 $\vec{x} = a + t(b - a) + s(c - a)$
 מכפלה סקלרית: $(\vec{x}, \vec{y}) = \vec{x} \cdot \vec{y} = x_1 y_1 + x_2 y_2 + x_3 y_3 = |\vec{x}| \cdot |\vec{y}| \cdot \cos \alpha$
 ניצבות: $\vec{x} \cdot \vec{y} = 0$
 אורך של וקטור: $|\vec{x}| = \sqrt{\vec{x} \cdot \vec{x}} = \sqrt{x_1^2 + x_2^2 + x_3^2}$

מרחק בין $\vec{z} = (z_1, z_2, z_3)$ למישור $a \cdot \vec{x} + c = 0$: $\frac{|a \cdot \vec{z} + c|}{|a|}$

זווית בין הישר $t\vec{x} + \vec{d}$ למישור $a \cdot \vec{x} + c = 0$: $\sin \beta = \frac{|a \cdot \vec{b}|}{|a| \cdot |\vec{b}|}$

זווית בין המישורים $a \cdot \vec{x} + c = 0$, $b \cdot \vec{x} + d = 0$: $\cos \alpha = \frac{|a \cdot b|}{|a| \cdot |b|}$

חוקות ולוגריתמים
 $a^{\log_a x} = \log_a(a^x) = x$ $\log_a x = \frac{\log_b x}{\log_b a}$

טריגונומטריה

זהויות

$\sin(\alpha \pm \beta) = \sin \alpha \cos \beta \pm \cos \alpha \sin \beta$

$\cos(\alpha \pm \beta) = \cos \alpha \cos \beta \mp \sin \alpha \sin \beta$

$\operatorname{tg}(\alpha \pm \beta) = \frac{\operatorname{tg} \alpha \pm \operatorname{tg} \beta}{1 \mp \operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg} \beta}$

$\operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} = \frac{\sin \alpha}{1 + \cos \alpha}$

$\sin \frac{\alpha}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 - \cos \alpha}{2}}$

$\cos \frac{\alpha}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 + \cos \alpha}{2}}$

$\sin \alpha + \sin \beta = 2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$

$\cos \alpha + \cos \beta = 2 \cos \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$

$\sin \alpha - \sin \beta = 2 \sin \frac{\alpha - \beta}{2} \cos \frac{\alpha + \beta}{2}$

$\cos \alpha - \cos \beta = -2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \sin \frac{\alpha - \beta}{2}$

משפט הקוסינוס: $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos \gamma$
 שטח גזרה: $\frac{1}{2} r^2 \alpha$

משפט הסינוס: $\frac{a}{\sin \alpha} = 2R$
 אורך קשת של α רדיאנים: $r \alpha$

הנדסת המרחב

נפח חרוט ופירמידה (B - שטח הבסיס): $V = \frac{B \cdot h}{3}$ נפח כדור: $V = \frac{4}{3} \pi R^3$
 שטח מעטפת חרוט: $M = \pi R l$ שטח פנים של כדור: $P = 4\pi R^2$

אנליזה (חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי)

נגזרות

$(uv)' = u'v + uv'$	$(x^n)' = nx^{n-1}$	$\sin' x = \cos x$	$\operatorname{arc} \sin' x = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
$\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{vu' - v'u}{v^2}$	$(a^x)' = a^x \ln a$	$\cos' x = -\sin x$	$\operatorname{arc} \cos' x = \frac{-1}{\sqrt{1-x^2}}$
$f'(x) = v'(u) \cdot u'(x)$ כלל השרשרת:	$\log_a' x = \frac{1}{x \ln a}$	$\operatorname{tg}' x = \frac{1}{\cos^2 x}$	$\operatorname{arc} \operatorname{tg}' x = \frac{1}{1+x^2}$

הנדסה אנליטית

קו ישר

משוואת ישר דרך (x_1, y_1) ששיפועו m : $y - y_1 = m(x - x_1)$

נוסחה לזווית α שבין הישרים $y = m_2x + n_2$, $y = m_1x + n_1$: $\operatorname{tg} \alpha = \left| \frac{m_1 - m_2}{1 + m_1 m_2} \right|$

ניצבות הישרים $y = m_2x + n_2$, $y = m_1x + n_1$: $m_1 \cdot m_2 = -1$

מרחק הנקודה $(x_0; y_0)$ מהישר $Ax + By + C = 0$: $d = \pm \frac{Ax_0 + By_0 + C}{\sqrt{A^2 + B^2}}$

נקודה המחלקת את הקטע AB ביחס k : $\left(\frac{kx_1 + kx_2}{k + 1}, \frac{ky_1 + ky_2}{k + 1} \right)$: $(A(x_1, y_1); B(x_2, y_2))$

מעגל

משוואת המשיק למעגל $(x - a)^2 + (y - b)^2 = R^2$ בנקודה $(x_0; y_0)$:

$$(x_0 - a) \cdot (x - a) + (y_0 - b) \cdot (y - b) = R^2$$

היפרבולה : $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$

$$y = \pm \frac{b}{a}x$$

האסימפטוטות:

$$c = \sqrt{a^2 + b^2}$$

מרחק המוקד מהראשית:

$$\frac{xx_0}{a^2} - \frac{yy_0}{b^2} = 1$$

משיק להיפרבולה בנקודה $(x_0; y_0)$:

$$n^2 = m^2 a^2 - b^2$$

התנאי שהישר $y = mx + n$ ישיק להיפרבולה:

פרבולה : $y^2 = 2px$

$$yy_0 = p(x + x_0)$$

משיק לפרבולה בנקודה $(x_0; y_0)$:

$$n = \frac{p}{2m}$$

התנאי שהישר $y = mx + n$ ישיק לפרבולה: