

סוג הבחינה: א. בגרות לבתי-ספר על-יסודיים
ב. בגרות לנבחנים אקסטרניים
מועד הבחינה: חורף תשס"ב, 2002
מספר השאלון: 189, 174, 035202
נספח: דפי נוסחאות ל-4 ול-5 יחידות לימוד

מתמטיקה

2 יחידות לימוד

השלמה ל-5 יחידות לימוד

הוראות לנבחן

- א. משך הבחינה: שתיים.
- ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה פרק אחד.
פרק שלישי – הנדסה אנליטית, הנדסת המרחב,
וקטורים, מספרים מרוכבים,
פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות – (25×4) – 100 נקודות
- ג. חומר עזר מותר בשימוש:
1. מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון הניתן לתכנות.
שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
2. דפי נוסחאות (מצורפים).
- ד. הוראות מיוחדות:
1. אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.
2. התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.
חוסר פירוט עלול לגרום לפסילת הבחינה או לפגיעה בציון.
3. כטייטה יש להשתמש רק במחברת הבחינה או בדפים שקיבלת מהמשגיחים.
שימוש בטייטה אחרת עלול לגרום לפסילת הבחינה.

ההנחיות בשאלון זה מנוסחות בלשון זכר ומכוונות לנבחנות ולנבחנים כאחד.

בהצלחה!

/המשך מעבר לדף/

ה ש א ל ו ת
פרק שלישי – הנדסה אנליטית, הנדסת המרחב,
וקטורים, מספרים מרוכבים, פונקציות
מעריכיות ולוגריתמיות (100 נקודות)

פתור ארבע מהשאלות 10-17, מהן לפחות אחת מהשאלות 16-17 (לכל שאלה – 25 נקודות).

הנדסה אנליטית, הנדסת המרחב

10. במשולש שווה-שוקיים ABC ($AB = AC$) משוואות התיכונים

$$\text{לשוקיים הן: } y = 3x - 30, \quad x + 3y - 20 = 0.$$

א. מצא את שיפוע הבסיס BC , אם נתון כי הוא חיובי.

ב. הישר שעליו מונח הבסיס BC עובר בנקודה $(0, 17.5)$.

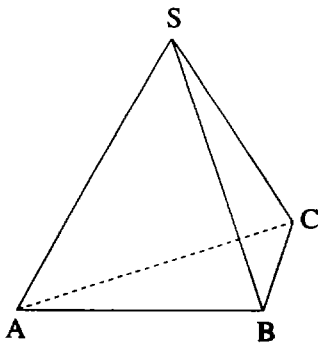
חשב את אורך התיכון לבסיס המשולש.

11. נתון המעגל: $x^2 + y^2 = R^2$. מנקודה P שנמצאת מחוץ למעגל מעבירים ישר

המשיק למעגל בנקודה A .

הראה כי המקום הגאומטרי של נקודות P , שמרחקן מציר ה- y שווה ל- $2PA$,

הוא אליפסה.



12. $SABC$ היא פירמידה ישרה שבסיסה

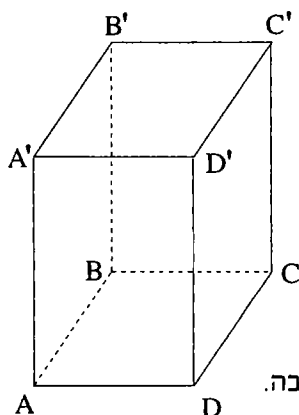
הוא משולש שווה-שוקיים (ראה ציור),

שבו $AB = AC = a$, $\angle CAB = \alpha$.

הזווית שבין מקצוע צדדי של הפירמידה

לבין בסיס הפירמידה היא β .

הבע את נפח הפירמידה באמצעות β , α , a .



13. נתונה תיבה $ABCD A'B'C'D'$

שבסיסה $ABCD$ הוא ריבוע (ראה ציור).

גובה התיבה הוא h , והזווית שבין האלכסונים

של שתי פאות צדדיות סמוכות היוצאים מאותו

קדקוד היא α .

א. הבע באמצעות h ו- α את אורך הצלע של בסיס התיבה.

ב. באיזה תחום צריכה להימצא α כדי שלבעיה יהיה פתרון?

וקטורים

14. בתיבה $ABCD A'B'C'D'$ נתונים הקדקודים:

$$A(6, -2, 5) \quad B(3, 1, -1) \quad C(0, 2, 1) \quad C'(2, 6, 2)$$

הנקודה M מחלקת את המקצוע AB כך ש- $\vec{BM} = 2\vec{MA}$.

א. מצא את אורכי הווקטורים $\vec{MC}$ ו- $\vec{MA'}$.

ב. חשב את שטח המשולש $A'MC$.

15. בטטראדר $ABCD$ (ראה ציור) נתון: $AB = AC = BC = 1$

$$DA = DB = DC = 2$$

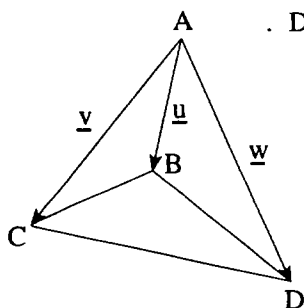
א. חשב את $\cos \angle DAC$ ואת $\cos \angle DAB$.

נסמן: $\vec{AB} = \underline{u}$, $\vec{AC} = \underline{v}$, $\vec{AD} = \underline{w}$.

M היא נקודה על הישר AD כך ש- $\vec{AM} = t\vec{AD}$.

ב. הבע את $\cos \angle BMC$ באמצעות t .

ג. מצא את הערכים של t שעבורם $\angle BMC = 60^\circ$.



שים לב: עליך לענות לפחות על אחת מהשאלות 17-16.

מספרים מרוכבים, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות

16. נתון מספר מרוכב: $z = x + iy$, $y \neq 0$, $x \neq 0$.

א. הוכח כי אם $z + \frac{1}{z}$ הוא מספר ממשי, אזי z נמצא על מעגל היחידה

(רדיוס המעגל, r , הוא יחידה אחת).

ב. הוכח כי אם z נמצא על מעגל היחידה, אזי $z + \frac{1}{z}$ הוא מספר ממשי.

17. נתונה הפונקציה: $f(x) = e^x - 1$

א. הוכח כי הפונקציה עולה לכל x .

ב. מצא את משוואת המשיק לגרף הפונקציה בנקודה שבה $x = 0$.

ג. מצא את השטח המוגבל על-ידי גרף הפונקציה, על-ידי המשיק שמצאת בסעיף ב

ועל-ידי הישר $y = e - 1$.

בהצלחה!

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל
אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך

נוסחאון מתמטיקה

5-4 יחידות לימוד (החל מקיץ תש"ן)

אלגברה

$$a^n - b^n = (a-b)(a^{n-1} + a^{n-2}b + \dots + a^{n-3}b^2 + \dots + b^{n-1})$$

פירוק לגורמים

$$(a+b)^n = a^n + \binom{n}{1} a^{n-1} \cdot b + \dots + \binom{n}{k} a^{n-k} \cdot b^k + \dots + b^n$$

בינום ניוטון

$$\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

$$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$$

$$x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$$

נוסחאות וייטה

$$(x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a})$$

x_1, x_2 שורשי משוואה ריבועית.

סדרות

סדרה הנדסית	סדרה חשבונית	
$a_n = a_1 q^{n-1}$	$a_n = a_1 + (n-1)d$	האיבר ה-nי:
$S_n = \frac{a_1(q^n - 1)}{q - 1}$	$S_n = \frac{n}{2} [2a_1 + (n-1)d]$	הסכום:

$$z = a + bi = r(\cos\theta + i\sin\theta)$$

מספרים מרוכבים

$$z_1 z_2 = r_1 r_2 [\cos(\theta_1 + \theta_2) + i\sin(\theta_1 + \theta_2)]$$

מכפלה בהצגה קוטבית:

$$(\cos\theta + i\sin\theta)^n = \cos n\theta + i\sin n\theta$$

משפט דה-מואבר:

$$z_k = \sqrt[n]{r} \left[\cos\left(\frac{\alpha}{n} + \frac{2\pi k}{n}\right) + i\sin\left(\frac{\alpha}{n} + \frac{2\pi k}{n}\right) \right] \quad \text{שורשי המשוואה } z^n = r(\cos\alpha + i\sin\alpha) \text{ הם:}$$

$$k = 0, 1, \dots, n-1$$

קומבינטוריקה

$$p_n = n!$$

מספר התמורות של n עצמים (בלי חזרות):

מספר התמורות של n עצמים כשמתוכם יש $n_1, n_2, \dots, n_k$ עצמים שווים ביניהם:

$$P_n = \frac{n!}{n_1! \cdot n_2! \cdot \dots \cdot n_k!}$$

$$A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$$

מספר החליפות של k מתוך n עצמים (בלי חזרות):

$$\binom{n}{k} = C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

מספר הצירופים של k מתוך n עצמים (בלי חזרות):

וקטורים

מישור דרך קצות הווקטורים $\vec{a} = \vec{OA}$, $\vec{b} = \vec{OB}$, $\vec{c} = \vec{OC}$: $\vec{c} = t\vec{a} + s\vec{b}$

מכפלה סקלרית: $(\vec{x}, \vec{y}) = \vec{x} \cdot \vec{y} = x_1y_1 + x_2y_2 + x_3y_3 = |\vec{x}| \cdot |\vec{y}| \cdot \cos \alpha$

ניצבות: $\vec{x} \cdot \vec{y} = 0$

אורך של וקטור: $|\vec{x}| = \sqrt{\vec{x} \cdot \vec{x}} = \sqrt{x_1^2 + x_2^2 + x_3^2}$

מרחק בין $\vec{z} = (z_1, z_2, z_3)$ למישור $\vec{a} \cdot \vec{x} + c = 0$: $\frac{|\vec{a} \cdot \vec{z} + c|}{|\vec{a}|}$

זווית בין הישר $\vec{b} + \vec{d}$ למישור $\vec{a} \cdot \vec{x} + c = 0$: $\sin \beta = \frac{|\vec{a} \cdot \vec{b}|}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|}$

זווית בין המישורים $\vec{a} \cdot \vec{x} + c = 0$, $\vec{b} \cdot \vec{x} + d = 0$: $\cos \alpha = \frac{|\vec{a} \cdot \vec{b}|}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|}$

חוקות ולוגריתמים: $\log_a x = \frac{\log_b x}{\log_b a}$, $a^{\log_a x} = \log_a(a^x) = x$

טריגונומטריה

זהויות

$$\sin(\alpha \pm \beta) = \sin \alpha \cos \beta \pm \cos \alpha \sin \beta$$

$$\cos(\alpha \pm \beta) = \cos \alpha \cos \beta \mp \sin \alpha \sin \beta$$

$$\operatorname{tg}(\alpha \pm \beta) = \frac{\operatorname{tg} \alpha \pm \operatorname{tg} \beta}{1 \mp \operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg} \beta}$$

$$\operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} = \frac{\sin \alpha}{1 + \cos \alpha}$$

$$\sin \frac{\alpha}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 - \cos \alpha}{2}}$$

$$\cos \frac{\alpha}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 + \cos \alpha}{2}}$$

$$\sin \alpha + \sin \beta = 2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$$

$$\cos \alpha + \cos \beta = 2 \cos \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$$

$$\sin \alpha - \sin \beta = 2 \sin \frac{\alpha - \beta}{2} \cos \frac{\alpha + \beta}{2}$$

$$\cos \alpha - \cos \beta = -2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \sin \frac{\alpha - \beta}{2}$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos \gamma \quad \text{משפט הקוסינוס:}$$

$$\frac{a}{\sin \alpha} = 2R \quad \text{משפט הסינוס:}$$

$$\frac{1}{2} r^2 \alpha \quad \text{שטח גורח:}$$

$$r \alpha \quad \text{אורך קשת של } \alpha \text{ רדיאנים:}$$

הנדסת חמרחב

$$V = \frac{4}{3} \pi R^3 \quad \text{נפח כדור:}$$

$$V = \frac{B \cdot h}{3} \quad \text{נפח חרוט ופירמידה (B - שטח הבסיס):}$$

$$P = 4\pi R^2 \quad \text{שטח פנים של כדור:}$$

$$M = \pi R l \quad \text{שטח מעטפת חרוט:}$$

אנליזה (חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי)

נגזרות

$$(uv)' = u'v + uv'$$

$$(x^n)' = nx^{n-1}$$

$$\sin' x = \cos x$$

$$\arcsin' x = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$$

$$\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{vu' - v'u}{v^2}$$

$$(a^x)' = a^x \ln a$$

$$\cos' x = -\sin x$$

$$\arccos' x = \frac{-1}{\sqrt{1-x^2}}$$

$$\log_a' x = \frac{1}{x \ln a}$$

$$\operatorname{tg}' x = \frac{1}{\cos^2 x}$$

$$\operatorname{arctg}' x = \frac{1}{1+x^2}$$

$$f'(x) = v'(u) \cdot u'(x) \quad \text{כלל השרשרת}$$

אינטגרלים

כלל הטרפז:

פונקציה זו

פונקציה זוגית:

פונקציה קמורה:

נסודת פיתול: נסודת מעבר בין קמירות לקעירות

סטיית תקן:

$$S = \sqrt{\frac{(x_1 - \bar{x})^2 f_1 + (x_2 - \bar{x})^2 f_2 + \dots + (x_n - \bar{x})^2 f_n}{N}}$$

$$f_1 + f_2 + \dots + f_n = N$$

$\bar{x}$ ממוצע הנתונים ;

נוסחת ברנולי: ההסתברות ל k הצלחות ב n ניסיונות בהתפלגות בינומית עם הסתברות p :

$$p_n(k) = \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}$$

לוח של חתפלגות נורמלית $(0,1)$ מצטברת

U	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0.0	0.500	504	508	512	516	520	524	528	532	536
0.1	0.540	544	548	552	556	560	564	568	571	575
0.2	0.579	583	587	591	595	599	603	606	610	614
0.3	0.618	622	625	629	633	637	641	644	648	652
0.4	0.655	659	663	666	670	674	677	681	684	688
0.5	0.692	695	699	702	705	709	712	716	719	722
0.6	0.726	729	732	736	739	742	745	749	752	755
0.7	0.758	761	764	767	770	773	776	779	782	787
0.8	0.788	791	794	797	800	802	805	809	811	813
0.9	0.816	819	821	824	826	829	832	834	837	839
1.0	0.841	844	846	848	851	853	855	858	860	862
1.1	0.864	866	869	871	873	875	877	879	881	883
1.2	0.885	887	889	891	893	894	896	898	900	902
1.3	0.903	905	907	908	910	911	913	915	916	918
1.4	0.919	921	922	924	925	926	928	929	931	932
1.5	0.933	935	936	937	938	939	941	942	943	944
1.6	0.945	946	947	948	9495	9505	9515	9525	9535	9545
1.7	0.9554	9564	9573	9582	9591	9599	9608	9616	9625	9633
1.8	0.9641	9650	9656	9664	9671	9678	9686	9693	9699	9706
1.9	0.9713	9719	9726	9732	9738	9744	9750	9756	9762	9767
2.0	0.9773	9778	9783	9788	9793	9798	9803	9808	9812	9817
2.1	0.9821	9826	9830	9834	9838	9842	9846	9850	9854	9857
2.2	0.9861	9865	9868	9871	9875	9878	9881	9884	9887	9890
2.3	0.9893	9896	9898	9901	9904	9906	9909	9911	9913	9916
2.4	0.9918	9920	9922	9925	9927	9929	9931	9932	9934	9936
2.5	0.9938	9940	9941	9943	9945	9946	9948	9949	9951	9952
2.6	0.9954	9955	9956	9957	9959	9960	9961	9962	9963	9964
2.7	0.9965	9966	9967	9968	9969	9970	9971	9972	9973	9974
2.8	0.9974	9975	9976	9977	9977	9978	9979	9979	9980	9981
2.9	0.9981	9982	9983	9983	9984	9984	9985	9985	9986	9986
3.0	0.9987	9987	9987	9988	9988	9989	9989	9989	9990	9990

חנדסה אנליטית

קו ישר

משוואת ישר דרך (x_1, y_1) ששיפועו m : $y - y_1 = m(x - x_1)$

נוסחה לזווית α שבין הישרים $y = m_1x + n_1$, $y = m_2x + n_2$: $\lg \alpha = \left| \frac{m_1 - m_2}{1 + m_1 m_2} \right|$

ניצבות הישרים $y = m_1x + n_1$, $y = m_2x + n_2$: $m_1 \cdot m_2 = -1$

מרחק הנקודה $(x_0; y_0)$ מהישר $Ax + By + C = 0$: $d = \pm \frac{Ax_0 + By_0 + C}{\sqrt{A^2 + B^2}}$

נקודה המחלקת את הקטע AB ביחס $k : \ell$: $(A(x_1, y_1); B(x_2, y_2))$: $\left(\frac{\ell x_1 + kx_2}{k + \ell}, \frac{\ell y_1 + ky_2}{k + \ell} \right)$

מעגל

משוואת המשיק למעגל $(x - a)^2 + (y - b)^2 = R^2$ בנקודה $(x_0; y_0)$:

$$(x_0 - a) \cdot (x - a) + (y_0 - b) \cdot (y - b) = R^2$$

היפרבולה : $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$

$$y = \pm \frac{b}{a}x$$

האסימפטוטות:

$$c = \sqrt{a^2 + b^2}$$

מרחק המוקד מהראשית:

$$\frac{xx_0}{a^2} - \frac{yy_0}{b^2} = 1$$

משיק להיפרבולה בנקודה $(x_0; y_0)$:

$$n^2 = m^2 a^2 - b^2$$

התנאי שהישר $y = mx + n$ ישיק להיפרבולה:

פרבולה : $y^2 = 2px$

$$yy_0 = p(x + x_0)$$

משיק לפרבולה בנקודה $(x_0; y_0)$:

$$n = \frac{p}{2m}$$

התנאי שהישר $y = mx + n$ ישיק לפרבולה:

מדינת ישראל

משרד החינוך

סוג הבחינה: א. בגרות לבתי"ס על-יסודיים
ב. בגרות לנבחנים אקסטרניים
מועד הבחינה: חורף תשס"ב, 2002
מספר השאלון: 189, 174, 035202
נספח: דפי נוסחאות ל-4 ול-5 יח"ל

מתמטיקה

2 יחידות לימוד

השלמה ל- 5 יחידות לימוד

הוראות לנבחן

- א. משך הבחינה: שעותיים.
- ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה:
בשאלון זה פרק אחד.
פרק שלישי: הנדסה אנליטית, הנדסת המרחב, וקטורים, מספרים מרוכבים, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות
(25x4) - 100 נק'
ג. חומר עזר מותר בשימוש:
1. מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון הניתן לתכנות. שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
2. דפי נוסחאות (מצורפים).
ד. הוראות מיוחדות:
1. אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.
2. התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון. הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת. חוסר פירוט עלול לגרום לפסילת הבחינה או לפגיעה בציון.
3. כטייטה יש להשתמש רק במחברת הבחינה או בדפים שקיבלת מהמשגיחים. שימוש בטייטה אחרת עלול לגרום לפסילת הבחינה.

דولة إسرائيل

وزارة المعارف

نوع الامتحان: أ. بجروت للمدارس الثانوية
ب. بجروت للممتحنين الخارجيين
موعد الامتحان: شتاء ٢٠٠٢/٠١
رقم النموذج: ١٨٩, ١٧٤, ٠٣٥٢٠٢
ملحق: لوائح قوانين ل-٤ و-٥ وحدات

الرياضيات

وحدتان تعليميتان

تكملة ل- ٥ وحدات تعليمية

تعليمات للممتحن

- أ. مدة الامتحان: ساعتان.
- ب. مبنى النموذج وتوزيع الدرجات:
في هذا النموذج فصل واحد.
الفصل الثالث: الهندسة التحليلية، الهندسة الفراغية، متجهات، أعداد مركبة، دوال أسية ولوغريتمية
(25x4) - ١٠٠ درجة
ج. مواد مساعدة يُسمح استعمالها:
١. حاسبة غير بيانية. لا يُسمح استعمال إمكانيات البرمجة في الحاسبة التي يمكن برمجتها. إستعمال الحاسبة البيانية أو —إمكانيات البرمجة في الحاسبة قد يؤدي إلى إلغاء الامتحان.
٢. لوائح قوانين (مرفقة).
د. تعليمات خاصة:
١. لا تنسخ السؤال؛ أكتب رقمه فقط.
٢. إبدأ كل سؤال في صفحة جديدة. أكتب في الدفتر مراحل الحل، حتى إذا أجريت حساباتك بواسطة حاسبة. فسر كل عملياتك، بما في ذلك العمليات الحسابية، بالتفصيل وبوضوح وبترتيب. عدم التفصيل قد يؤدي إلى إلغاء الامتحان أو إلى خصم درجات.
٣. لكتابة مسودة يجب استعمال دفتر الامتحان فقط أو الأوراق التي حصلت عليها من المراقبين. إستعمال مسودة أخرى قد يؤدي إلى إلغاء الامتحان.

التعليمات في هذا النموذج مكتوبة بصيغة المذكر وموجهة للممتحنات وللممتحنين على حد سواء.

نتمنى لك النجاح!

בהצלחה!

الأسئلة

الفصل الثالث: الهندسة التحليلية، الهندسة الفراغية، متجهات،

أعداد مركّبة، دوال أسّية ولوغريتمية (١٠٠ درجة)

حل أربعة من الأسئلة ١٠-١٧، منها على الأقل أحد السؤالين ١٦-١٧ (لكل سؤال - ٢٥ درجة).

الهندسة التحليلية والهندسة الفراغية

١٠. في مثلث متساوي الساقين ABC ($AB = AC$) معادلتا المستقيمين المتوسطين

$$\text{للساقين هما: } y = 3x - 30, \quad x + 3y - 20 = 0.$$

أ. جد ميل القاعدة BC ، إذا كان معطى أنّه موجب.

ب. المستقيم الذي وُضعت عليه القاعدة BC يمرّ في النقطة $(0, 17.5)$.

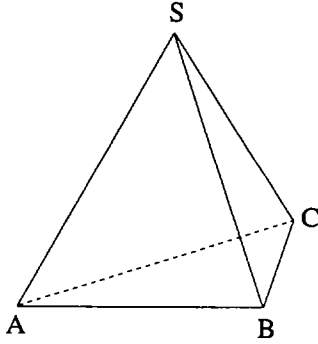
احسب طول المستقيم المتوسط لقاعدة المثلث.

١١. معطاة الدائرة: $x^2 + y^2 = R^2$. من نقطة P تقع خارج الدائرة نمرّر

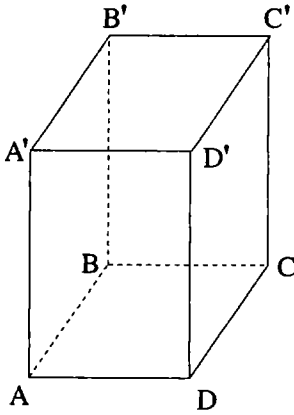
مستقيماً يمسّ الدائرة في النقطة A .

بيّن أن المحل الهندسي للنقاط P ، التي بُعدها عن المحور y يساوي $2PA$ ،

هو قطع ناقص.



١٢. $SABC$ هو هرم قائم قاعدته مثلث متساوي الساقين (أنظر الرسم)، فيه $AB = AC = a$ ، $\angle CAB = \alpha$.
الزاوية التي بين ضلع جانبي للهرم وقاعدة الهرم هي β .
عبر عن حجم الهرم بدلالة β ، α ، a .



١٣. معطى صندوق $ABCD A'B'C'D'$ قاعدته $ABCD$ هي مربع (أنظر الرسم). ارتفاع الصندوق هو h ، والزاوية التي بين قطري وجهين جانبيين متجاورين يخرجان من نفس الرأس هي α .
أ. عبر بدلالة h و α عن طول ضلع قاعدة الصندوق.

ب. في أي مجال يجب أن تتواجد α حتى يكون حل للمسألة؟

متجهات

١٤. في صندوق $ABCD A' B' C' D'$ معطاة الرؤوس:

$$A(6, -2, 5) \quad B(3, 1, -1) \quad C(0, 2, 1) \quad C'(2, 6, 2)$$

النقطة M تقسم الضلع AB بحيث أن $\vec{BM} = 2\vec{MA}$.

أ. جد طولي المتجهين $\vec{MC}$ و $\vec{MA'}$.

ب. احسب مساحة المثلث $A'MC$.

١٥. في الهرم الرباعي $ABCD$ (أنظر الرسم) معطى: $AB = AC = BC = 1$

$$DA = DB = DC = 2$$

أ. احسب $\cos \angle DAB$ و $\cos \angle DAC$.

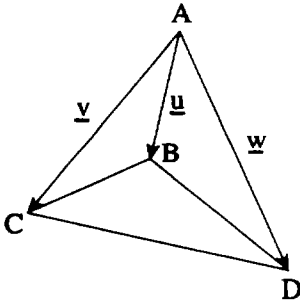
نرمز: $\vec{AB} = \underline{u}$ ، $\vec{AC} = \underline{v}$ ، $\vec{AD} = \underline{w}$

M هي نقطة على المستقيم AD بحيث

$$\vec{AM} = t\vec{AD}$$

ب. عبّر عن $\cos \angle BMC$ بدلالة t .

ج. جد قيم t التي بالنسبة لها $\angle BMC = 60^\circ$.



انتبه: عليك الإجابة على الأقل عن أحد السؤالين ١٦-١٧.

أعداد مركبة ودوال أسية ولوغريتمية

١٦. معطى العدد المركب: $z = x + iy$, $y \neq 0$, $x \neq 0$.

أ. برهن أنه إذا كان $z + \frac{1}{z}$ عدداً حقيقياً، عندها z يقع على محيط

دائرة الوحدة (نصف قطر الدائرة r , هو وحدة واحدة).

ب. برهن أنه إذا كان z يقع على محيط دائرة الوحدة، عندها $z + \frac{1}{z}$

هو عدد حقيقي.

١٧. معطاة الدالة $f(x) = e^x - 1$.

أ. برهن أن الدالة تصاعدية لكل x

ب. جد معادلة المماس للرسم البياني للدالة في النقطة التي فيها $x = 0$.

ج. جد المساحة المحصورة بين الرسم البياني للدالة والمماس الذي وجدته

في البند "ب" والمستقيم $y = e - 1$.

בהצלחה!
نتمنى لك النجاح!

זכות היוצרים שמורה למדינה ישראל.

אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך.

حقوق الطبع محفوظة لدولة إسرائيل.

النسخ أو النشر ممنوعان إلا بإذن من وزارة المعارف.

נוסחאון מתמטיקה

5-4 יחידות לימוד (החל מקיץ תש"ן)

אלגברה

$$a^n - b^n = (a-b)(a^{n-1} + a^{n-2}b + \dots + a^{n-3}b^2 + \dots + b^{n-1})$$

פירוק לגורמים

$$(a+b)^n = a^n + \binom{n}{1} a^{n-1} \cdot b + \dots + \binom{n}{k} a^{n-k} \cdot b^k + \dots + b^n$$

בינום ניוטון

$$\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

$$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$$

$$x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$$

נוסחאות וייטה

$$(x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a})$$

x_1, x_2 שורשי משוואה ריבועית.

סדרות

סדרה הנדסית	סדרה חשבונית	
$a_n = a_1 q^{n-1}$	$a_n = a_1 + (n-1)d$	האיבר ה-nי:
$S_n = \frac{a_1(q^n - 1)}{q - 1}$	$S_n = \frac{n}{2} [2a_1 + (n-1)d]$	הסכום:

$$z = a + bi = r(\cos\theta + i\sin\theta)$$

מספרים מרוכבים

$$z_1 z_2 = r_1 r_2 [\cos(\theta_1 + \theta_2) + i\sin(\theta_1 + \theta_2)]$$

מכפלה בהצגה קוטבית:

$$(\cos\theta + i\sin\theta)^n = \cos n\theta + i\sin n\theta$$

משפט דה-מואבר:

$$z_k = \sqrt[n]{r} \left[\cos\left(\frac{\alpha}{n} + \frac{2\pi k}{n}\right) + i\sin\left(\frac{\alpha}{n} + \frac{2\pi k}{n}\right) \right] \quad \text{שורשי המשוואה } z^n = r(\cos\alpha + i\sin\alpha) \text{ הם:}$$

$$k = 0, 1, \dots, n-1$$

קומבינטוריקה

$$p_n = n!$$

מספר התמורות של n עצמים (בלי חזרות):

מספר התמורות של n עצמים כשמתוכם יש $n_1, n_2, \dots, n_k$ עצמים שווים ביניהם:

$$P_n = \frac{n!}{n_1! \cdot n_2! \cdot \dots \cdot n_k!}$$

$$A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$$

מספר החליפות של k מתוך n עצמים (בלי חזרות):

$$\binom{n}{k} = C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

מספר הצירופים של k מתוך n עצמים (בלי חזרות):

וקטורים

מישור דרך קצות הווקטורים $\vec{a} = \vec{OA}$, $\vec{b} = \vec{OB}$, $\vec{c} = \vec{OC}$: $\vec{c} = t\vec{a} + s\vec{b}$

מכפלה סקלרית: $(\vec{x}, \vec{y}) = \vec{x} \cdot \vec{y} = x_1y_1 + x_2y_2 + x_3y_3 = |\vec{x}| \cdot |\vec{y}| \cdot \cos \alpha$

ניצבות: $\vec{x} \cdot \vec{y} = 0$

אורך של וקטור: $|\vec{x}| = \sqrt{\vec{x} \cdot \vec{x}} = \sqrt{x_1^2 + x_2^2 + x_3^2}$

מרחק בין $\vec{z} = (z_1, z_2, z_3)$ למישור $\vec{a} \cdot \vec{x} + c = 0$: $\frac{|\vec{a} \cdot \vec{z} + c|}{|\vec{a}|}$

זווית בין הישר $\vec{b} + \vec{d}$ למישור $\vec{a} \cdot \vec{x} + c = 0$: $\sin \beta = \frac{|\vec{a} \cdot \vec{b}|}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|}$

זווית בין המישורים $\vec{a} \cdot \vec{x} + c = 0$, $\vec{b} \cdot \vec{x} + d = 0$: $\cos \alpha = \frac{|\vec{a} \cdot \vec{b}|}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|}$

חוקות ולוגריתמים: $\log_a x = \frac{\log_b x}{\log_b a}$, $a^{\log_a x} = \log_a(a^x) = x$

טריגונומטריה

זהויות

$$\sin(\alpha \pm \beta) = \sin \alpha \cos \beta \pm \cos \alpha \sin \beta$$

$$\cos(\alpha \pm \beta) = \cos \alpha \cos \beta \mp \sin \alpha \sin \beta$$

$$\operatorname{tg}(\alpha \pm \beta) = \frac{\operatorname{tg} \alpha \pm \operatorname{tg} \beta}{1 \mp \operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg} \beta}$$

$$\operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} = \frac{\sin \alpha}{1 + \cos \alpha}$$

$$\sin \frac{\alpha}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 - \cos \alpha}{2}}$$

$$\cos \frac{\alpha}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 + \cos \alpha}{2}}$$

$$\sin \alpha + \sin \beta = 2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$$

$$\cos \alpha + \cos \beta = 2 \cos \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$$

$$\sin \alpha - \sin \beta = 2 \sin \frac{\alpha - \beta}{2} \cos \frac{\alpha + \beta}{2}$$

$$\cos \alpha - \cos \beta = -2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \sin \frac{\alpha - \beta}{2}$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos \gamma \quad \text{משפט הקוסינוס:}$$

$$\frac{a}{\sin \alpha} = 2R \quad \text{משפט הסינוס:}$$

$$\frac{1}{2} r^2 \alpha \quad \text{שטח גורח:}$$

$$r \alpha \quad \text{אורך קשת של } \alpha \text{ רדיאנים:}$$

הנדסת חמרחב

$$V = \frac{4}{3} \pi R^3 \quad \text{נפח כדור:}$$

$$V = \frac{B \cdot h}{3} \quad \text{נפח חרוט ופירמידה (B - שטח הבסיס):}$$

$$P = 4\pi R^2 \quad \text{שטח פנים של כדור:}$$

$$M = \pi R l \quad \text{שטח מעטפת חרוט:}$$

אנליזה (חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי)

נגזרות

$$(uv)' = u'v + uv'$$

$$(x^n)' = nx^{n-1}$$

$$\sin' x = \cos x$$

$$\arcsin' x = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$$

$$\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{vu' - v'u}{v^2}$$

$$(a^x)' = a^x \ln a$$

$$\cos' x = -\sin x$$

$$\arccos' x = \frac{-1}{\sqrt{1-x^2}}$$

$$\log_a' x = \frac{1}{x \ln a}$$

$$\operatorname{tg}' x = \frac{1}{\cos^2 x}$$

$$\operatorname{arctg}' x = \frac{1}{1+x^2}$$

$$f'(x) = v'(u) \cdot u'(x) \quad \text{כלל השרשרת}$$

אינטגרלים

כלל הטרפז:

פונקציות

פונקציה זוגית:

פונקציה קמורה:

נקודת פיתול: נקודת מעבר בין קמירות לקעירות

סטטיסטיקה וחסתברות

סטיית תקן:

$$f_1 + f_2 + \dots + f_n = N$$

$\bar{x}$ ממוצע הנתונים ;

נוסחת ברנולי: ההסתברות ל k הצלחות ב n נסיונות בהתפלגות בינומית עם הסתברות p :

$$p_n(k) = \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}$$

לוח של חתפלגות נורמלית $(0,1)$ מצטברת

U	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0.0	0.500	504	508	512	516	520	524	528	532	536
0.1	0.540	544	548	552	556	560	564	568	571	575
0.2	0.579	583	587	591	595	599	603	606	610	614
0.3	0.618	622	625	629	633	637	641	644	648	652
0.4	0.655	659	663	666	670	674	677	681	684	688
0.5	0.692	695	699	702	705	709	712	716	719	722
0.6	0.726	729	732	736	739	742	745	749	752	755
0.7	0.758	761	764	767	770	773	776	779	782	787
0.8	0.788	791	794	797	800	802	805	809	811	813
0.9	0.816	819	821	824	826	829	832	834	837	839
1.0	0.841	844	846	848	851	853	855	858	860	862
1.1	0.864	866	869	871	873	875	877	879	881	883
1.2	0.885	887	889	891	893	894	896	898	900	902
1.3	0.903	905	907	908	910	911	913	915	916	918
1.4	0.919	921	922	924	925	926	928	929	931	932
1.5	0.933	935	936	937	938	939	941	942	943	944
1.6	0.945	946	947	948	9495	9505	9515	9525	9535	9545
1.7	0.9554	9564	9573	9582	9591	9599	9608	9616	9625	9633
1.8	0.9641	9650	9656	9664	9671	9678	9686	9693	9699	9706
1.9	0.9713	9719	9726	9732	9738	9744	9750	9756	9762	9767
2.0	0.9773	9778	9783	9788	9793	9798	9803	9808	9812	9817
2.1	0.9821	9826	9830	9834	9838	9842	9846	9850	9854	9857
2.2	0.9861	9865	9868	9871	9875	9878	9881	9884	9887	9890
2.3	0.9893	9896	9898	9901	9904	9906	9909	9911	9913	9916
2.4	0.9918	9920	9922	9925	9927	9929	9931	9932	9934	9936
2.5	0.9938	9940	9941	9943	9945	9946	9948	9949	9951	9952
2.6	0.9954	9955	9956	9957	9959	9960	9961	9962	9963	9964
2.7	0.9965	9966	9967	9968	9969	9970	9971	9972	9973	9974
2.8	0.9974	9975	9976	9977	9977	9978	9979	9979	9980	9981
2.9	0.9981	9982	9983	9983	9984	9984	9985	9985	9986	9986
3.0	0.9987	9987	9987	9988	9988	9989	9989	9989	9990	9990

הנדסה אנליטית

קו ישר

משוואת ישר דרך (x_1, y_1) ששיפועו m : $y - y_1 = m(x - x_1)$

נוסחה לזווית α שבין הישרים $y = m_1x + n_1$, $y = m_2x + n_2$: $\lg \alpha = \left| \frac{m_1 - m_2}{1 + m_1 m_2} \right|$

ניצבות הישרים $y = m_1x + n_1$, $y = m_2x + n_2$: $m_1 \cdot m_2 = -1$

מרחק הנקודה $(x_0; y_0)$ מהישר $Ax + By + C = 0$: $d = \pm \frac{Ax_0 + By_0 + C}{\sqrt{A^2 + B^2}}$

נקודה המחלקת את הקטע AB ביחס $k : l$: $(A(x_1, y_1); B(x_2, y_2))$: $\left(\frac{lx_1 + kx_2}{k + l}, \frac{ly_1 + ky_2}{k + l} \right)$

מעגל

משוואת המשיק למעגל $(x - a)^2 + (y - b)^2 = R^2$ בנקודה $(x_0; y_0)$:

$$(x_0 - a) \cdot (x - a) + (y_0 - b) \cdot (y - b) = R^2$$

היפרבולה : $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$

$$y = \pm \frac{b}{a}x$$

האסימפטוטות:

$$c = \sqrt{a^2 + b^2}$$

מרחק המוקד מהראשית:

$$\frac{xx_0}{a^2} - \frac{yy_0}{b^2} = 1$$

משיק להיפרבולה בנקודה $(x_0; y_0)$:

$$n^2 = m^2 a^2 - b^2$$

התנאי שהישר $y = mx + n$ ישיק להיפרבולה:

פרבולה : $y^2 = 2px$

$$yy_0 = p(x + x_0)$$

משיק לפרבולה בנקודה $(x_0; y_0)$:

$$n = \frac{p}{2m}$$

התנאי שהישר $y = mx + n$ ישיק לפרבולה: