

סוג הבחינה: א. בגרות לבתי-ספר על-יסודיים  
ב. בגרות לנבחנים אקסטרניים  
מועד הבחינה: חורף תשס"ב, 2002  
מספר השאלון: 189, 174, 035202  
נספח: דפי נוסחאות ל-4 ול-5 יחידות לימוד

## מתמטיקה

2 יחידות לימוד

השלמה ל-5 יחידות לימוד

### הוראות לנבחן

- א. משך הבחינה: שעתיים.
- ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה פרק אחד.  
פרק שלישי – הנדסה אנליטית, הנדסת המרחב,  
וקטורים, מספרים מרוכבים,  
פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות –  $(25 \times 4)$  – 100 נקודות
- ג. חומר עזר מותר בשימוש:  
1. מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון הניתן לתכנות.  
שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.  
2. דפי נוסחאות (מצורפים).
- ד. הוראות מיוחדות:  
1. אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.  
2. התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.  
הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.  
חוסר פירוט עלול לגרום לפסילת הבחינה או לפגיעה בציון.  
3. כטייטה יש להשתמש רק במחברת הבחינה או בדפים שקיבלת מהמשגיחים.  
שימוש בטייטה אחרת עלול לגרום לפסילת הבחינה.

ההנחיות בשאלון זה מנוסחות בלשון זכר ומכוונות לנבחנות ולנבחנים כאחד.

## בהצלחה!

**ה ש א ל ו ת**  
**פרק שלישי – הנדסה אנליטית, הנדסת המרחב,**  
**וקטורים, מספרים מרוכבים, פונקציות**  
**מעריכיות ולוגריתמיות (100 נקודות)**

פתור ארבע מהשאלות 10-17, מהן לפחות אחת מהשאלות 16-17 (לכל שאלה – 25 נקודות).

הנדסה אנליטית, הנדסת המרחב

10. במשולש שווה-שוקיים  $ABC$  ( $AB = AC$ ) משוואות התיכונים

לשוקיים הן:  $y = 3x - 30$  ,  $x + 3y - 20 = 0$  .

א. מצא את שיפוע הבסיס  $BC$  , אם נתון כי הוא חיובי.

ב. הישר שעליו מונח הבסיס  $BC$  עובר בנקודה  $(0, 17.5)$  .

חשב את אורך התיכון לבסיס המשולש.

11. נתון המעגל:  $x^2 + y^2 = R^2$  . מנקודה  $P$  שנמצאת מחוץ למעגל מעבירים ישר

המשיק למעגל בנקודה  $A$  .

הראה כי המקום הגאומטרי של נקודות  $P$  , שמרחקן מציר ה- $y$  שווה ל- $2PA$  ,

הוא אליפסה.

12.  $SABC$  היא פירמידה ישרה שבסיסה

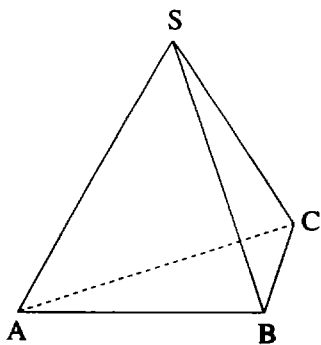
הוא משולש שווה-שוקיים (ראה ציור),

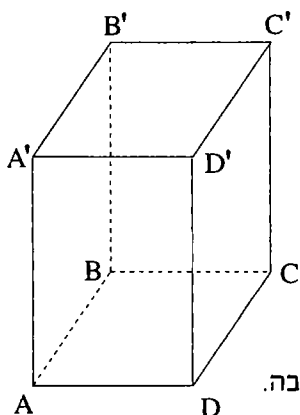
שבו  $\angle CAB = \alpha$  ,  $AB = AC = a$  .

הזווית שבין מקצוע צדדי של הפירמידה

לבין בסיס הפירמידה היא  $\beta$  .

הבע את נפח הפירמידה באמצעות  $\beta$  ,  $\alpha$  ,  $a$  .





13. נתונה תיבה  $ABCD A'B'C'D'$

שבסיסה  $ABCD$  הוא ריבוע (ראה ציור).

גובה התיבה הוא  $h$ , והזווית שבין האלכסונים

של שתי פאות צדדיות סמוכות היוצאים מאותו

קדקוד היא  $\alpha$ .

א. הבע באמצעות  $h$  ו- $\alpha$  את אורך הצלע של בסיס התיבה.

ב. באיזה תחום צריכה להימצא  $\alpha$  כדי שלבעיה יהיה פתרון?

### וקטורים

14. בתיבה  $ABCD A'B'C'D'$  נתונים הקדקודים:

$$A(6, -2, 5) \quad B(3, 1, -1) \quad C(0, 2, 1) \quad C'(2, 6, 2)$$

הנקודה  $M$  מחלקת את המקצוע  $AB$  כך ש-  $\vec{BM} = 2\vec{MA}$ .

א. מצא את אורכי הווקטורים  $\vec{MC}$  ו-  $\vec{MA}'$ .

ב. חשב את שטח המשולש  $A'MC$ .

15. בטראדר  $ABCD$  (ראה ציור) נתון:  $AB = AC = BC = 1$

$$DA = DB = DC = 2$$

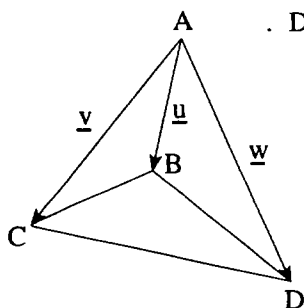
א. חשב את  $\cos \angle DAC$  ואת  $\cos \angle DAB$ .

נסמן:  $\vec{AB} = \underline{u}$ ,  $\vec{AC} = \underline{v}$ ,  $\vec{AD} = \underline{w}$ .

ב.  $M$  היא נקודה על הישר  $AD$  כך ש-  $\vec{AM} = t\vec{AD}$ .

ג. הבע את  $\cos \angle BMC$  באמצעות  $t$ .

ד. מצא את הערכים של  $t$  שעבורם  $\angle BMC = 60^\circ$ .



שים לב: עליך לענות לפחות על אחת מהשאלות 16-17.

מספרים מרוכבים, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות

16. נתון מספר מרוכב:  $z = x + iy$  ,  $y \neq 0$  ,  $x \neq 0$  .

א. הוכח כי אם  $z + \frac{1}{z}$  הוא מספר ממשי, אזי  $z$  נמצא על מעגל היחידה

(רדיוס המעגל,  $r$ , הוא יחידה אחת).

ב. הוכח כי אם  $z$  נמצא על מעגל היחידה, אזי  $z + \frac{1}{z}$  הוא מספר ממשי.

17. נתונה הפונקציה:  $f(x) = e^x - 1$

א. הוכח כי הפונקציה עולה לכל  $x$  .

ב. מצא את משוואת המשיק לגרף הפונקציה בנקודה שבה  $x = 0$  .

ג. מצא את השטח המוגבל על-ידי גרף הפונקציה, על-ידי המשיק שמצאת בסעיף ב

ועל-ידי הישר  $y = e - 1$  .

## בהצלחה!

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל  
אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך

# נוסחאון מתמטיקה

5-4 יחידות לימוד (החל מקיץ תש"ן)

## אלגברה

$$a^n - b^n = (a-b)(a^{n-1} + a^{n-2}b + \dots + a^{n-3}b^2 + \dots + b^{n-1})$$

פירוק לגורמים

$$(a+b)^n = a^n + \binom{n}{1} a^{n-1} \cdot b + \dots + \binom{n}{k} a^{n-k} \cdot b^k + \dots + b^n$$

בינום ניוטון

$$\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

$$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$$

$$x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$$

נוסחאות וייטה

$$(x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a})$$

$x_1, x_2$  שורשי משוואה ריבועית.

## סדרות

סדרה הנדסית	סדרה חשבונית	
$a_n = a_1 q^{n-1}$	$a_n = a_1 + (n-1)d$	האיבר ה-n י :
$S_n = \frac{a_1(q^n - 1)}{q - 1}$	$S_n = \frac{n}{2} [2a_1 + (n-1)d]$	הסכום:

$$z = a + bi = r(\cos\theta + i \sin\theta)$$

מספרים מרוכבים

$$z_1 z_2 = r_1 r_2 [\cos(\theta_1 + \theta_2) + i \sin(\theta_1 + \theta_2)]$$

מכפלה בהצגה קוטבית:

$$(\cos\theta + i \sin\theta)^n = \cos n\theta + i \sin n\theta$$

משפט דה-מואבר:

$$z_k = \sqrt[n]{r} \left[ \cos\left(\frac{\alpha}{n} + \frac{2\pi k}{n}\right) + i \sin\left(\frac{\alpha}{n} + \frac{2\pi k}{n}\right) \right] \quad \text{שורשי המשוואה } z^n = r(\cos\alpha + i \sin\alpha) \text{ הם:}$$

$$k = 0, 1, \dots, n-1$$

## קומבינטוריקה

$$P_n = n!$$

מספר התמורות של n עצמים (בלי חזרות):

מספר התמורות של n עצמים כשמתוכם יש  $n_1, n_2, \dots, n_k$  עצמים שווים ביניהם:

$$P_n = \frac{n!}{n_1! \cdot n_2! \cdot \dots \cdot n_k!}$$

$$A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$$

מספר החליפות של k מתוך n עצמים (בלי חזרות):

$$\binom{n}{k} = C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

מספר הצירופים של k מתוך n עצמים (בלי חזרות):

וקטורים

מישור דרך קצות הווקטורים  $\vec{a} = \vec{OA}$ ,  $\vec{b} = \vec{OB}$ ,  $\vec{c} = \vec{OC}$  :  $\vec{x} = \vec{a} + t(\vec{b} - \vec{a}) + s(\vec{c} - \vec{a})$

מכפלה סקלרית:  $(\vec{x}, \vec{y}) = \vec{x} \cdot \vec{y} = x_1y_1 + x_2y_2 + x_3y_3 = |\vec{x}| \cdot |\vec{y}| \cdot \cos\alpha$

ניצבות:  $\vec{x} \cdot \vec{y} = 0$

אורך של וקטור :  $|\vec{x}| = \sqrt{\vec{x} \cdot \vec{x}} = \sqrt{x_1^2 + x_2^2 + x_3^2}$

מרחק בין  $z = (z_1, z_2, z_3)$  למישור  $\vec{a} \cdot \vec{x} + c = 0$  :  $\frac{|\vec{a} \cdot \vec{z} + c|}{|\vec{a}|}$

זווית בין הישר  $t\vec{b} + d$  למישור  $\vec{a} \cdot \vec{x} + c = 0$  :  $\sin\beta = \frac{|\vec{a} \cdot \vec{b}|}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|}$

זווית בין המישורים  $\vec{a} \cdot \vec{x} + c = 0$ ,  $\vec{b} \cdot \vec{x} + d = 0$  :  $\cos\alpha = \frac{|\vec{a} \cdot \vec{b}|}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|}$

חוקות ולוגריתמים :  $\log_a x = \frac{\log_b x}{\log_b a}$  ,  ${}_a \log_a x = \log_a(a^x) = x$

טריגונומטריה

זהויות

$\sin(\alpha \pm \beta) = \sin\alpha \cos\beta \pm \cos\alpha \sin\beta$  ,  $\cos(\alpha \pm \beta) = \cos\alpha \cos\beta \mp \sin\alpha \sin\beta$

$\operatorname{tg}(\alpha \pm \beta) = \frac{\operatorname{tg}\alpha \pm \operatorname{tg}\beta}{1 \mp \operatorname{tg}\alpha \operatorname{tg}\beta}$  ,  $\operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} = \frac{\sin\alpha}{1 + \cos\alpha}$

$\sin \frac{\alpha}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 - \cos\alpha}{2}}$  ,  $\cos \frac{\alpha}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 + \cos\alpha}{2}}$

$\sin\alpha + \sin\beta = 2\sin \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$  ,  $\cos\alpha + \cos\beta = 2\cos \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$

$\sin\alpha - \sin\beta = 2\sin \frac{\alpha - \beta}{2} \cos \frac{\alpha + \beta}{2}$  ,  $\cos\alpha - \cos\beta = -2\sin \frac{\alpha + \beta}{2} \sin \frac{\alpha - \beta}{2}$

משפט הסינוס:  $\frac{a}{\sin\alpha} = 2R$

אורך קשת של  $\alpha$  רדיאנים:  $\frac{1}{2}r^2\alpha$  ,  $r\alpha$

הנדסת המרחב

נפח כדור:  $V = \frac{4}{3}\pi R^3$  , נפח חרוט ופירמידה (B - שטח הבסיס):  $V = \frac{B \cdot h}{3}$

שטח פנים של כדור:  $P = 4\pi R^2$  , שטח מעטפת החרוט:  $M = \pi R \ell$

אנליזה (חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי)

נגזרות

$(uv)' = u'v + uv'$  ,  $(x^n)' = nx^{n-1}$  ,  $\sin'x = \cos x$  ,  $\operatorname{arc} \sin'x = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$

$\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{vu' - v'u}{v^2}$  ,  $(a^x)' = a^x \ln a$  ,  $\cos'x = -\sin x$  ,  $\operatorname{arc} \cos'x = \frac{-1}{\sqrt{1-x^2}}$

$\log_a'x = \frac{1}{x \ln a}$  ,  $\operatorname{tg}'x = \frac{1}{\cos^2x}$  ,  $\operatorname{arc} \operatorname{tg}'x = \frac{1}{1+x^2}$

כלל השרשרת:  $f'(x) = v'(u) \cdot u'(x)$



הנדסה אנליטית

קו ישר

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

משוואת ישר דרך  $(x_1, y_1)$  ששיפועו  $m$  :

$$\operatorname{tg} \alpha = \left| \frac{m_1 - m_2}{1 + m_1 m_2} \right|$$

נוסחה לזווית  $\alpha$  שבין הישרים  $y = m_2 x + n_2$ ,  $y = m_1 x + n_1$  :

$$m_1 \cdot m_2 = -1$$

ניצבות הישרים  $y = m_2 x + n_2$ ,  $y = m_1 x + n_1$  :

$$d = \pm \frac{Ax_0 + By_0 + C}{\sqrt{A^2 + B^2}}$$

מרחק הנקודה  $(x_0; y_0)$  מהישר  $Ax + By + C = 0$  :

נקודה המחלקת את הקטע  $AB$  ביחס  $k : \ell$  :  $(A(x_1, y_1); B(x_2, y_2))$  :  $\left( \frac{\ell x_1 + kx_2}{k + \ell}, \frac{\ell y_1 + ky_2}{k + \ell} \right)$

מעגל

משוואת המשיק למעגל  $(x - a)^2 + (y - b)^2 = R^2$  בנקודה  $(x_0; y_0)$  :

$$(x_0 - a) \cdot (x - a) + (y_0 - b) \cdot (y - b) = R^2$$

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 \quad \text{היפרבולה}$$

$$y = \pm \frac{b}{a}x$$

האסימפטוטות:

$$c = \sqrt{a^2 + b^2}$$

מרחק המוקד מהראשית:

$$\frac{xx_0}{a^2} - \frac{yy_0}{b^2} = 1$$

משיק להיפרבולה בנקודה  $(x_0; y_0)$  :

$$n^2 = m^2 a^2 - b^2$$

התנאי שהישר  $y = mx + n$  ישיק להיפרבולה:

$$y^2 = 2px \quad \text{פרבולה}$$

$$yy_0 = p(x + x_0)$$

משיק לפרבולה בנקודה  $(x_0; y_0)$  :

$$n = \frac{p}{2m}$$

התנאי שהישר  $y = mx + n$  ישיק לפרבולה:



## מדינת ישראל משרד החינוך

סוג הבחינה: א. בגרות לבתי ייס על-יסודיים  
ב. בגרות לנבחנים אקסטרניים  
מועד הבחינה: חורף תשס"ב, 2002  
מספר השאלון: 189, 174, 035202  
נספח: דפי נוסחאות ל-4 ול-5 יח"ל

## מתמטיקה

2 יחידות לימוד

השלמה ל- 5 יחידות לימוד

## הוראות לנבחן

א. משך הבחינה: שעותיים.

ב. מבנה השאלון ומפתח הערכה:

בשאלון זה פרק אחד.

פרק שלישי: הנדסה אנליטית, הנדסת

המרחב, וקטורים, מספרים מרוכבים,

פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות

(25x4) - 100 נק'

ג. חומר עזר מותר בשימוש:

1. מחשבון לא גרפי. אין להשתמש

באפשרויות התכנות במחשבון הניתן

לתכנות. שימוש במחשבון גרפי או

באפשרויות התכנות במחשבון עלול

לגרום לפסילת הבחינה.

2. דפי נוסחאות (מצורפים).

ד. הוראות מיוחדות:

1. אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.

2. התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת

את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים

מתבצעים בעזרת מחשבון. הסבר את כל

פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה

ברורה ומסודרת. חוסר פירוט עלול לגרום

לפסילת הבחינה או לפגיעה בציון.

3. כטיטה יש להשתמש רק במחברת הבחינה

או בדפים שקיבלת מהמשיגים. שימוש

בטיטה אחרת עלול לגרום לפסילת

הבחינה.

## דولة إسرائيل وزارة المعارف

نوع الامتحان: أ. بجروت للمدارس الثانوية  
ب. بجروت للممتحنين الخارجيين  
موعد الامتحان: شتاء 2002/01  
رقم النموذج: 189, 174, 035202  
ملحق: لوائح قوانين ل-4 و-5 وحدات

## الرياضيات

وحداتان تعليميتان

تكملة ل- 5 وحدات تعليمية

## تعليمات للممتحن

أ. مدة الامتحان: ساعتان.

ب. مبنى النموذج وتوزيع الدرجات:

في هذا النموذج فصل واحد.

الفصل الثالث: الهندسة التحليلية،

الهندسة الفراغية، متجهات، أعداد مركبة،

دوال أسية ولوغريتمية

(25x4) - 100 درجة

ج. مواد مساعدة يُسمح استعمالها:

1. حاسبة غير بيانية. لا يُسمح استعمال

إمكانيات البرمجة في الحاسبة التي يمكن

برمجتها. إستعمال الحاسبة البيانية أو

إمكانيات البرمجة في الحاسبة قد يؤدي

إلى إلغاء الامتحان.

2. لوائح قوانين (مرفقة).

د. تعليمات خاصة:

1. لا تنسخ السؤال؛ أكتب رقمه فقط.

2. إبدأ كل سؤال في صفحة جديدة. أكتب في

الدفتري مراحل الحل، حتى إذا أُجريت حساباتك

بواسطة حاسبة. فسّر كل عملياتك، بما في ذلك

العمليات الحسابية، بالتفصيل وبوضوح

وبترتيب. عدم التفصيل قد يؤدي إلى إلغاء

الامتحان أو إلى خصم درجات.

3. لكتابة مسودة يجب استعمال دفتري الامتحان

فقط أو الأوراق التي حصلت عليها من

المراقبين. إستعمال مسودة أخرى قد يؤدي

إلى إلغاء الامتحان.

التعليمات في هذا النموذج مكتوبة بصيغة الذكر وموجهة للممتحنات وللممتحنين على حد سواء.

نتمنى لك النجاح!

בהצלחה!

## الأسئلة

### الفصل الثالث: الهندسة التحليلية، الهندسة الفراغية، متجهات،

#### أعداد مركّبة، دوال أسية ولوغريتمية (١٠٠ درجة)

حل أربعة من الأسئلة ١٠-١٧، منها على الأقل أحد السؤالين ١٦-١٧ (لكل سؤال - ٢٥ درجة).

#### الهندسة التحليلية والهندسة الفراغية

١٠. في مثلث متساوي الساقين  $ABC$  ( $AB = AC$ ) معادلتا المستقيمين المتوسطين

$$\text{للساقين هما: } y = 3x - 30 \text{ ، } x + 3y - 20 = 0 .$$

أ. جد ميل القاعدة  $BC$  ، إذا كان معطى أنه موجب.

ب. المستقيم الذي وُضعت عليه القاعدة  $BC$  يمرّ في النقطة  $(0, 17.5)$  .

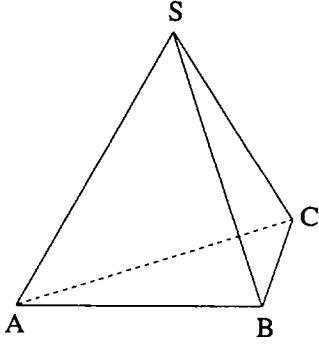
احسب طول المستقيم المتوسط لقاعدة المثلث.

١١. معطاة الدائرة:  $x^2 + y^2 = R^2$  . من نقطة  $P$  تقع خارج الدائرة نمرّر

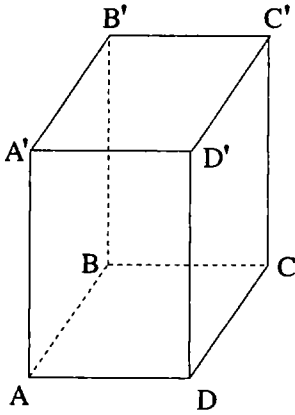
مستقيماً يمسّ الدائرة في النقطة  $A$  .

بيّن أن المحل الهندسي للنقاط  $P$  ، التي بُعدها عن المحور  $y$  يساوي  $2PA$  ،

هو قطع ناقص.



١٢.  $SABC$  هو هرم قائم قاعدته مثلث متساوي الساقين (أنظر الرسم)، فيه  $\angle CAB = \alpha$  ،  $AB = AC = a$  .  
الزاوية التي بين ضلع جانبي للهرم وقاعدة الهرم هي  $\beta$  .  
عبر عن حجم الهرم بدلالة  $\beta$  ،  $\alpha$  ،  $a$  .



١٣. معطى صندوق  $ABCD A'B'C'D'$  قاعدته  $ABCD$  هي مربع (أنظر الرسم). ارتفاع الصندوق هو  $h$  ، والزاوية التي بين قطري وجهين جانبيين متجاورين يخرجان من نفس الرأس هي  $\alpha$  .  
أ. عبر بدلالة  $h$  و  $\alpha$  عن طول ضلع قاعدة الصندوق.

ب. في أي مجال يجب أن تتواجد  $\alpha$  حتى يكون حل للمسألة؟

متجهات

١٤. في صندوق  $ABCD A'B'C'D'$  معطاة الرؤوس:

$$A(6, -2, 5) \quad B(3, 1, -1) \quad C(0, 2, 1) \quad C'(2, 6, 2)$$

النقطة  $M$  تقسم الضلع  $AB$  بحيث أن  $\vec{BM} = 2\vec{MA}$ .

أ. جد طولي المتجهين  $\vec{MA}'$  و  $\vec{MC}$ .

ب. احسب مساحة المثلث  $A'MC$ .

١٥. في الهرم الرباعي  $ABCD$  (أنظر الرسم) معطى:  $AB = AC = BC = 1$

$$DA = DB = DC = 2$$

أ. احسب  $\cos \angle DAB$  و  $\cos \angle DAC$ .

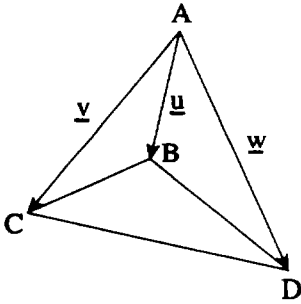
نرمز:  $\vec{AB} = \underline{u}$  ،  $\vec{AC} = \underline{v}$  ،  $\vec{AD} = \underline{w}$

$M$  هي نقطة على المستقيم  $AD$  بحيث

$$\vec{AM} = t\vec{AD}$$

ب. عبّر عن  $\cos \angle BMC$  بدلالة  $t$ .

ج. جد قيم  $t$  التي بالنسبة لها  $\angle BMC = 60^\circ$ .



انتبه: عليك الإجابة على الأقل عن أحد السؤالين ١٦-١٧.

أعداد مركبة ودوال أسية ولوغريتمية

١٦. معطى العدد المركب:  $z = x + iy$  ،  $y \neq 0$  ،  $x \neq 0$  .

أ. برهن أنه إذا كان  $z + \frac{1}{z}$  عدداً حقيقياً، عندها  $z$  يقع على محيط

دائرة الوحدة (نصف قطر الدائرة  $r$  ، هو وحدة واحدة).

ب. برهن أنه إذا كان  $z$  يقع على محيط دائرة الوحدة، عندها  $z + \frac{1}{z}$

هو عدد حقيقي.

١٧. معطاة الدالة  $f(x) = e^x - 1$  .

أ. برهن أن الدالة تصاعدية لكل  $x$

ب. جد معادلة المماس للرسم البياني للدالة في النقطة التي فيها  $x = 0$  .

ج. جد المساحة المحصورة بين الرسم البياني للدالة والمماس الذي وجدته

في البند "ب" والمستقيم  $y = e - 1$  .

**בהצלחה!**  
**نتمنى لك النجاح!**

זכות היוצרים שמורה למדינה ישראל.

אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך.

חقوق الطبع محفوظة לדولة إسرائيل.

הנسخ או הנشر ממועגן הלא באזן מן וזארה המعارف.

# נוסחאון מתמטיקה

5-4 יחידות לימוד (החל מקיץ תש"ן)

## אלגברה

$$a^n - b^n = (a-b)(a^{n-1} + a^{n-2}b + \dots + a^{n-3}b^2 + \dots + b^{n-1})$$

פירוק לגורמים

$$(a+b)^n = a^n + \binom{n}{1} a^{n-1} \cdot b + \dots + \binom{n}{k} a^{n-k} \cdot b^k + \dots + b^n$$

בינום ניוטון

$$\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

$$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$$

$$x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$$

נוסחאות וייטה

$$(x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a})$$

$x_1, x_2$  שורשי משוואה ריבועית.

## סדרות

סדרה הנדסית	סדרה חשבונית	
$a_n = a_1 q^{n-1}$	$a_n = a_1 + (n-1)d$	האיבר ה-n י :
$S_n = \frac{a_1(q^n - 1)}{q - 1}$	$S_n = \frac{n}{2} [2a_1 + (n-1)d]$	הסכום:

$$z = a + bi = r(\cos\theta + i \sin\theta)$$

מספרים מרוכבים

$$z_1 z_2 = r_1 r_2 [\cos(\theta_1 + \theta_2) + i \sin(\theta_1 + \theta_2)]$$

מכפלה בהצגה קוטבית:

$$(\cos\theta + i \sin\theta)^n = \cos n\theta + i \sin n\theta$$

משפט דה-מואבר:

$$z_k = \sqrt[n]{r} \left[ \cos\left(\frac{\alpha}{n} + \frac{2\pi k}{n}\right) + i \sin\left(\frac{\alpha}{n} + \frac{2\pi k}{n}\right) \right] \quad \text{שורשי המשוואה } z^n = r(\cos\alpha + i \sin\alpha) \text{ הם:}$$

$$k = 0, 1, \dots, n-1$$

## קומבינטוריקה

$$P_n = n!$$

מספר התמורות של n עצמים (בלי חזרות):

מספר התמורות של n עצמים כשמתוכם יש  $n_1, n_2, \dots, n_k$  עצמים שווים ביניהם:

$$P_n = \frac{n!}{n_1! \cdot n_2! \cdot \dots \cdot n_k!}$$

$$A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$$

מספר החליפות של k מתוך n עצמים (בלי חזרות):

$$\binom{n}{k} = C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

מספר הצירופים של k מתוך n עצמים (בלי חזרות):

וקטורים

מישור דרך קצות הווקטורים  $\vec{a} = \vec{OA}$ ,  $\vec{b} = \vec{OB}$ ,  $\vec{c} = \vec{OC}$  :  $\vec{x} = \vec{a} + t(\vec{b} - \vec{a}) + s(\vec{c} - \vec{a})$

מכפלה סקלרית:  $(\vec{x}, \vec{y}) = \vec{x} \cdot \vec{y} = x_1y_1 + x_2y_2 + x_3y_3 = |\vec{x}| \cdot |\vec{y}| \cdot \cos\alpha$

ניצבות:  $\vec{x} \cdot \vec{y} = 0$

אורך של וקטור :  $|\vec{x}| = \sqrt{\vec{x} \cdot \vec{x}} = \sqrt{x_1^2 + x_2^2 + x_3^2}$

מרחק בין  $z = (z_1, z_2, z_3)$  למישור  $\vec{a} \cdot \vec{x} + c = 0$  :  $\frac{|\vec{a} \cdot \vec{z} + c|}{|\vec{a}|}$

זווית בין הישר  $t\vec{b} + d$  למישור  $\vec{a} \cdot \vec{x} + c = 0$  :  $\sin\beta = \frac{|\vec{a} \cdot \vec{b}|}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|}$

זווית בין המישורים  $\vec{a} \cdot \vec{x} + c = 0$ ,  $\vec{b} \cdot \vec{x} + d = 0$  :  $\cos\alpha = \frac{|\vec{a} \cdot \vec{b}|}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|}$

חוקות ולוגריתמים :  $\log_a x = \frac{\log_b x}{\log_b a}$  ,  ${}_a \log_a x = \log_a(a^x) = x$

טריגונומטריה

זהויות

$\sin(\alpha \pm \beta) = \sin\alpha \cos\beta \pm \cos\alpha \sin\beta$  ,  $\cos(\alpha \pm \beta) = \cos\alpha \cos\beta \mp \sin\alpha \sin\beta$

$\operatorname{tg}(\alpha \pm \beta) = \frac{\operatorname{tg}\alpha \pm \operatorname{tg}\beta}{1 \mp \operatorname{tg}\alpha \operatorname{tg}\beta}$  ,  $\operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} = \frac{\sin\alpha}{1 + \cos\alpha}$

$\sin \frac{\alpha}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 - \cos\alpha}{2}}$  ,  $\cos \frac{\alpha}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 + \cos\alpha}{2}}$

$\sin\alpha + \sin\beta = 2\sin \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$  ,  $\cos\alpha + \cos\beta = 2\cos \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$

$\sin\alpha - \sin\beta = 2\sin \frac{\alpha - \beta}{2} \cos \frac{\alpha + \beta}{2}$  ,  $\cos\alpha - \cos\beta = -2\sin \frac{\alpha + \beta}{2} \sin \frac{\alpha - \beta}{2}$

משפט הסינוס:  $\frac{a}{\sin\alpha} = 2R$

אורך קשת של  $\alpha$  רדיאנים:  $\frac{1}{2}r^2\alpha$  ,  $r\alpha$

הנדסת המרחב

נפח כדור:  $V = \frac{4}{3}\pi R^3$  , נפח חרוט ופירמידה (B - שטח הבסיס):  $V = \frac{B \cdot h}{3}$

שטח פנים של כדור:  $P = 4\pi R^2$  , שטח מעטפת החרוט:  $M = \pi R \ell$

אנליזה (חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי)

נגזרות

$(uv)' = u'v + uv'$  ,  $(x^n)' = nx^{n-1}$  ,  $\sin'x = \cos x$  ,  $\operatorname{arc} \sin'x = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$

$\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{vu' - v'u}{v^2}$  ,  $(a^x)' = a^x \ln a$  ,  $\cos'x = -\sin x$  ,  $\operatorname{arc} \cos'x = \frac{-1}{\sqrt{1-x^2}}$

$\log_a'x = \frac{1}{x \ln a}$  ,  $\operatorname{tg}'x = \frac{1}{\cos^2x}$  ,  $\operatorname{arc} \operatorname{tg}'x = \frac{1}{1+x^2}$

כלל השרשרת:  $f'(x) = v'(u) \cdot u'(x)$





הנדסה אנליטית

קו ישר

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

משוואת ישר דרך  $(x_1, y_1)$  ששיפועו  $m$  :

$$\operatorname{tg} \alpha = \left| \frac{m_1 - m_2}{1 + m_1 m_2} \right|$$

נוסחה לזווית  $\alpha$  שבין הישרים  $y = m_2 x + n_2$ ,  $y = m_1 x + n_1$  :

$$m_1 \cdot m_2 = -1$$

ניצבות הישרים  $y = m_2 x + n_2$ ,  $y = m_1 x + n_1$  :

$$d = \pm \frac{Ax_0 + By_0 + C}{\sqrt{A^2 + B^2}}$$

מרחק הנקודה  $(x_0; y_0)$  מהישר  $Ax + By + C = 0$  :

נקודה המחלקת את הקטע  $AB$  ביחס  $k : \ell$  :  $(A(x_1, y_1); B(x_2, y_2))$  :  $\left( \frac{\ell x_1 + kx_2}{k + \ell}, \frac{\ell y_1 + ky_2}{k + \ell} \right)$

מעגל

משוואת המשיק למעגל  $(x - a)^2 + (y - b)^2 = R^2$  בנקודה  $(x_0; y_0)$  :

$$(x_0 - a) \cdot (x - a) + (y_0 - b) \cdot (y - b) = R^2$$

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 \quad \text{היפרבולה}$$

$$y = \pm \frac{b}{a}x$$

האסימפטוטות:

$$c = \sqrt{a^2 + b^2}$$

מרחק המוקד מהראשית:

$$\frac{xx_0}{a^2} - \frac{yy_0}{b^2} = 1$$

משיק להיפרבולה בנקודה  $(x_0; y_0)$  :

$$n^2 = m^2 a^2 - b^2$$

התנאי שהישר  $y = mx + n$  ישיק להיפרבולה:

$$y^2 = 2px \quad \text{פרבולה}$$

$$yy_0 = p(x + x_0)$$

משיק לפרבולה בנקודה  $(x_0; y_0)$  :

$$n = \frac{p}{2m}$$

התנאי שהישר  $y = mx + n$  ישיק לפרבולה: