

סוג הבחינה: א. בגרות לבתי-ספר על-יסודיים
ב. בגרות לנבחנים אקסטרניים
מועד הבחינה: חורף תשס"ב, 2002
מספר השאלון: 187, 172, 035101
נספח: דפי נוסחאות ל-4 ול-5 יחידות לימוד

מתמטיקה

יחידת לימוד אחת

השלמה ל-4 יחידות לימוד

הוראות לנבחן

- א. משך הבחינה: שעה ורבע.
- ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה פרק אחד.
פרק שלישי – טריגונומטריה, חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי,
פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות – $(2 \times 50) - 100$ נקודות
- ג. חומר עזר מותר בשימוש:
 1. מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון הניתן לתכנות. שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
 2. דפי נוסחאות (מצורפים).
- ד. הוראות מיוחדות:
 1. אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.
 2. התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
 - הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת. חוסר פירוט עלול לגרום לפסילת הבחינה או לפגיעה בציון.
 3. טיוטה יש לרשום רק במחברת הבחינה או בדפים שקיבלת מהמשגיחים. שגמוש בטיוטה אחרת עלול לגרום לפסילת הבחינה.

ההנחיות בשאלון זה מנוסחות בלשון זכר ומכוונות לנבחנות ולנבחנים כאחד.

בהצלחה!

ה ש א ל ו ת

פרק שלישי – טריגונומטריה, חשבון דיפרנציאלי ואינטגרל,

פונקציות מעריכיות ולגריטמיות (100 נקודות)

פתור שתיים מהשאלות 11-14 (לכל שאלה – 50 נקודות).

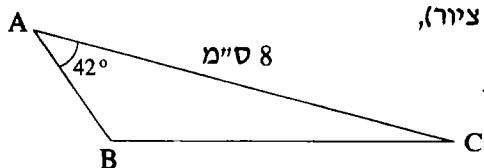
11. במשולש ABC גודל הזווית A הוא 42° .

נתון כי אורך הצלע AC הוא 8 ס"מ (ראה ציור),

והצלע BC ארוכה ב-5 ס"מ מהצלע AB .

א. חשב את אורך הצלע BC .

ב. BD הוא תיכון לצלע AC . חשב את שטח המשולש BCD .



12. $ABCD$ הוא ריבוע החסום בבסיס של חרוט.

אורך צלע הריבוע הוא 10 ס"מ.

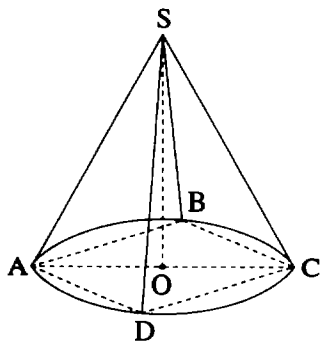
מחברים את קדקודי הריבוע עם הקדקוד S

של החרוט, ומקבלים פירמידה מרובעת וישרה $SABCD$

(ראה ציור).

הזווית שבין מקצוע צדדי של הפירמידה לבין

הבסיס היא α . הבע את נפח החרוט באמצעות α .



13. לפונקציה $y = \frac{x}{\ln(ax)}$ יש נקודת קיצון ב- $x = \frac{e}{3}$.

א. מצא את ערך הפרמטר a.

ב. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה.

ג. מצא את סוג נקודת הקיצון.

14. א. נתונה הפונקציה: $f(x) = \frac{\sin x - \cos x}{e^x}$.

הוכח כי הנגזרת של הפונקציה הנתונה היא: $f'(x) = \frac{2 \cos x}{e^x}$.

ב. נתונה הפונקציה: $y = \frac{2 \cos x}{e^x}$,

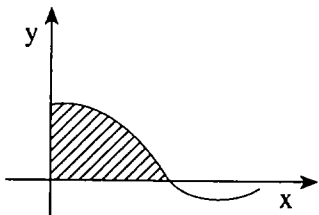
בתחום $0 \leq x \leq \pi$ (ראה ציור).

חשב את השטח המוגבל על-ידי גרף

הפונקציה $y = \frac{2 \cos x}{e^x}$, על-ידי ציר ה- x

ועל-ידי ציר ה- y (השטח המקווקו בציור).

(אתה רשאי להשאיר בתשובתך e ו- π).



בהצלחה!

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל
 אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך

נוסחאון מתמטיקה

5-4 יחידות לימוד (החל מקיץ תש"ן)

אלגברה

$$a^n - b^n = (a-b)(a^{n-1} + a^{n-2}b + \dots + a^{n-3}b^2 + \dots + b^{n-1})$$

פירוק לגורמים

$$(a+b)^n = a^n + \binom{n}{1} a^{n-1} \cdot b + \dots + \binom{n}{k} a^{n-k} \cdot b^k + \dots + b^n$$

בינום ניוטון

$$\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

$$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$$

$$x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$$

נוסחאות וייטה

$$(x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a})$$

x_1, x_2 שורשי משוואה ריבועית.

סדרות

סדרה הנדסית	סדרה חשבונית	
$a_n = a_1 q^{n-1}$	$a_n = a_1 + (n-1)d$	האיבר ה-n י :
$S_n = \frac{a_1(q^n - 1)}{q - 1}$	$S_n = \frac{n}{2} [2a_1 + (n-1)d]$	הסכום:

$$z = a + bi = r(\cos\theta + i \sin\theta)$$

מספרים מרוכבים

$$z_1 z_2 = r_1 r_2 [\cos(\theta_1 + \theta_2) + i \sin(\theta_1 + \theta_2)]$$

מכפלה בהצגה קוטבית:

$$(\cos\theta + i \sin\theta)^n = \cos n\theta + i \sin n\theta$$

משפט דה-מואבר:

$$z_k = \sqrt[n]{r} \left[\cos\left(\frac{\alpha}{n} + \frac{2\pi k}{n}\right) + i \sin\left(\frac{\alpha}{n} + \frac{2\pi k}{n}\right) \right] \quad \text{שורשי המשוואה } z^n = r(\cos\alpha + i \sin\alpha) \text{ הם:}$$

$$k = 0, 1, \dots, n-1$$

קומבינטוריקה

$$P_n = n!$$

מספר התמורות של n עצמים (בלי חזרות):

מספר התמורות של n עצמים כשמתוכם יש n_1, n_2, \dots, n_k עצמים שווים ביניהם:

$$P_n = \frac{n!}{n_1! \cdot n_2! \cdot \dots \cdot n_k!}$$

$$A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$$

מספר החליפות של k מתוך n עצמים (בלי חזרות):

$$\binom{n}{k} = C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

מספר הצירופים של k מתוך n עצמים (בלי חזרות):

וקטורים

מישור דרך קצות הווקטורים $\vec{a} = \vec{OA}$, $\vec{b} = \vec{OB}$, $\vec{c} = \vec{OC}$: $\vec{x} = \vec{a} + t(\vec{b} - \vec{a}) + s(\vec{c} - \vec{a})$

מכפלה סקלרית: $(\vec{x}, \vec{y}) = \vec{x} \cdot \vec{y} = x_1y_1 + x_2y_2 + x_3y_3 = |\vec{x}| \cdot |\vec{y}| \cdot \cos\alpha$

ניצבות: $\vec{x} \cdot \vec{y} = 0$

אורך של וקטור : $|\vec{x}| = \sqrt{\vec{x} \cdot \vec{x}} = \sqrt{x_1^2 + x_2^2 + x_3^2}$

מרחק בין $z = (z_1, z_2, z_3)$ למישור $\vec{a} \cdot \vec{x} + c = 0$: $\frac{|\vec{a} \cdot \vec{z} + c|}{|\vec{a}|}$

זווית בין הישר $t\vec{b} + d$ למישור $\vec{a} \cdot \vec{x} + c = 0$: $\sin\beta = \frac{|\vec{a} \cdot \vec{b}|}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|}$

זווית בין המישורים $\vec{a} \cdot \vec{x} + c = 0$, $\vec{b} \cdot \vec{x} + d = 0$: $\cos\alpha = \frac{|\vec{a} \cdot \vec{b}|}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|}$

חוקות ולוגריתמים : $\log_a x = \frac{\log_b x}{\log_b a}$, ${}_a \log_a x = \log_a(a^x) = x$

טריגונומטריה

זהויות

$\sin(\alpha \pm \beta) = \sin\alpha \cos\beta \pm \cos\alpha \sin\beta$

$\cos(\alpha \pm \beta) = \cos\alpha \cos\beta \mp \sin\alpha \sin\beta$

$\operatorname{tg}(\alpha \pm \beta) = \frac{\operatorname{tg}\alpha \pm \operatorname{tg}\beta}{1 \mp \operatorname{tg}\alpha \operatorname{tg}\beta}$

$\operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} = \frac{\sin\alpha}{1 + \cos\alpha}$

$\sin \frac{\alpha}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 - \cos\alpha}{2}}$

$\cos \frac{\alpha}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 + \cos\alpha}{2}}$

$\sin\alpha + \sin\beta = 2\sin \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$

$\cos\alpha + \cos\beta = 2\cos \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$

$\sin\alpha - \sin\beta = 2\sin \frac{\alpha - \beta}{2} \cos \frac{\alpha + \beta}{2}$

$\cos\alpha - \cos\beta = -2\sin \frac{\alpha + \beta}{2} \sin \frac{\alpha - \beta}{2}$

משפט הקוסינוס : $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos\gamma$
שטח גורת : $\frac{1}{2}r^2\alpha$

משפט הסינוס : $\frac{a}{\sin\alpha} = 2R$

אורך קשת של α רדיאנים : $r\alpha$

הנדסת המרחב

נפח כדור : $V = \frac{4}{3}\pi R^3$

נפח חרוט ופירמידה (B - שטח הבסיס) : $V = \frac{B \cdot h}{3}$

שטח פנים של כדור : $P = 4\pi R^2$

שטח מעטפת החרוט : $M = \pi R \ell$

אנליזה (חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי)

נגזרות

$(uv)' = u'v + uv'$

$(x^n)' = nx^{n-1}$

$\sin'x = \cos x$

$\operatorname{arc} \sin'x = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$

$\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{vu' - v'u}{v^2}$

$(a^x)' = a^x \ln a$

$\cos'x = -\sin x$

$\operatorname{arc} \cos'x = \frac{-1}{\sqrt{1-x^2}}$

$\log_a'x = \frac{1}{x \ln a}$

$\operatorname{tg}'x = \frac{1}{\cos^2x}$

$\operatorname{arc} \operatorname{tg}'x = \frac{1}{1+x^2}$

כלל השרשרת : $f'(x) = v'(u) \cdot u'(x)$

הנדסה אנליטית

קו ישר

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

משוואת ישר דרך (x_1, y_1) ששיפועו m :

$$\operatorname{tg} \alpha = \left| \frac{m_1 - m_2}{1 + m_1 m_2} \right|$$

נוסחה לזווית α שבין הישרים $y = m_2 x + n_2$, $y = m_1 x + n_1$:

$$m_1 \cdot m_2 = -1$$

ניצבות הישרים $y = m_2 x + n_2$, $y = m_1 x + n_1$:

$$d = \pm \frac{Ax_0 + By_0 + C}{\sqrt{A^2 + B^2}}$$

מרחק הנקודה $(x_0; y_0)$ מהישר $Ax + By + C = 0$:

$$\left(\frac{\ell x_1 + k x_2}{k + \ell}, \frac{\ell y_1 + k y_2}{k + \ell} \right) : (A(x_1, y_1); B(x_2, y_2)) \quad k : \ell \text{ ביחס } AB \text{ הקטע את המחלקת}$$

מעגל

משוואת המשיק למעגל $(x - a)^2 + (y - b)^2 = R^2$ בנקודה $(x_0; y_0)$:

$$(x_0 - a) \cdot (x - a) + (y_0 - b) \cdot (y - b) = R^2$$

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 \quad \text{היפרבולה}$$

$$y = \pm \frac{b}{a}x$$

האסימפטוטות:

$$c = \sqrt{a^2 + b^2}$$

מרחק המוקד מהראשית:

$$\frac{xx_0}{a^2} - \frac{yy_0}{b^2} = 1$$

משיק להיפרבולה בנקודה $(x_0; y_0)$:

$$n^2 = m^2 a^2 - b^2$$

התנאי שהישר $y = mx + n$ ישיק להיפרבולה:

$$y^2 = 2px \quad \text{פרבולה}$$

$$yy_0 = p(x + x_0)$$

משיק לפרבולה בנקודה $(x_0; y_0)$:

$$n = \frac{p}{2m}$$

התנאי שהישר $y = mx + n$ ישיק לפרבולה: