

מחשב"ה – מהלכים מעודדי חשיבה בהוראת המתמטיקה

ד"ר טלי נחליאלי
יום עיון – חינוך מיוחד. מתמטיקה.

תכנית ההרצאה

- פרויקט מחשב"ה
- פרקטיקות להוראה ברמה קוגניטיבית גבוהה
- דרישות קוגניטיביות של משימות
- השתתפות ריטואלית והשתתפות חקירתית בשיעורי המתמטיקה
- סיכום

פרויקט מחשב"ה

מחשב"ה - מהלכים מעודדי חשיבה בהוראת המתמטיקה.

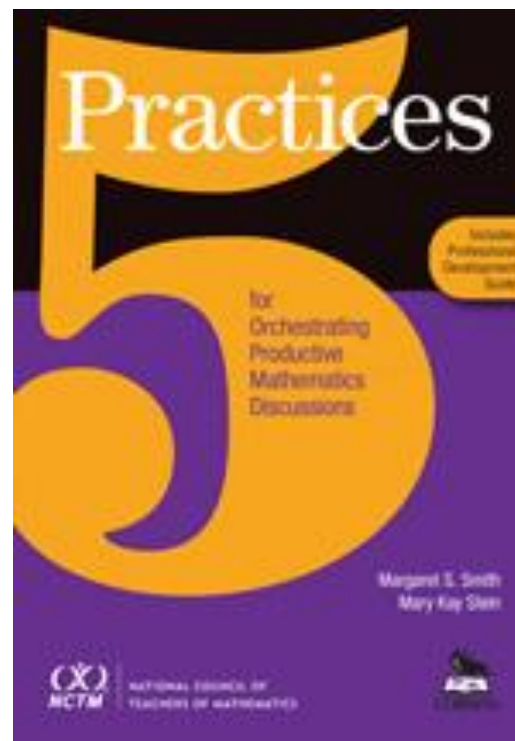
- תכנית התפתחות מקצועית למורים.
- מתמקדת במתן כלים (פרקטיקות הוראה) למורי המתמטיקה ללמד ברמת חשיבה גבוהה דרך פיתוח דיונים פוריים בכיתה.

הפרויקט מתבסס על גישת ההוראה :

5 practices for orchestrating productive mathematics discussion

תכנית שמטרתה
לעודד הוראה עם
דרישות קוגניטיביות
גבוהות בכיתות
הטרוגניות

Urban schools



צוות התכנית

ראש התכנית: ד"ר עינת הד-מצויינים – טכניון

בית הספר העל-יסודי:

ד"ר טלי נחליאלי – ממכללת
לוינסקי לחינוך
מרב ויינגרדן – טכניון

בית הספר היסודי:

ד"ר גלית שבתאי – טכניון
רינת באור - טכניון

5 practices for orchestrating productive mathematics discussions

0. קביעת מטרות ובחירת המשימה

1. ציפיה – Anticipating

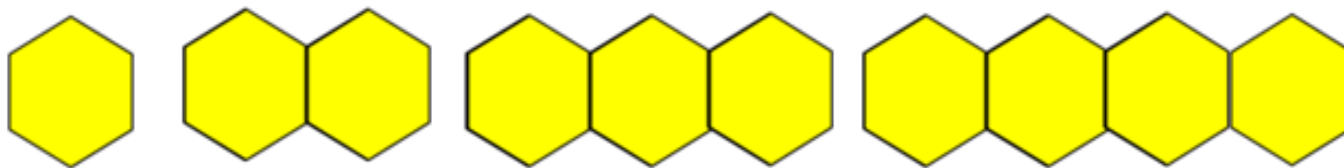
2. ניטור – Monitoring

3. בחירה – Selecting

4. סדר – Sequencing

5. קישור – Connecting

משימה – רכבת המשושים



נתונה סדרת רכבות המורכבות ממשושים.

הרכבת הראשונה מורכבת ממשושה אחד, השניה מורכבת משני משושים וכך הלאה.

- מצאו את ההיקף של כל אחת מארבע הרכבות הראשונות בסדרה.
- סרטטו את הרכבת החמישית וחשבו את היקפה.
- מה יהיה היקפה של הרכבת ה 25?
- כתבו תיאור אשר בעזרתו ניתן יהיה לחשב את ההיקף של כל רכבת בסדרה. הסבירו: כיצד אתם יודעים שהדרך שתיארתם מתאימה תמיד?

הרחבה:

- כיצד תקבעו את היקפה של רכבת המורכבת ממשולשים? מריבועים? ממחומשים?
- כתבו תיאור כללי שיתאים לחישוב ההיקף של כל רכבת המורכבת ממצולע משוכלל כלשהו.

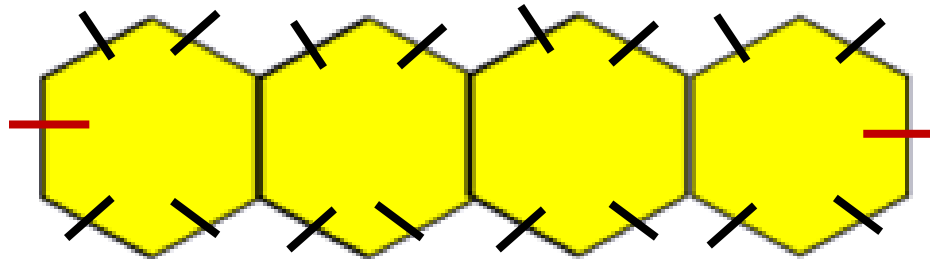
Adapted from Foreman, L.C. & Bennett, A.B., Jr. (1995). *Visual Mathematics: Course II, lessons 1-10*. Salem, OR: Math Learning Center.

© 2015 University of Pittsburgh

פתרונות אפשריים

ההיקף = 4 יחידות ▪ (מס' משושים) + 2 (סופים)

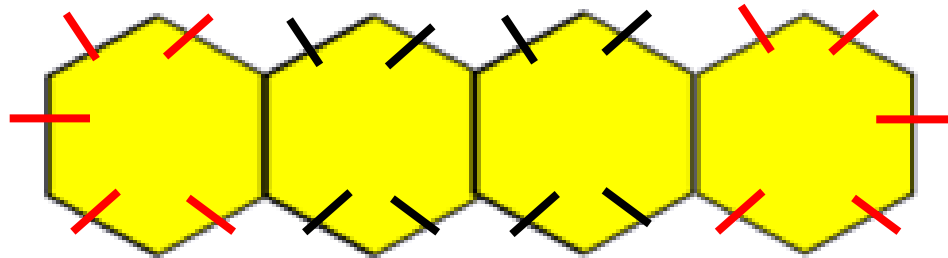
$$P = 4x + 2$$



פתרונות אפשריים

ההיקף = 4 יחידות ▪ (מספר משושים - 2) + 5 יחידות ▪ (2 משושים בקצוות).

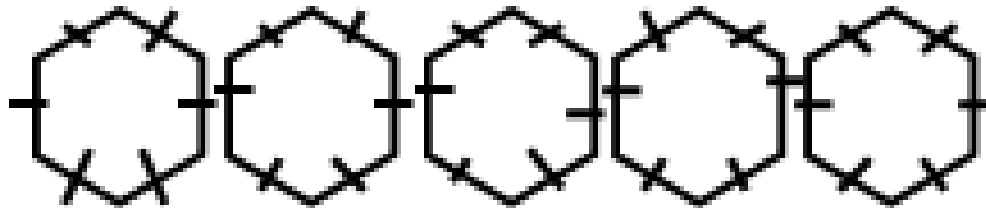
$$P = 4(x - 2) + 10$$



פתרונות אפשריים

ההיקף = 6 צלעות ▪ מס' משושים – 2 צלעות אנכיות ▪ מס' המשושים + 2 קצוות

$$P = (6x - 2x) + 2$$



פתרונות אפשריים

היקף	מס' רכבת
6	1
10	2
14	3
18	4
22	5
26	6
30	7
34	8

> +4

> +4

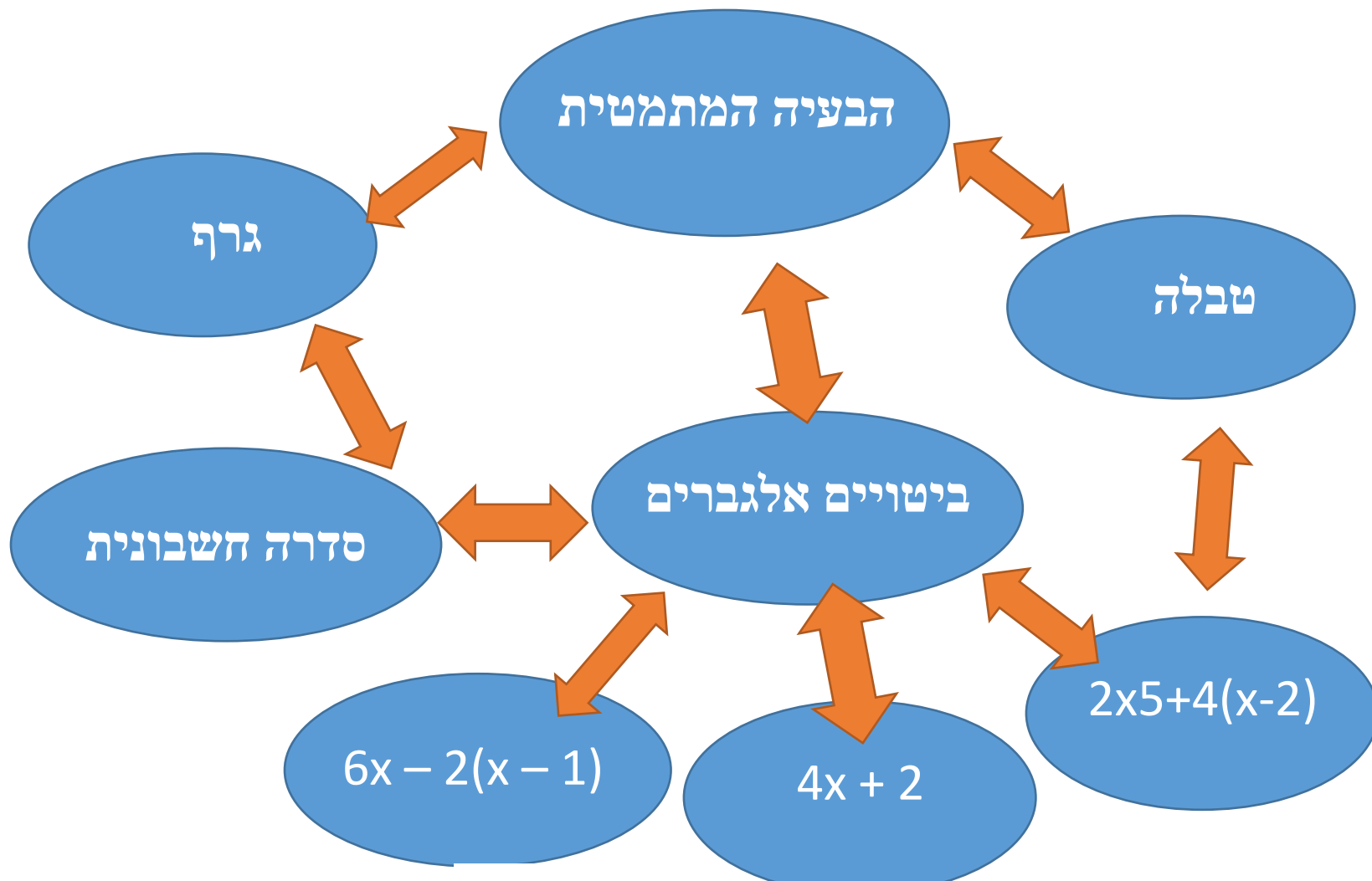
> +4

> +4

תכנון מטרות

איזה מטרות אפשר להשיג בעזרת משימת
המשושים?

מטרות אפשריות: נתבונן במרחב הפתרונות



5 practices for orchestrating productive mathematics discussions

פרקטיקות ההוראה

0. קביעת מטרות ובחירת המשימה

1. ציפיה – Anticipating

2. ניטור – Monitoring

3. בחירה – Selecting

4. סדר – Sequencing

5. קישור – Connecting

פרוט פרקטיקות ההוראה

- **Anticipating - ציפיה:** השערה לגבי תגובות אפשריות של תלמידים שסביר שיעלו בתהליך של פתרון בעיות מתמטיות מאתגרות. כולל מחשבה על קשיים ודרכי התמודדות עימם.
- **Monitoring - ניטור:** זיהוי תגובות ופתרונות שונים שעולים מהתלמידים במהלך פתרון הבעיה (בזוגות או בקבוצות קטנות).
- **Selecting - בחירה:** בחירת התלמידים אשר יציגו את הפתרונות שלהם בפני הכיתה.
- **Sequencing - רצף:** בחירת הרצף/הסדר שבו יוצגו הפתרונות השונים.
- **Connecting - קישור:** קישור בין הפתרונות השונים וקישור של הפתרונות לרעיונות מתמטיים מרכזיים.

Smith, M. S. & Stein, M. K. (2014). *5 Practices for Orchestrating productive mathematics discussions*. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics

מטרות 5 הפרקטיקות

- לעזור למורה להשתמש בתגובות התלמידים כדי לקדם את ההבנה המתמטית של הכיתה על ידי מתן שליטה לגבי מה סביר שיקרה במהלך הדיון.

- מתן זמן נוסף לביצוע בחירות לגבי ההוראה על ידי העברת חלק מהבחירות לשלב התכנון.

Smith, M. S. & Stein, M. K. (2014). *5 Practices for Orchestrating productive mathematics discussions*. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics

מבנה השיעור

תיווך:

שאלות הערכה ושאלת מקדמות

ניטור: המורה בוחר דוגמאות לדיון:

דרכים שונות לפתרון, ייצוגים שונים
שגיאות ותפיסות שגויות

שיתוף: התלמידים מסבירים את דרכים

שלהם לפתרון, חוזרים על רעיונות של
האחרים, מסבירים פתרונות במילים שלהם,
מרחיבים רעיונות ומבקשים הבהרות.

חזרה על המחזור עבור כל דרך לפתרון.

השוואה: התלמידים דנים בדומה ובשונה
שבין דרכים שונות לפתרון.

מיקוד: דיון לגבי המשמעויות של הרעיונות
המתמטיים עבור כל ייצוג

שיקוף: שיתוף התלמידים בדיון בתהליך.

שיגור המשימה

זמן חקירה / עבודה עצמית
יצירת פתרונות למשימה

זמן חקירה / עבודה בקבוצות קטנות

יצירת פתרונות והשוואה בין דרכים
שונות לפתרון

הערכת החשיבה של הלומדים וקידום
החשיבה

דיון כיתתי

השוואה בין דרכים שונות לפתרון
מיקוד הדיון ברעיונות המתמטיים
המרכזיים

שלב הדיון

דיון כיתתי

השוואה בין דרכים שונות
לפתרון

מיקוד ברעיונות המתמטיים
המרכזיים

שיתוף: התלמידים מסבירים את דרכים שלהם לפתרון, חוזרים על רעיונות של האחרים, מסבירים פתרונות במילים שלהם, מרחיבים רעיונות ומבקשים הבהרות.

חזרה: על המחזור עבור כל דרך לפתרון.

השוואה: התלמידים דנים בדומה ובשונה שבין דרכים שונות לפתרון.

מיקוד: דיון לגבי המשמעויות של הרעיונות המתמטיים עבור כל ייצוג

שיקוף: שיתוף התלמידים בדיון בתהליך.

סוגים של משימות

דרישות קוגניטיביות נמוכות

- זיכרון (memorization)
- פרוצדורות לא כולל קשרים (Procedures without)

דרישות קוגניטיביות גבוהות

- פרוצדורות כולל קשרים (Procedures with)
- עשיית מתמטיקה (doing mathematics)

Stein M.K., Smith, M.S., Henningsen, M. A., & Silver, E. A. (2009). *Implementing standards-based mathematics instruction: A casebook for professional development*, p. 6. New York: Teachers College Press.

ניתוח משימות -

דרישות קוגניטיביות נמוכות

משימות זיכרון

- **שליפה של עובדות, חוקים (כללים) נוסחאות והגדרות שנלמדו בעבר, או – שינון של עובדות, חוקים (כללים) נוסחאות והגדרות.**
- **לא ניתן לפתור אותן על ידי ביצוע פרוצדורות שכן הפרוצדורה אינה קיימת או שמסגרת הזמן שבה משלימים את המשימה הוא קצר מידי לביצוע פרוצדורה.**
- **אינן רב משמעיות:** משימות כאלה כוללות חזרה מדויקת של חומרים (פעולות) שנראו בעבר. סוג התשובה המבוקשת מוצהר באופן ברור וישיר.
- **אין קשרים למושגים או למשמעויות העומדים בבסיסן של העובדות, חוקים (כללים) נוסחאות והגדרות.**

ניתוח משימות -

דרישות קוגניטיביות נמוכות

משימות הדורשות שימוש בפרוצדורות ללא קשרים

- **אלגוריתמיות.** השימוש בפרוצדורה מסוימת נדרש באופן ברור או שהוא ברור על סמך הוראה או התנסות קודמים.
- רמת החשיבה הנדרשת לביצוע מוצלח של המשימה מוגבלת. רב המשמעות לגבי מה שיש לעשות כדי לפתור את המשימה ואיך לעשות זאת, נמוך מאוד.
- **לא כוללות קשרים למושגים או למשמעויות** העומדות בבסיסן של הפרוצדורות בהן משתמשים לפתרון המשימה.
- מתמקדות בהפקה של תשובה נכונה ולא בפיתוח הבנות מתמטיות.
- **אינן דורשות הסברים, או שדורשות הסבר שהוא תיאור של הפרוצדורה** שנדרשה לביצוע המשימה בלבד.

המדריך לניתוח משימות - דרישות קוגניטיביות גבוהות משימות הדורשות שימוש בפרוצדורות עם קשרים

- **ממקדות את תשומת לב התלמידים בשימוש בפרוצדורות במטרה לפתח הבנה מעמיקה יותר במושגים וברעיונות מתמטיים.**
- **במשימות מוצעות (באופן גלוי או סמוי) דרכי פתרון שהן פרוצדורות כלליות שיש להן קשר קרוב לרעיונות הקונספטואליים, שלא כמו פרוצדורות צרות (מוגבלות) שהקשר להן לרעיון המתמטי העומד בבסיסן מעורפל.**
- **המשימות מוצגות בדרך כלל בעזרת ייצוגים שונים (למשל: גרפים, סימבולים, סיטואציות של בעיות). קישור בין הייצוגים שהשונים עוזר בפיתוח משמעות.**
- **נדרש מאמץ קוגניטיבי מסוים. למרות שהמשימה דורשת ביצוע של פרוצדורה מוכרת, לא ניתן לבצע אותן ללא כל הבנה. התלמידים נדרשים לעסוק גם ברעיונות המתמטיים אשר עומדים בבסיס הפרוצדורה כדי להצליח בביצוע המשימה ולהמשיך לפתח הבנה סביב רעיונות אלה.**

המדריך לניתוח משימות - דרישות קוגניטיביות גבוהות משימות של עשייה מתמטית

- דורשות חשיבה מורכבת ולא-אלגוריתמית (למשל: ההוראות במשימה לא כוללות אמירה מפורשת לגבי דרך אחת ברורה לפתרון או דרך אחת שהיא ידועה מראש לתלמידים).
- דורשות מהתלמידים לחקור ולהבין את אופיים של המושגים, התהליכים והקשרים המתמטיים.
- דורשות מהתלמידים בקרה עצמית לגבי תהליכי החשיבה שלהם.
- דורשות מהתלמידים להשתמש באופן מושכל בהתנסויות קודמות ובידע קודם שלהם לשם ביצוע המשימה.
- דורשות מהתלמידים לנתח את המשימה ולבחון אילו ציגים אשר עשויים להגביל דרכי פתרון מסוימות.
- דורשות מאמץ חשיבתי ניכר ועשויות לכלול רמה מסוימת של חשש מצד התלמיד בשל העדר דרך ברורה מראש לפתרון.

גורמים הקשורים לכך שרמת החשיבה הנדרשת מהלומדים תשאר גבוהה או שתפחת

הפחתה

- היבטים מורכבים של הבעיה הופכים לרוטיניים
- העדר זמן להתמודדות עם היבטים של המשימה הדורשים חשיבה
- בעיות של ניהול כיתה
- משימה שאינה מתאימה לקבוצת התלמידים
- אין ציפיה למחוייבות לחשיבה ברמה גבוהה

Stein M.K., Smith, M.S., Henningsen, M. A., & Silver, E. A. (2009). *Implementing standards-based mathematics instruction: A casebook for professional development*, p. 16. New York: Teachers College Press.

השארות (שמירה על רמה גבוהה)

- מכללת לוינסקי לחינוך**
מל 100 שנים של הכשרת מורים

גורמים הקשורים לכך שרמת החשיבה הנדרשת מהלומדים תשאר גבוהה או שתפחת

השארות (שמירה על רמה גבוהה)

- ניתן מספיק זמן לחקור ולבחון
- ניתנים אמצעים בעזרתם הלומד יכול לבחון את ההתקדמות שלו
- מודל לביצועים ברמה גבוהה
- דרישה להנמקה והסבר בעזרת שאלות ומשוב
- המשימות נבנות על סמך ידע קודם של התלמיד
- נעשים קשרים מושגיים באופן תדיר

הפחתה

- היבטים מורכבים של הבעיה הופכים לרוטיניים
- העדר זמן להתמודדות עם היבטים של המשימה הדורשים חשיבה
- בעיות של ניהול כיתה
- משימה שאינה מתאימה לקבוצת התלמידים
- אין ציפיה למחוייבות לחשיבה ברמה גבוהה

השתתפות ריטואלית והשתתפות חקירתית

- **השתתפות ריטואלית** מאופיינת על ידי ניסיון לרצות את בעל הסמכות (המורה, בדרך כלל), או לפחות ליצור איתו קשר, ומכאן – צורך בקבלת אישור על נכונות התהליך והתוצאה על ידי מקור הסמכות. כמו כן, העדר גמישות בביצוע התהליך. דגש רב על השגת תוצאה סופית נכונה בזמן קצר ככל הניתן, דגש מועט על התהליך.
- **השתתפות אקספלורטיבית** מונעת מהרצון ליצור נרטיבים מתמטיים חדשים. השתתפות כזו כוללת לקיחת אחריות על הלמידה על ידי הלומד.

(Sfard & Lavie, 2005; Sfard, 2008; Nachlieli & Tabach, 2012)

הזדמנויות ללמידה והשתתפות בשיעורי מתמטיקה



Heyd-Metzuyanin, Tabach & Nachlieli, 2015

פעולות הוראה לכיוון שיח חקירותי יותר

- בחירת משימות בעלות דרישה קוגניטיבית גבוהה
- יצירת סביבת למידה מתאימה (קבוצות, ניהול דיון)
- מתן זמן ומקום להעלאת רעיונות על ידי התלמידים.
- התייחסות לדרכים שונות לפתרון ויצירת קשרים בין הדרכים השונות במטרה להעלות רעיונות מתמטיים מרכזיים.
- מתן הזדמנויות לטעות.

Heyd-Metzuyanin, Tabach & Nachlieli, 2015

חשש ממתמטיקה

- נראה שיש קשר הדוק בין השתתפות ריטואלית ופחד ממתמטיקה.

- הסיבה לחשש ממתמטיקה טמון בפחד לטעות, בפחד מבחירה בדרך הלא-נכונה, או בדרך פתרון אשר תיקח זמן רב מיד.

(Phillip, 2007; Heyd-Metzuyan, Tabach & Nachlieli, 2015)

סיכום

- הוראה חקירתית, המתבססת על דיונים מתמטיים: מאלצים את התלמיד להפוך את חשיבתו למפורשת, לציבורית ולנגישה על ידי אחרים.
- התלמידים לוקחים אחריות על הצדקת דרך הפתרון שלהם בפרט, ועל הלמידה שלהם בכלל.

בהתייחס להיבטים רגשיים:

- תלמידים אשר למדו בסביבות למידה המעודדות דיונים מתמטיים בקבוצות אפיינו את לימודי המתמטיקה כנעימים, יצירתיים ומעוררי סקרנות יותר מאלו שלמדו בסביבת הלימודים המסורתית. (Boaler & Greeno, 2000)

ובהקשר של החינוך המיוחד (מהצעת מחקר של רינת באור)

- מקובל לחשוב שתלמידים בעלי הישגים נמוכים במתמטיקה, בין אם הם מוגדרים כבעלי לקות למידה אורגנית ובין אם הישגיהם הנמוכים הם תוצאה של הוראה לקויה או חסך בהוראה, זקוקים ל"הוראה שונה" (Eisenmann & Even, 2007; Linchevski & Kutscher, 1998; Solomon, 2011).
- תומכי ההוראה השונה מצדדים ביישומן של תכניות המבוססות על הקניית אסטרטגיות למידה והוראה מפורשת או ישירה באמצעות פדגוגיה מתווכת (פוירשטיין ואגוזי, 1996).

ובהקשר של החינוך המיוחד (מהצעת מחקר של רינת באור)

- כיום יש עדויות מחקריות המראות כי גם תלמידים בעלי לקויות מידה שונים מסוגלים למצוא את דרכם לניסוח של מודלים מתמטיים מתאימים, להסבירם ולנמקם כאשר הם מתמודדים עם משימות פתוחות הלקוחות מחיי היום יום. לכן מומלץ להימנע מללמדם בשיטת הוראה מפורשת.

(Stephan & Smith, 2012)

- יש להמנע מהשתתפות במעגל (בין המורה והתלמידים) של הוראה ריטואלית המזמנת למידה ריטואלית

(Heyd-Metzuyan, 2015)

ובנימה אישית

- הזכות ללמוד בסביבת למידה המתייחסת לכל לומד כאל אדם חושב וסקרן, סביבה המעודדת השתתפות חקירתית אשר בה הדרישה הקוגניטיבית מכל לומד היא גבוהה, נתונה לכל לומד.
- עלינו להזהר מלמנוע זכות זו מתלמידנו מתוך הרצון להגן עליהם מתסכול וקשיים.

תודה רבה!
