

"לבחון את הגבולות"

גמישות אקטיבית וגמישות פסיבית
בדימוי של מושג גיאומטרי

ד"ר ניצה כהן

המכללה האקדמית לחינוך ע"ש דוד ילין

במה נתמקד?

- ביכולת "לבחון את הגבולות" לצורך:

יצירה של דימויים ויזואליים עשירים וגמישים
של מושגים גיאומטריים

יצירה של דוגמאות ודוגמאות נגדיות
להמחשה, הנמקה או הפרכה של טענה

- ברעיונות שיכולים לעודד יכולת כזו ולפתח
"גמישות אקטיבית".

דימוי מושג

שלמה וינר:

דימוי מושג (concept image) הוא אוסף המבנים הקוגניטיביים של הפרט, הקשורים למושג מסוים. כלומר: אוסף התמונות המנטאליות, התכונות והתהליכים שאותם מקשר הפרט למושג.

דימוי מושג גיאומטרי כולל בדרך כלל ייצוג ויזואלי של המושג בתוספת מאגר של רשמים והתנסויות הקשורים לתכונות לתהליכים להגדרות וכו'.

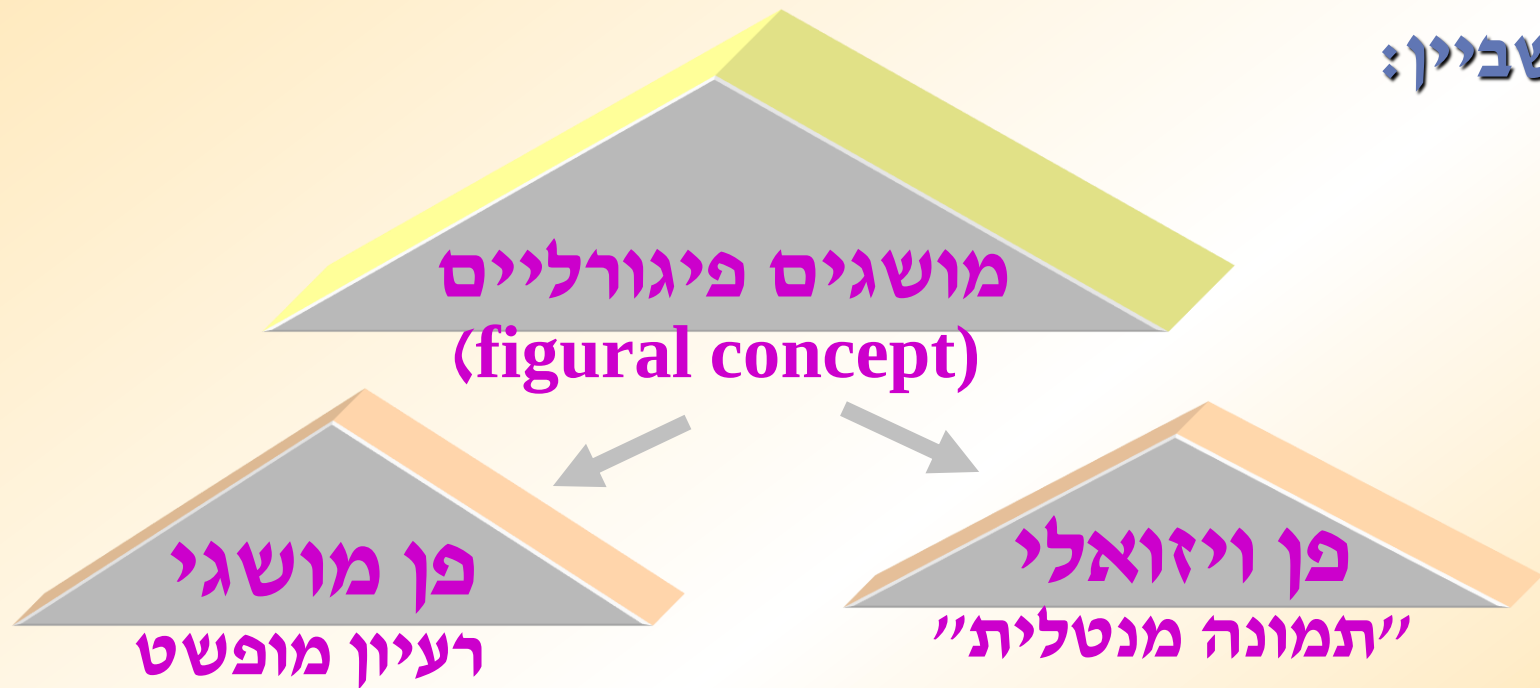
Piaget & Inhelder:

הדימוי הויזואלי נותן למושגים
צורה "מעין מוחשית"

אבל למעשה הצורה שבדמיון שלנו איננה "העצם"
אלא דימוי סכימטי שמייצג את המושג
בזכות היכולת שלנו לקשר אליו חשיבה אנליטית.

בחשיבה הגאומטרית נדרש מיזוג בין
האספקטים האנליטיים (אופרציוניים)
לאספקטים הויזואליים

פיסביין:



כל העצמים הגאומטריים הם ייצוגים מוכללים, מושגים מופשטים, ולא תמונת העתק מנטלית של עצם קונקרטי. כדי להבין אותם נדרש שיתוף בין שני האספקטים

אחת הדרכים ליצירת השיתוף
בין הפן הויזואלי לבין הפן האנליטי היא:

"בחינת הגבולות"

תוך התלבטות בשאלות כמו:

ואולי זה יכול להיראות גם אחרת?
מה אם נשנה משהו בצורה שחשנו עליה?
מה מותר ומה אסור לשנות?

דוגמה 1: מצולע

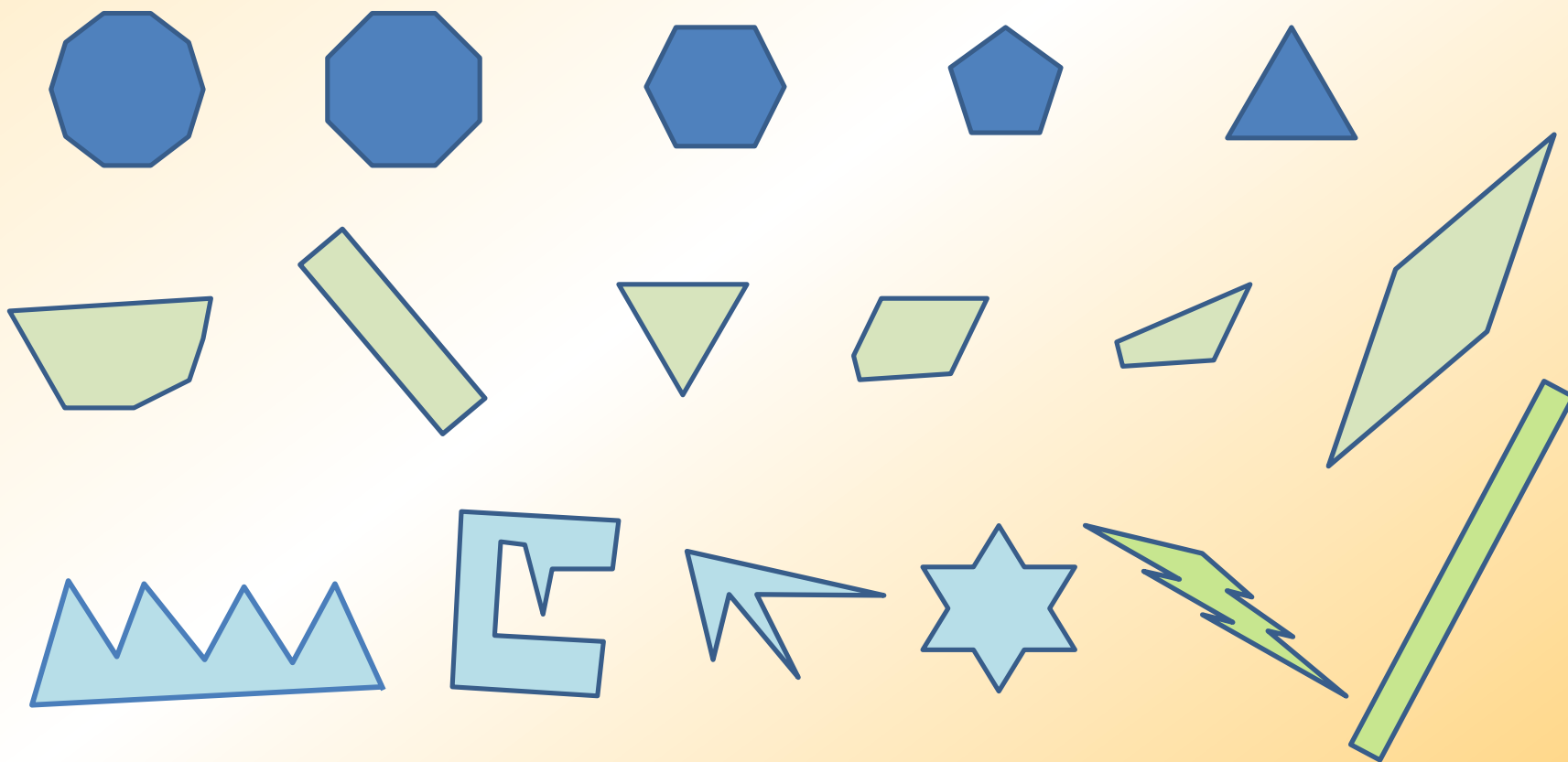
מה אנחנו רואים בדמיונו בהקשר למושג "מצולע"?

מעין "צורה מייצגת"

לאו דווקא ספציפית, שנושאת איתה
קבוצה של תמונות שכולן שייכות אצלנו למושג

התמונה המנטאלית תהיה טובה ועשירה יותר
ככל שנצליח לכלול בה
מגוון עשיר של דוגמאות

לתלמיד יש לעתים קרובות דימוי מושג מוגבל.
הוא רואה בדמיונו רק חלק מן הדוגמאות,
ואינו מסוגל לדמיין את האחרות.



המפתח לטיבה של התמונה המנטאלית
המשויכת למושג טמון
ביכולת שלנו "למתוח את גבולות התמונה"
ולהעלות בדמיון מגוון של דוגמאות

בדוגמת המצולע: מצולעים שנבדלים זה מזה
במספר הצלעות, בפוזיציות שונות, במראה שונה - צר,
רחב, קעור, קמור, כוכבי, דמוי "כתר" דמוי "פס" ועוד.

אז איך נוכל
להעשיר את דימוי המושג של התלמיד?

נבחין בין

גמישות אקטיבית

לבין

גמישות פאסיבית

גמישות פאסיבית נוכל לפתח על ידי
חשיפה למגוון גדול של דוגמאות

גמישות אקטיבית נוכל לפתח על ידי
הקניית ההרגל לשאול את השאלה:
"ואולי זה יכול להיראות גם אחרת?"

דוגמה לפעילות המעודדת גמישות אקטיבית



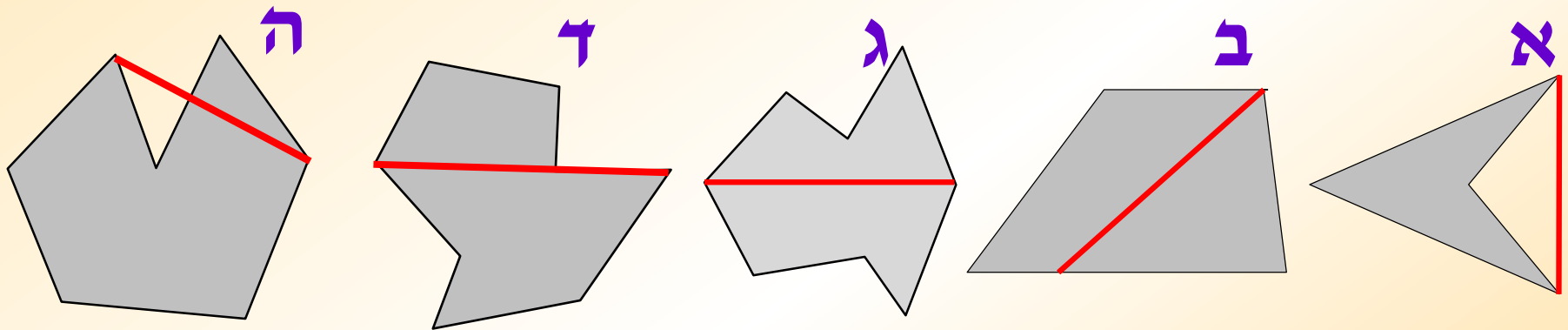
תערוכה:
"מצולעים מוזרים"

כל אחד יוצר מצולע הכי מוזר שעולה בדעתו...
(ברצועות, בציור, במחשב...).

דיון:
האם כל הדוגמאות הן אכן מצולעים ומדוע.

דוגמה 2: אלכסון של מצולע

דוגמה: אלכסון או לא אלכסון?



הגדרה:

אלכסון של מצולע הוא קטע המחבר שני קדקודים של המצולע שאינם על אותה הצלע.

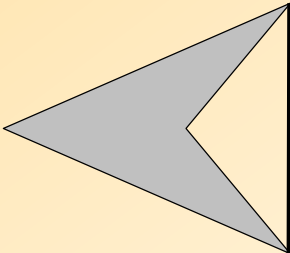
לעתים קרובות יש לתלמיד דימוי מושג מוגבל.
הוא ישפוט באופן שגוי את הדוגמאות
שאינן מתאימות לאלה שבדמיונו.

כדי להעשיר את התמונה המנטאלית, נדרשת

יכולת "למתוח את הגבולות"
ולקבל כדוגמאות גם מקרים "מוזרים"
כל עוד הם עומדים בהגדרה.

כלומר: נדרש שיפוט אנליטי המתייחס להגדרה
ואינו "נכנע" לאינטואיציה על פי המראה.

ריאיון: אמיר, בן 30 אקדמאי



אמיר: זה פשוט לא, זה ככלל מחוץ לצורה
מראיינת: אלכסון צריק לעבור בתוך הצורה?

אמיר: זה שייך כבר להעדרה (קורא):
"אלכסון של מצולע הוא קטע המחבר שני
קדקודים שאינם סמוכים"... זאת אומרת שכנראה
הוא חייב לעבור בתוך הצורה

ובהמשך, כשחזר על נימוק דומה:

מראיינת: איפה כתוב בהעדרה שלה...?

אמיר: (קוטע את המראיינת) לא כתוב (צוחק)...
...אלא מבחינה נאיב... מבחינה יבשה, אל זה...
יכול להיות שלה אלכסון

בהמשך היו עוד "התפתלויות" עד שקיבל את ה"מוזרים" כאלכסונים

התמונה המנטלית
האינטואיטיבית

הפן האנליטי

פער

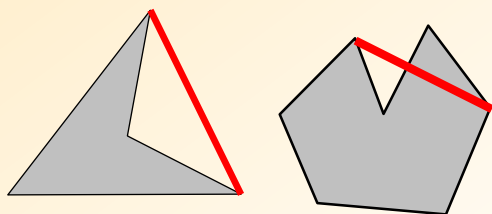
ההגדרה

ניתוק אנליטי-ויזואלי

מודעות לפער והשאלה:
"אולי האלכסון יכול להיראות אחרת
ועדיין לעמוד בהגדרה?"
יכולה להעשיר את התמונה המנטלית
ולהעמיק את הבנת המושג

קשיים בדימוי המושג "אלכסון של מצולע"

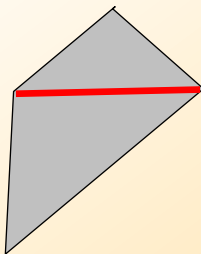
• קטע העובר מחוץ למצולע אינו נתפש כאלכסון



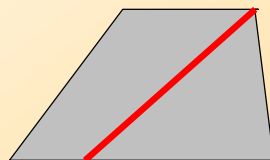
שגיאה מעניינת בעניין זה
מתוך מחקר של
פרופ' רינה הרשקוביץ:

• "אלכסון" בשפת יומיום מתפרש כ"משופע"

ייתפש כלא אלכסון, כי
הוא "ישר" במובן היומיומי



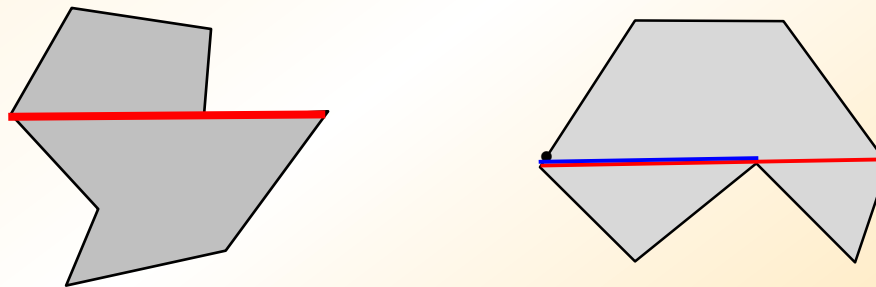
ייתפש כ"אלכסון"
כי הוא משופע



- קושי "למתוח את הגבולות" ולקבל כאלכסון מצבים "מוזרים".

לדוגמה:

- האם ייתכן אלכסון שעובר על צלע?
- האם ייתכן אלכסון אחד שמוכל באלכסון אחר?



גמישות פאסיבית:

כדאי לתת גם דוגמאות שהן רחוקות מן האבטיפוס:

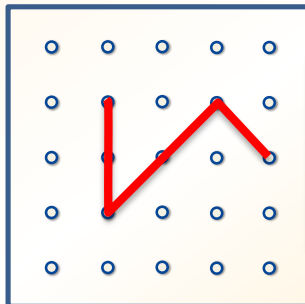
- העשרת הרפרטואר
- מודעות לקיומם של סוגים שונים של אלכסונים

גמישות אקטיבית

חשוב לתת פעילויות שמעודדות את הלומד ליצור בעצמו מקרים "מוזרים" שמותחים את הגבולות.

❖ האם קיים מחומש שאלכסון אחד שלו מוכל באלכסון אחר?
אם כן - ציירו. אם לא - הסבירו.

❖ האם קיים טרפז שיש לו אלכסון שהוא גם גובה?
ציירו כזה או הסבירו מדוע לא.



❖ בנו מצולע שהקטעים המצוירים הם חלק מהאלכסונים שלו.

מתכונה לצורה

מתכונה לצורה: מתוך "דרישות גיאומטריות"
הניתנות באופן מילולי יש לסרטט, לבנות או ליצור
בדמיון צורה או מערך מרחבי (קונפיגורציה) מתאים

פעילויות "מתכונה לצורה" הן בעלות
פוטנציאל טוב לעידוד של **הגמישות האקטיבית**,
שכן רבות מהן דורשות
"בחינה ומתיחה של הגבולות"



בגמישות הפאסיבית אנחנו קולטים מידע ויזואלי ומפרשים אותו, מי יותר ומי פחות. הכיוון הוא מויזואלי לאנליטי

הגמישות האקטיבית יכולה להתקיים בכיוונים שונים: מאנליטי לויזואלי (מתכונה המצריכה גמישות לצורה) מויזואלי לאנליטי (בתנאי שנותנים ללומד להתלבט בעצמו) או בשילוב של שני הכיוונים: גמישות דו כיוונית



דוגמה 3: מרובעים ואלכסוניהם

האם ייתכן מרובע שיש לו
שתי זוויות ישרות ושתי צלעות שוות,
והוא איננו מרובע מיוחד?
(כלומר: הוא אינו מלבן, לא ריבוע, לא מעוין,
לא מקבילית לא דלתון ולא טרפז)

הדגמה ברצועות

**נדגים דרך שאלה זו מהי
גמישות דו כיוונית אנליטית-ויזואלית**

גמישות דו כיוונית אנליטית-ויזואלית

היכולת לעבור באופן חופשי

בין עיבוד אנליטי לבין דימוי ויזואלי

נדרשים הרגלי שילוב בין "לראות" לבין "לנתח".



עיבוד
אנליטי
ראשוני

$A \rightarrow V$

דימוי
ויזואלי
ראשוני

$V \rightarrow A$

ביקורת
אנליטית

$A \rightarrow V$

$A \leftrightarrow V$

$A \leftrightarrow V$

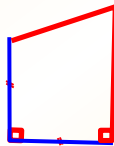
$A \leftrightarrow V$

$A \leftrightarrow V$

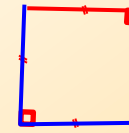
דימוי
"משופץ"

מה רואים
מחנני?

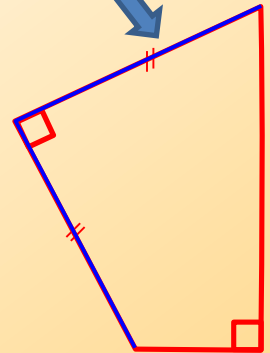
אולי כק?



אופס, לא.
יצא לי טרפל...
כא, "נמתח
טבולות": אולי
הלוויות הישרות
לא סמוכות?

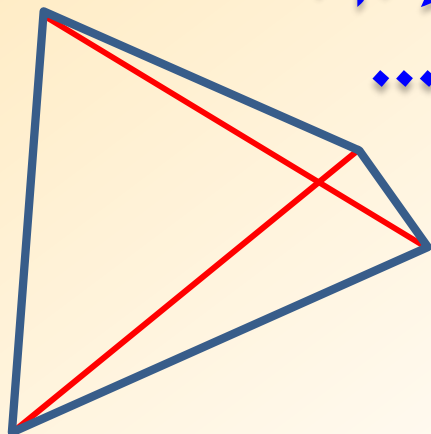


ככה?
אופס,
יצא לי מאבן
נמתח שוב
טבולות... ווא...
וא...
וא...



האם מרובע שאלכסוניו שווים הוא בהכרח מיוחד?

הפעם בדיקת הגבולות תיעשה על ידי
"קלקול כל מה שניתן לקלקל"...



הדגמה ברצועות

ומה אם דורשים שהאלכסונים יהיו
גם שווים וגם מאונכים זה לזה?

הדגמה בגאוגברה

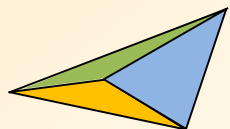
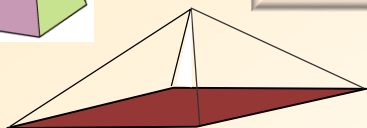
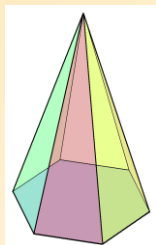
דוגמה 4: בניית מושג - פירמידה ישרה

**פירמידה ישרה היא פירמידה שבה
כל צלעות המעטפת שוות זו לזו.**

**בבניה ושכלול של דימוי של מושג, "הלומד הגמיש"
מפעיל שרשרת תהליכים דו כיוונית ושואל בלי הרף:**

**• ואולי זה יכול להיראות גם אחרת?
• מה אם "נחתח קצת את האפולות"?**

דוגמה לפעילויות המעודדות גמישות אקטיבית:



מיון של פירמידות לישרות ולא ישרות,
כולל מקרים "מוזרים"
"קח את ההכדזה, וקדימה: תתחיל תהליך..."

הדגמה בבחירת גופים בנויים

יכול להיות שזה נראה כך?

בניית פירמידות ישרות "מוזרות"

הדגמה בקשיות ובמנקי מקטרת



ואולי זה יכול להיראות גם אחרת?
מה אם ננסה לשנות? מה מותר ומה אסור לשנות?
אילו "מקרי קצה מוזרים" אפשר ליצור בעזרת מה
מותר לשנות?

הנה תיאור של תהליך אפשרי שמתרחש אצל "הלומד הגמיש" בעת בניית המושג החדש "פירמידה ישרה":

עיבוד
אנליטי
ראשוני

$A \rightarrow V$

דימוי
ויזואלי
ראשוני

$V \rightarrow A$

ביקורת
אנליטית
ו"מתיחת
גבולות"

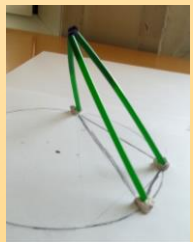
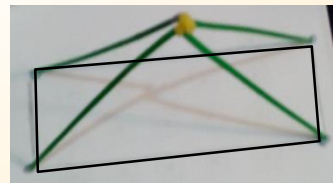
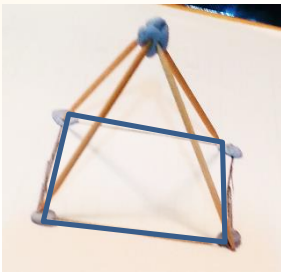
$A \rightarrow V$
 $A \leftrightarrow V$
 $A \leftrightarrow V$

דימוי
"משופץ"

למשל: בנייה או זיהוי של פירמידה ישרה אבטיפוסית ובד"כ לא מזהים פירמידה ישרה "מוזרה" (רחוקה מן האבטיפוס או בפוזיציה לא סטנדרטית).

למשל: בחינה מחודשת של ההגדרה, וניסיון ליצור דוגמאות שיתאימו להגדרה ויהיו שונות מן הקודמות באופן מהותי.

למשל: זיהוי או בניה של פירמידה ישרה לא אבטיפוסית מכאן מתחיל תהליך חוזר שבמהלכו הדימוי הויזואלי הולך ומתעשר, ונכנסים לתוכו גם מקרים "מוזרים" הרחוקים מאד מהאבטיפוס.

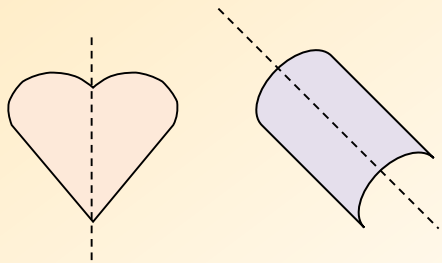


דוגמה 5: סימטריה שיקופית וסימטריה סיבובית

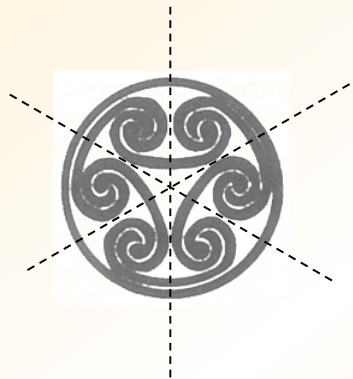
תזכורת:

צורה היא בעלת סימטריה שיקופית אם קיים שיקוף המעתיק אותה על עצמה

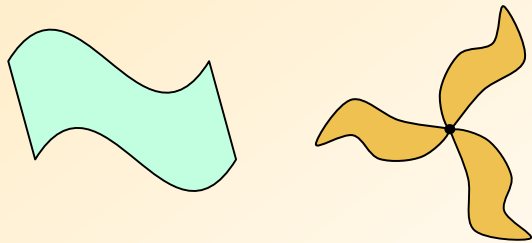
קו השיקוף נקרא "קו סימטריה"



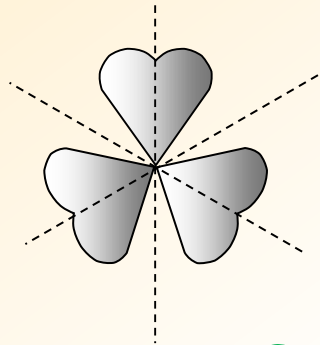
ייתכן שיש לצורה יותר מקו סימטריה אחד



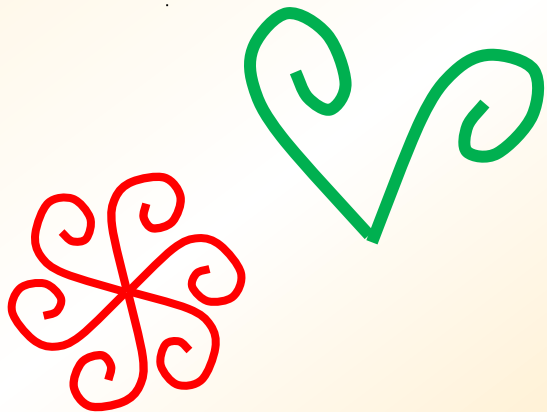
**צורה היא בעלת סימטריה סיבובית
אם היא מכסה את עצמה יותר מפעם אחת במהלך סיבוב שלם**



**דרגת הסימטריה הסיבובית נקבעת לפי
מספר הפעמים שהצורה נופלת על
עצמה במהלך הסיבוב**



**ייתכן שיש לצורה גם סימטריה שיקופית
וגם סימטריה סיבובית
(מה שה"כ הסימטריות בצורה שמשמאל?)**

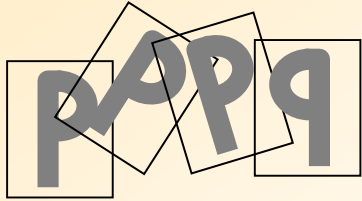


**שימו לב: לצורה הירוקה שמשמאל
אין סימטריה סיבובית!!!**

לצורה האדומה בהחלט יש (דרגה 6)

P

לפניכם שקפים של הצורה P.
צרו בעזרת השקפים צורות שיענו על הדרישות הנתונות.
השתמשו בכמות שקפים כרצונכם. מותר להפוך את השקפים.
הצורה שלכם צריכה להיות קשירה ("בחיכה אחת").



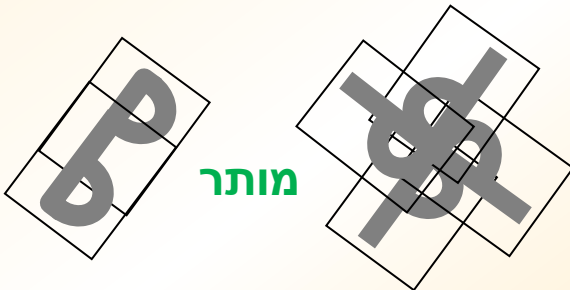
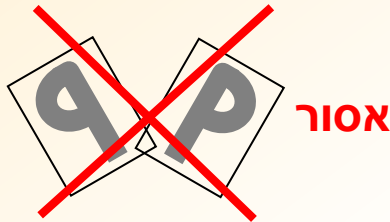
א. צורה בעלת סימטריה שיקופית
וללא סימטריה סיבובית

ב. צורה בעלת סימטריה סיבובית
וללא סימטריה שיקופית

ג. צורה בעלת סימטריה סיבובית
וסימטריה שיקופית

ד. צורה בעלת 6 סימטריות בסך
הכל, לא משנה מאיזה סוג.

ה. צורה בעלת 5 סימטריות סה"כ



גמישות פסיבית

זה מה שעשיתי הרגע...

גמישות אקטיבית

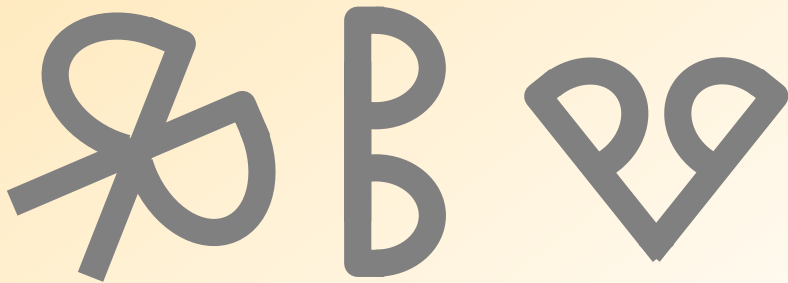
הלומד צריך ליצור בעצמו דוגמאות מגוונות העונות לדרישות
וזה מעמיק את הבנת המושגים

הוא צריך להתלבט בשאלות כמו:

- אהפוק או לא אהפוק חלק מהצורות?
- איך אצרוט שלא תהיה סימטריה מסול מסוים?
- איך ליצור אותו סול סימטריה באופנים שונים?
- מה האפשרויות ליצור צורה עם מספר סימטריות
כללי נתון? האם יש הקדף כאשר המספר הנדרש
הוא זוגי או אי זוגי?

דוגמאות

א. צורה בעלת סימטריה שיקופית
וללא סימטריה סיבובית

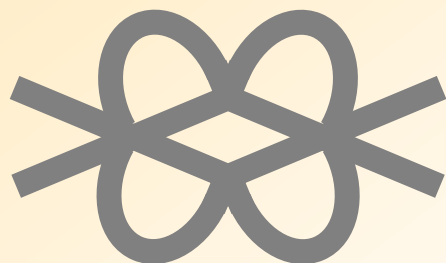


ב. צורה בעלת סימטריה סיבובית
וללא סימטריה שיקופית



ה. צורה בעלת 5 סימטריות סה"כ

ג. צורה בעלת סימטריה סיבובית
וסימטריה שיקופית



ד. צורה בעלת 6 סימטריות בסך
הכל, לא משנה מאיזה סוג.



ולסיכום: במה התמקדנו?

- ביכולת "לבחון את הגבולות" לצורך יצירה של דימויים ויזואליים עשירים וגמישים של מושגים גיאומטריים בדגש על מושגים במרחב
- ברעיונות שיכולים לעודד יכולת כזו ולפתח "גמישות אקטיבית".

חשיבות מיוחדת למורים!

**הגמישות האקטיבית חשובה במיוחד
כשמדובר במורים ובפרחי הוראה:**

**א. הם עצמם יוכלו לייצר דוגמאות ואי דוגמאות
שימנעו מן התלמידים להיצמד לאב-טיפוס.**

**ב. הם יוכלו ליצור דוגמאות ודוגמאות נגדיות
להמחשה, הנמקה או הפרכה של טענה**

**ג. הם יוכלו להרגיל את תלמידיהם ל"גמישות
אקטיבית" גם ביחס למושגים חדשים שיילמדו.**

תודה רבה!

ניצח כהן