

סדר המפגש

- ✓ קטגוריות של דרישה קוגניטיבית במשימה מתמטית - כל קצה המזלג
- ✓ עקרונות בהוראת חילוק וכפל - על קצה המזלג
- ✓ מפגש מחודש עם:
- ✓ מהות החילוק והכפל - מלבני חילוק וכפל
- ✓ לוח החילוק-כפל
- ✓ שינון
- ✓ קסמים ופנטזים - בהתאמה לזמן שישאר

2

©דפנה זילבר

חשבון
זה לא רק חישובים
דרכים להוראת חילוק וכפל
כנס מתמטי - חמ"ד תשע"ט 2019



הכינה דפנה זילבר

דוגמה - עשייה מתמטית

עזרים: דיסקיות

מורתו של מארק נתנה לו כשעורי בית לחתבון בדגם הבא ולצייר את הצורה הבאה שצריכה להופיע.



מארק אינו יודע כיצד למצוא את הצורה הבאה.

- צייר את הצורה הבאה עבור מארק.
- כתוב תיאור עבור מארק האומר לו כיצד ידעת איזו צורה צריכה להופיע.

קטגוריות של דרישה קוגניטיבית במשימה מתמטית		
קטגוריה	מתקיימת	הסבר
שינון		
פחצורה ללא קשרים למושגים או למשמעות		
פחצורה עם קשרים למושגים ולמשמעות		
עשייה מתמטית		

07.08.2019

4

קטגוריות של דרישה קוגניטיבית במשימה מתמטית
(1998) Stein and Smith
 מאמר: [בחירה ויצירה של משימות מתמטיות: ממחקר למעשה](#)

1. שינון 
2. פרוצדורה ללא קשרים למושגים או למשמעות 
3. פרוצדורה עם קשרים למושגים ולמשמעות 
4. עשייה 

הרחבה - במאמר ובסוף המצגת

07.08.2019

3

© דפנה זילבר - ויקיטק של המתמטיקה
 zylber@zafra.net.il

מספר עקרונות הוראה על קצה המזלג

- ✓ עשייה והבנה לפני הכל - התייחסות לסוגי החשיבה המתמטית
- ✓ תוכנית הלימודים - מיקוד ב"שליטה ויכולת ביצוע"
- ✓ חילוק וכפל - נלמד בו זמנית
- ✓ קישוריות לחיי היום יום - מתחילי עם סיפורים
- ✓ מהקונקרטי לייצוגי ומייצוג למופשט - ובחזרה
- ✓ שינון למי שיוכל
- ✓ **כיף! כיף! כיף!**

6

©דפנה זילבר

עקרונות בהוראת כפל חילוק

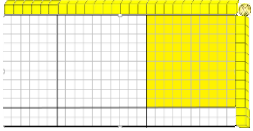
מלבני כפל ולבני דינס



**מפגש מחודש עם:
מהות החילוק והכפל:
מלבני חילוק וכפל**

מלבני כפל ולבני דינס - התנסות

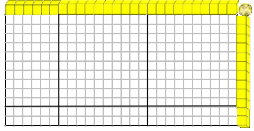
- ✓ בונים את מסגרת המלבן 12x26
- ✓ מסרטטים את צלעות המלבן
- ✓ מסרטטים "קווי פילוג" בתוך המלבן.
- ✓ פתרו בעזרת לבני דינס...



10 ©דפנה זילבר

מלבני כפל ולבני דינס - התנסות

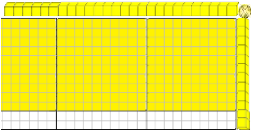
- ✓ בונים את מסגרת המלבן 12x26
- ✓ מסרטטים את צלעות המלבן
- ✓ מסרטטים "קווי פילוג" בתוך המלבן.
- ✓ פתרו בעזרת לבני דינס...



9 ©דפנה זילבר

מלבני כפל ולבני דינס - התנסות

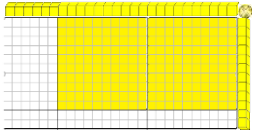
- ✓ בונים את מסגרת המלבן 12x26
- ✓ מסרטטים את צלעות המלבן
- ✓ מסרטטים "קווי פילוג" בתוך המלבן.
- ✓ פתרו בעזרת לבני דינס...



12 ©דפנה זילבר

מלבני כפל ולבני דינס - התנסות

- ✓ בונים את מסגרת המלבן 12x26
- ✓ מסרטטים את צלעות המלבן
- ✓ מסרטטים "קווי פילוג" בתוך המלבן.
- ✓ פתרו בעזרת לבני דינס...

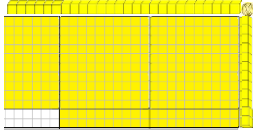


11 ©דפנה זילבר

נס"ד

מלבני כפל ולבני דינס - התנסות

- ✓ בונים את מסגרת המלבן 12×26
- ✓ מסרטטים את צלעות המלבן
- ✓ מסרטטים "קווי פילוג" בתוך המלבן.
- ✓ פתרו בעזרת לבני דינס...



נס"ד

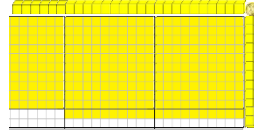
©דפנה זילבר

14

נס"ד

מלבני כפל ולבני דינס - התנסות

- ✓ בונים את מסגרת המלבן 12×26
- ✓ מסרטטים את צלעות המלבן
- ✓ מסרטטים "קווי פילוג" בתוך המלבן.
- ✓ פתרו בעזרת לבני דינס...



נס"ד

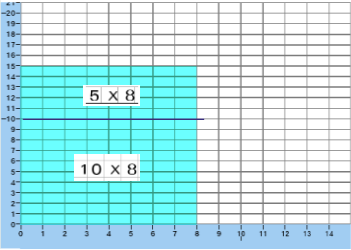
©דפנה זילבר

13

נס"ד

מלבני כפל - בעזרת לבני דיג'י

$15 \times 8 =$



$15 \times 8 =$

$10 \times 8 = 80$
$+$
$5 \times 8 = 40$
120

נס"ד

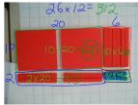
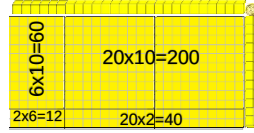
©דפנה זילבר

16

נס"ד

מלבני כפל ולבני דינס - התנסות

- ✓ בונים את מסגרת המלבן 12×26
- ✓ מסרטטים את צלעות המלבן
- ✓ מסרטטים "קווי פילוג" בתוך המלבן.
- ✓ פתרו בעזרת לבני דינס...

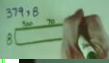



נס"ד

©דפנה זילבר

15

נס"ד



379×8

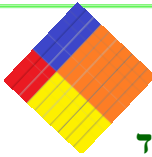
נס"ד

©דפנה זילבר

18

נס"ד

מלבני כפל - בכתב יד




נס"ד

©דפנה זילבר

מפגש מחודש עם: לוח החילוק-כפל

מלבני כפל

$$52 \times 37 = ?$$

בדקו האם השיטה
מתאימה גם לתרגיל
 35×152 ?

מה החוקיות עליה
נשענים בדרך
הפיתרון שכאן?

באילו עובדות יסוד
צריך לשלוט כדי
להשתמש בשיטה זו
לפתרון תרגילי כפל?

פתרו את התרגיל
בעזרת מלבני כפל

19

סופנה זילבר

מהות הכפל:

משחק בלוח כפל ריק



1. כל שחקן מקבל לוח כפל ריק מנוילן + 2 טבעות פשוטות של מחזיק מפתחות.
2. כל שחקן בתורו מטיל 2 קוביות.
3. מניח את הטבעות על הלוח סביב המספרים שהתקבלו בקוביות.
4. מסמן את היקף השטח של המלבן.
5. צובע כל שורה במלבן בצבע אחר.
6. כותב תרגיל חיבור מתאים למציאת השטח.
7. כותב תרגיל כפל מתאים למציאת השטח.

סרטון – התמצאות בלוח הכפל – שקפים

answer ☒ on ☐ off

row

column

×	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9
2	2	4	6	8	10	12	14	16	18
3	3	6	9	12	15	18	21	24	27
4	4	8	12	16	20	24	28	32	36
5	5	10	15	20	25	30	35	40	45
6	6	12	18	24	30	36	42	48	54
7	7	14	21	28	35	42	49	56	63
8	8	16	24	32	40	48	56	64	72
9	9	18	27	36	45	54	63	72	81

21

סופנה זילבר

תיעוד אפשרי

$$6+6=2 \times 6$$

$$2+2+2+2+2+2=6 \times 2$$



במלבן שלי, 2 שורות
בכל שורה 6 משבצות
בכל המלבן יחד 12 משבצות



את דרכי התיעוד השונות יש ללמד בשלבים

24

סופנה זילבר

משחקי מהות בלוח כפל ריק

X	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1										
2										
3										
4										
5										
6										
7										
8										
9										
10										

23

סופנה זילבר

משחקי מהות החילוק והכפל בלוח כפל ריק – שקפים ועיגולים

26 ©דפנה זילבר

מהות החילוק:

משחק בלוח כפל ריק

1. כל שחקן מקבל לוח כפל ריק מנוילן + 2 טבעות פשוטות של מחזיק מפתחות.
2. בקופסה מכינים מראש מלבני שקפים המכסים שטחים בגדלים שונים בהתאמה ללוח שחולק ובקצה שלהם מספר המייצג את כמות המשבצות במלבן שהשקף מכסה.
3. כל שחקן מוציא שקף אחד ומניח אותו על הלוח שלפניו כך שהפינה השמאלית העליונה של המלבן תהייה צמודה לפינה השמאלית העליונה של הלוח.
4. מניח טבעת אחת על הלוח סביב המספר שבקצה הימני העליון של השקף.
5. מניח טבעת שניה על הלוח סביב המספר שבקצה השמאלי התחתון של השקף.
6. כותב תרגילי חילוק מתאימים.
7. כותב תרגילי חיבור מתאימים.

בהמשך ניתן לצורך הבנת הקשר בין כפל לחילוק לכתוב גם:

1. כותב תרגיל חיבור מתאים למציאת השטח.
2. כותב תרגיל כפל מתאים למציאת השטח

27 ©דפנה זילבר

מהות החילוק והקשר בין כפל לחילוק

משחק בלוח כפל ריק

המסך הבא מאפשר מתן הסבר על המשחק במליאה, בעזרת מטול.

27 ©דפנה זילבר

מרמים באקראי שקף אחד מתוך הקופסא

27 ©דפנה זילבר

תיעוד אפשרי

$54:9=6$

$54:6=9$

את המלבן שלי מכסות 54 משבצות. במלבן יש 9 שורות בכל שורה 6 משבצות

את דרכי התיעוד השונות יש ללמד בשלבים

30 ©דפנה זילבר

מניח אותו על הלוח שלפניו כך שהפינה השמאלית העליונה של המלבן תהייה צמודה לפינה השמאלית העליונה של הלוח.

משחקי מהות החילוק והכפל בלוח כפל ריק

X	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1										
2										
3										
4										
5										
6										
7										
8										
9										
10										

29 ©דפנה זילבר

מפגש מחודש עם: שינון

עד כאן בעיקר הבנה
(היבטים נוספים בסוף המצגת – למתעניינים בלבד)

ומכאן
תרגול ושינון

מרוצים



מרוצי כפל – עקרונות עבודה – ילדים עם אינטליגנציה תקינה

מטרה – שליטה בעובדות כפל וחלוק

סדר עבודה:

מלמדים כפולות ברצף הבא:

1 כפולות

2 כפולות

10 כפולות

5 כפולות

לאחר שיש שליטה בעובדות הנ"ל ממלאים לוח כפל ריק ו"מגלים" שחלק ניכר מלוח הכפל כבר

ידוע. לדוגמה:



34

©דפנה זילבר

כפולות נעלמו – השלם אותן											
כפולות 1	X	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
כפולות 2	1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
כפולות 10	2	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
כפולות 5	3	3	6			15					30
	4	4	8			20					40
	5	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
	6	6	12			30					60
	7	7	14			35					70
	8	8	16			40					80
	9	9	18			45					90
	10	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100

33

©דפנה זילבר

כלומר מתוך 100 תרגילים למדנו כבר 69
ונשארו לנו רק 31 תרגילים ללמוד.
מתוך ה 31 שנשארו – 12 מקיימים חוק
החילוף כך – שצריך ללמוד רק 19 תרגילים.
הפעילות הזאת מאד חשובה לחיזוק רגשי
והוויית הצלחה.

36

©דפנה זילבר

X	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1										
2										
3			1	3				8		4
4								9	11	13
5										
6						3				
7										
8										
9										
10										6

35

©דפנה זילבר

אזהרות:

✓ אין להתחיל במרוצים לפני שהילד מבין את הקשר בין כפל וחבור.

✓ אין להתחיל את המרוצים לפני שהילד מבין את הקשר בין חילוק לכפל.

✓ אין להתחיל במרוצים לפני שהילד מבין את חוק החילוף
בכפל.

✓ אחת הדרכים לבדוק הבנה היא שליטה של הילד

בכפולות/מנות 0 ו-1

©דפנה זילבר

המשך רצף השינוי

✓ כפולות 4 - ממלאים את החללים בכפולות 4 בלוח.

✓ כפולות 3 - ממלאים את החללים בכפולות 3 בלוח.

✓ כפולות 6 - ממלאים את החללים בכפולות 6 בלוח.

✓ כפולות 9 - ממלאים את החללים בכפולות 9 בלוח.

✓ כפולות 8 - ממלאים את החללים בכפולות 7 בלוח.

✓ כפולות 7 - ממלאים את החללים בכפולות 7 בלוח.

©דפנה זילבר

מבנה דפי המרוצים – הסבר:

בכל דף מופיעות שתי טבלאות זהות – אלו הם ה"מרוצים".

✓ בכל טבלה יש 8 עמודות – שתיים מכל סוג:

✓ עם תרגיל ומקום לפיתרון.

✓ עם ✓ - כאן יסומן ✓ מול כל תרגיל שהפיתרון שלו נכון.

✓ עם X כאן יסומן ✓ מול כל תרגיל שיש טעות בפיתרון שלו.

✓ עם 0 כאן יסומן ✓ מול כל תרגיל שהילד לא הספיק

לפתור.

לדוגמה:

©דפנה זילבר

מרוץ לאימון
סטודנטים תשע"ט

	x	y	z	w	x	y	z	w
6+4=					6+4=			
45:5=					45:5=			
54:6=					54:6=			
5X9=					5X9=			
7X9=					7X9=			
36:4=					36:4=			
63:7=					63:7=			
4+1=					4+1=			
8X9=					8X9=			
27:3=					27:3=			
72:8=					72:8=			
72:9=					72:9=			
9X6=					9X6=			
9X9=					9X9=			
9X2=					9X2=			
81:9=					81:9=			
0-9=					0-9=			
9-1=					9-1=			
45:9=					45:9=			
90:9=					90:9=			
D12°C					D12°C			

©דפנה זילבר

מבנה דפי המרוצים – הסבר:

בכל דף מופיעות שתי טבלאות זהות – אלו הם ה"מרוצים".

✓ בכל טבלה יש 8 עמודות – שתיים מכל סוג:

✓ עם תרגיל ומקום לפיתרון.

✓ עם ✓ - כאן יסומן ✓ מול כל תרגיל שהפיתרון שלו נכון.

✓ עם X כאן יסומן ✓ מול כל תרגיל שיש טעות בפיתרון שלו.

✓ עם 0 כאן יסומן ✓ מול כל תרגיל שהילד לא הספיק

לפתור.

לדוגמה:

©דפנה זילבר

6+4=	10	6+4=		6+4=		6+4=	
45:5=	9	45:5=		45:5=		45:5=	
54.6=	9	54.6=		54.6=		54.6=	
5X9=	45	5X9=		5X9=		5X9=	
7X9=	63	7X9=		7X9=		7X9=	
36.4=	9	36.4=		36.4=		36.4=	
63.7=	9	63.7=		63.7=		63.7=	
4+1=	5	4+1=		4+1=		4+1=	
8X9=	72	8X9=		8X9=		8X9=	
27.3=	9	27.3=		27.3=		27.3=	
72.8=	9	72.8=		72.8=		72.8=	
72.9=	8	72.9=		72.9=		72.9=	
9X6=	54	9X6=		9X6=		9X6=	
9X9=	81	9X9=		9X9=		9X9=	
9X2=	18	9X2=		9X2=		9X2=	
81.9=	9	81.9=		81.9=		81.9=	
0-9=	9	0-9=		0-9=		0-9=	
9-1=	8	9-1=		9-1=		9-1=	
45:9=	5	45:9=		45:9=		45:9=	
90:9=	10	90:9=		90:9=		90:9=	
יב"ס		יב"ס		יב"ס		יב"ס	

©דפנה זילבר

6+4=					6+4=					6+4=					6+4=					6+4=									
45:5=					45:5=					45:5=					45:5=					45:5=									
54:6=					54:6=					54:6=					54:6=					54:6=									
5X9=					5X9=					5X9=					5X9=					5X9=									
7X9=					7X9=					7X9=					7X9=					7X9=									
36:4=					36:4=					36:4=					36:4=					36:4=									
63:7=					63:7=					63:7=					63:7=					63:7=									
4+1=					4+1=					4+1=					4+1=					4+1=									
8X9=					8X9=					8X9=					8X9=					8X9=									
27:3=					27:3=					27:3=					27:3=					27:3=									
72:8=					72:8=					72:8=					72:8=					72:8=									
72:9=					72:9=					72:9=					72:9=					72:9=									
9X6=					9X6=					9X6=					9X6=					9X6=									
9X9=					9X9=					9X9=					9X9=					9X9=									
9X2=					9X2=					9X2=					9X2=					9X2=									
81:9=					81:9=					81:9=					81:9=					81:9=									
0:9=					0:9=					0:9=					0:9=					0:9=									
9:1=					9:1=					9:1=					9:1=					9:1=									
45:9=					45:9=					45:9=					45:9=					45:9=									
90:9=					90:9=					90:9=					90:9=					90:9=									
א ב ג ד ה ו ז ח ט י יא יב יג יד טו טז יז יח יט כ כא כב כג כד כה כו כז כח כט ל					א ב ג ד ה ו ז ח ט י יא יב יג יד טו טז יז יח יט כ כא כב כג כד כה כו כז כח כט ל					א ב ג ד ה ו ז ח ט י יא יב יג יד טו טז יז יח יט כ כא כב כג כד כה כו כז כח כט ל					א ב ג ד ה ו ז ח ט י יא יב יג יד טו טז יז יח יט כ כא כב כג כד כה כו כז כח כט ל					א ב ג ד ה ו ז ח ט י יא יב יג יד טו טז יז יח יט כ כא כב כג כד כה כו כז כח כט ל									
א ב ג ד ה ו ז ח ט י יא יב יג יד טו טז יז יח יט כ כא כב כג כד כה כו כז כח כט ל					א ב ג ד ה ו ז ח ט י יא יב יג יד טו טז יז יח יט כ כא כב כג כד כה כו כז כח כט ל					א ב ג ד ה ו ז ח ט י יא יב יג יד טו טז יז יח יט כ כא כב כג כד כה כו כז כח כט ל					א ב ג ד ה ו ז ח ט י יא יב יג יד טו טז יז יח יט כ כא כב כג כד כה כו כז כח כט ל					א ב ג ד ה ו ז ח ט י יא יב יג יד טו טז יז יח יט כ כא כב כג כד כה כו כז כח כט ל									

©דפנה זילבר

ג'ס"ד

תהליך עבודה

- מסבירים לילד שלדעת את לוח הכפל זה כמו בכל ספורט אחר – כדי להיות טובים צריך להתאמן.
- מסבירים לילד שכדי להצליח באמון ספורט למוח המוח זקוק להרבה חמצן ולכן חייבים לשתות מים או כל משקה אחר לפני המרוץ ובמהלכו. המים נכנסים לדם ומאפשרים זרימה טובה יותר של דם המוביל חמצן אל המוח.
- מדפיסים "מרוץ" מספר 1 עם הכפולה שרוצים ללמד – 8 פעמים.
- בעזרת לוח כפל – יחד עם הילד פותרים את אחד המרצים.
- לוקחים דף נוסף ומקפלים אותו לשניים כך שרק טבלה אחת עומדת לנגד העיניים.
- הילד פותר עמודה אחת לפי בחירתו – בזמן שאנחנו מודדים 2 דקות. בדיוק כמסתיימות שתי הדקות הילד עוצר את הכתיבה.

©דפנה זילבר

44

ג'ס"ד

לא	טעיתי	פתרתי נכון	תרגיל
			$2 \times 4 = \underline{\quad}$
			$8 : 2 = \underline{\quad}$
			$2 : 2 = \underline{\quad}$
			$2 \times 2 = \underline{\quad}$
			$14 : 2 = \underline{\quad}$
			$7 \times 2 = \underline{\quad}$
			$10 : 2 = \underline{\quad}$
			$5 \times 2 = \underline{\quad}$
			$0 : 2 = \underline{\quad}$
			$2 \times 0 = \underline{\quad}$
			$20 : 2 = \underline{\quad}$
			סיכום

לא	טעיתי	פתרתי נכון	תרגיל
			$6 : 2 = \underline{\quad}$
			$2 \times 3 = \underline{\quad}$
			$2 \times 6 = \underline{\quad}$
			$12 : 2 = \underline{\quad}$
			$10 \times 2 = \underline{\quad}$
			$2 \times 1 = \underline{\quad}$
			$4 : 2 = \underline{\quad}$
			$18 : 2 = \underline{\quad}$
			$2 \times 9 = \underline{\quad}$
			$8 \times 2 = \underline{\quad}$
			$16 : 2 = \underline{\quad}$
			סיכום

©דפנה זילבר

43

ג'ס"ד

תהליך עבודה (המשך)

- מבקשים מהילד לשתות מים...
- הופכים את הדף לצידו השני וחוזרים על התהליך של פתירת עמודה מול 2 דק'.. בדיקה... תתפלאו איך חל שינוי ממשי בין הפעם הראשונה לבין הפעם השנייה שלא. חר ההתעמלות.

נקודות חשובות:

- על סעיף 4 חוזרים רק ביומים הראשונים. בימים האחרים משתמשים בדף הפתור לצורך הבדיקה.
- אם הילד מרגיש מאוים בהתניה של שתי דקות מאפשרים לו לפתור ללא ההתניה ומודדים זמן. את תוצאת הזמן רושמים מעל לעמודה אותה פתר.
- חוזרים על התהליך עם אותם דפים עצמם במשך שבוע, גם אם הילד כבר מגלה שליטה מלאה בדפים הללו לאחר זמן קצר משבוע.
- לאחר שבוע מדפיסים 8 דפי מרוץ חדשים – דף 2.... חוזרים על התהליך עם כל הכפולות.

©דפנה זילבר

46

ג'ס"ד

תהליך עבודה (המשך)

- יחד עם הילד ובעזרת המרוץ הפתור – בודקים את התשובות ומסמנים ✓ במקומות המתאימים.
- מבקשים מהילד לשתות שוב מים (אם הוא לא רוצה חוזרים על הסבר החשיבות ומבקשים לשתות לפחות קצת).
- הילד פותר את העמודה השנייה – בזמן שאנחנו מודדים 2 דקות. בדיוק כמסתיימות שתי הדקות הילד עוצר את הכתיבה.
- יחד עם הילד ובעזרת המרוץ הפתור – בודקים את התשובות ומסמנים ✓ במקומות המתאימים.
- מבקשים מהילד לעשות התעמלות במשך דקה מדודה אחת. ילדים רבים כולל ילדי H מתעייפים הרבה לפני שמסתיימת הדקה. אנחנו מעודדים אותם להמשיך ולקפוץ, לגנון בקפיצות צפרדע... וחוזרים ומסבירים שהדבר מעודד את זרימת הדם למוח.

©דפנה זילבר

45

ג'ס"ד

הסבירו את האלגוריתם בו השתמשו כדי לפתור את התרגיל הבא:

מה התהליך באלגוריתם שלפניכם?

תנו דוגמה לתרגיל נוסף שכדאי לפתור באותו אופן.

מהי החוקיות המתמטית עליה נשענת השיטה?

באילו עובדות יסוד צריך לשלוט כדי להשתמש בשיטה זו לפתרון תרגילי כפל?

$$52 \times 37 =$$

$$52 \times 37 = 1924$$

מתוך קורס של ד"ר ענת קלמר

ג'ס"ד

מפגש מחודש עם:

קסמים ופטנטים

בהתאמה לזמן שישאר

קסמים בלוח הכפל

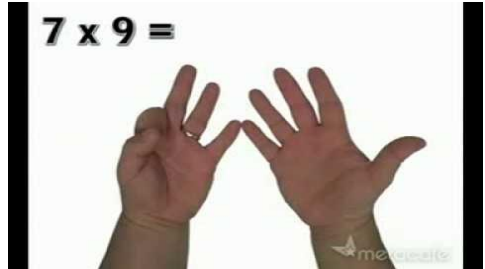
- ✓ בחרו מספר
- ✓ הוסיפו לו 10
- ✓ הפחיתו 5
- ✓ הכפילו ב-9
- ✓ מצאו מה סכום הספרות של המספר (שורש דיגיטאלי).
- ✓ הכפילו ב-10.
- ✓ קיבלתם....90

50

©דפנה זילבר

כפל בתוכנית הלימודים לכיתות א'-ו'

$$7 \times 9 =$$



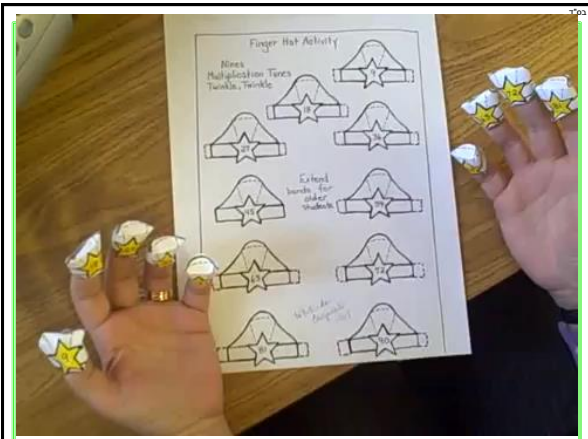
סרטונים

[כפל 9 באצבעות](#)

אחרי ההבנה – קצת "פנטזים"

כפל 9

$$\begin{array}{l} 1 \times 9 = 9 \\ 2 \times 9 = 18 \\ 3 \times 9 = 27 \\ 4 \times 9 = 36 \\ 5 \times 9 = 45 \\ 6 \times 9 = 54 \\ 7 \times 9 = 63 \\ 8 \times 9 = 72 \\ 9 \times 9 = 81 \\ 10 \times 9 = 90 \end{array}$$



Magic of 9

בס"ד

Multiplication on Your Fingers

56 סודפנה זילבר

בס"ד

סרטונים

[כפל באצבעות – מעל 5](#)

בס"ד

מלבני כפל בלוח הכפל – לפי ג'ון נאפייר

$12 \times 24 =$
 $(10+2) \times (20+4)$
 10×20
 10×4
 2×20
 2×4

הצעה נוספת
לארגון בכתב...
סרטון במסך הבא

58 סודפנה זילבר

בס"ד

תרגול ודרכים נוספות....



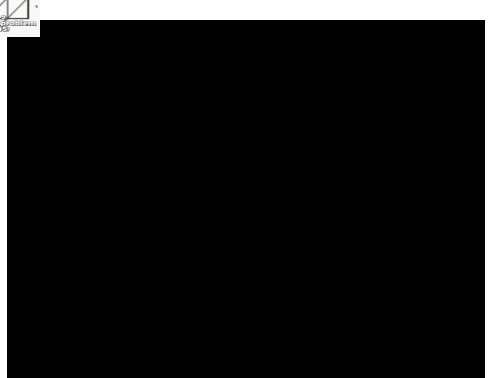
בס"ד



www.grand-illusions.com

60

בס"ד



59 סודפנה זילבר

לוח הכפל ועצמות של NAPIER

מלבני / סריגי כפל

$7 \times 1 =$ 7

$7 \times 2 =$ 1 4

$7 \times 3 =$ 2 1

$7 \times 4 =$ 2 8

$7 \times 5 =$ 3 5

$7 \times 6 =$ 4 2

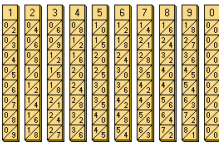
$7 \times 7 =$ 4 9

$7 \times 8 =$ 5 6

$7 \times 9 =$ 6 3



BOARD



SET OF RODS

מתנסים בכתיבה....

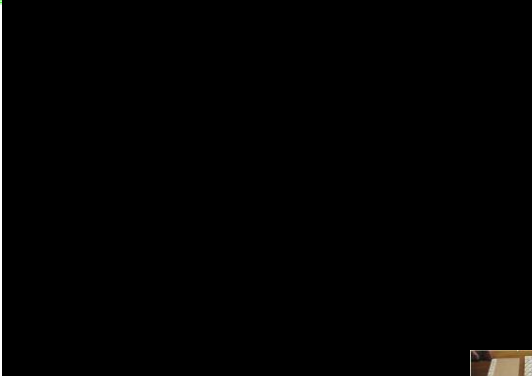
$12 \times 24 =$

עשרות X עשרות = מאות

עשרות X יחידות = עשרות

יחידות X יחידות = יחידות

התוצאה:
288



לוח הכפל ועצמות של NAPIER

654 x 44 =

6	5	4	x
2	2	1	4
2	0	6	4
1	2	1	4
1	0	6	

מתמטיקה בחינוך המיוחד - מילה ברנרד
16.5.2011

[illegible]

חילוק לחלקים

יש לי 12 פריטים ואני רוצה לחלק אותם באופן שווה ל 3 צלחות.
כמה יקבל כל ילד?

$$12 : 3 = 4$$

חילוק כפעולה הפוכה לכפל.

המודלים המתאים כאן: 12 פריטים מוחשיים + 3 "קבוצות", לוח הכפל.

3 הוא **הגורם המחלק** (מספר החלקים),
מקביל לגורם המכפיל (מספר הקבוצות) בכפל.

המנה, 4, מקבילה ל"נכפל" (מספר פריטים בקבוצה) בפעולת הכפל.
היא מראה כמה עצמים נמצאים בכלי/בחלק אחד.

תנו דוגמאות של בעיות המתאימות לחילוק לחלקים.

מתוך שעור של ד"ר ענת קלמר - מכללת אוהלו

הרחבה – בסרטון שבסוף המצגת

67

חילוק להכלה

כאשר בודקים כמה פעמים סרגל של 6 "נכנס" בסרגל של 60,
אנחנו מבצעים חילוק להכלה.

60 ס"מ

השלים

6 ס"מ
החלק

תנו דוגמאות של בעיות המתאימות לחילוק להכלה.

מתוך שעור של ד"ר ענת קלמר - מכללת אוהלו

חילוק להכלה

יש לי גודל של 12 יחידות ויש לי סרגל באורך 3 יחידות.
אני רוצה למדוד כמה פעמים הסרגל נכנס ב 12.

$$12 : 3 =$$

חילוק כפעולה הפוכה לחיסור.
 $12 - 3 - 3 - 3 = 0$

המודלים המתאים כאן: 12 פריטים מוחשיים + מקום לחלוקה, סרגל מדידה.

3 הוא **הגורם המחלק** (מספר החלקים),
מקביל לגורם המכפיל (מספר פריטים בקבוצה) בכפל.

המנה, 4, מקבילה ל"נכפל" (מספר הקבוצות) בפעולת הכפל.
היא מראה כמה עצמים נמצאים בכלי/בחלק אחד.
תנו דוגמאות של בעיות המתאימות לחילוק להכלה.

מתוך שעור של ד"ר ענת קלמר - מכללת אוהלו

עוד דרכים - למתעניינות....



70

סימני החלוקה

דוגמאות	הסימן	המספר
2360, 578	מספר זוגי (ספרות היחידות זוגיות)	חלוקה ב 2 ללא שארית
10,000	מספר שספרות היחידות שלו 0	חלוקה ב 10 ללא שארית
2465, 235	מספר שספרות היחידות שלו 0 או 5	חלוקה ב 5 ללא שארית
2457, 584	שורש דיגיטלי (סכום ספרות סופי) 9	חלוקה ב 9 ללא שארית
546312, 801	שורש דיגיטלי מתחלק ב 3 (9, 6, 3)	חלוקה ב 3 ללא שארית
546312, 108	מתחלק ב 3 ו ב 2	חלוקה ב 6 ללא שארית
546312	שתי ספרות אחרונות מתחלקות ב 4	חלוקה ב 4 ללא שארית

71

21 x 13

Click to play

74

©רפנה זילבר

אופניות חשיבה

פיתוח, הבנה ובחירת אסטרטגיות פיתרון שונות תוך שימוש בדרכים לא שגרתיות

פתרו את התרגילים הבאים.
יש לפתור כל תרגיל בשתי דרכים לפחות.

21×13

123×321

73

©רפנה זילבר

סרטון כפל קווים ונקודות

24×13

76

©רפנה זילבר

סרטון כפל קווים אלכסוניים

75

©רפנה זילבר

כפל מצרי

1083	1	1083
x 342	2	2166
	4	4332
	8	8664
	16	17328
	32	34656
	64	69312
	128	138624
	256	277248
		370386

מה ניתן לומר על המספרים הרשומים בטור השמאלי?
האם תוכלו להמשיך את הסדרה?
אם משתמשים במספרים השמאליים, אילו מהם עלינו לחבר על-מנת ליצור את הסכום 5, 10, 23, 31?
האם קיימים מספרים מ 1 – עד 31 שאי אפשר לבטאם כסכום המספרים בטור השמאלי או שהם עצמם אינם מופיעים בטור זה?
אילו מספרים בטור השמאלי עלינו לחבר כדי להגיע למספר 342?
איך מסודרים המספרים בטור הימני?
איך רואים שפעמיים 1083 הן 2166?
איך נמצא כמה הם 6 פעמים 1083?
האם גיליתם איך עובדת השיטה?
נסו תרגילים נוספים.

מתוך קורס של ד"ר ענת קלמר

77

פתרו דוגמה נוספת: $242 \times 310 = 75020$

חזור

נקודות מפגש של מאות עם מאות = **עשרות אלפים**

נקודות מפגש של עשרות עם עשרות = **מאות**

אין נקודות מפגש של יחידות עם יחידות

נקודות מפגש של עשרות עם מאות = **אלפים**

נקודות מפגש של מאות עם מאות = **מאות**

נקודות מפגש של יחידות עם מאות = **מאות**

77

©רפנה זילבר

כפל מצרי

פתרו בשיטת הכפל המצרי את התרגיל:

$$34 \times 14$$

מה התהליך באלגוריתם שלפניכם?
האם ניתן לפתור אותו אופן את התרגיל 68×157 ?
מהי החוקיות המתמטית עליה נשענת השיטה?
באילו עובדות יסוד צריך לשלוט כדי להשתמש בשיטה זו לפתרון תרגילי כפל?

34×14		
1	34	$= 1 \times 34$
2	68	$= 2 \times 34$
4	136	$= 4 \times 34$
8	272	$= 8 \times 34$
Total 476		

$$34 \times 14 = 2 \times 34 + 4 \times 34 + 8 \times 34 = 476$$

80

כפל מצרי

13×17

1	17
2	34
4	68
8	136

/ 1	17	/	1	17	/
2	34		2	34	
4	68		4	68	
8	136		8	136	
	13			221	

האלגוריתם המצרי לביצוע כפל, מתקיים כבר 4000 שנה ונמצא בשימוש ברחבי אסיה.
נראה כאן כיצד כופלים 13 ב-17:
רשום 1 ו-17 בראש שני טורים והמשך ליצור שורות חדשות על ידי הכפלת השורה הקודמת ב-2 עד אשר קבוצה חלקית מהמספרים שבטור השמאלי תתן סכום 13.
סמן מספרים אלה ע"י לוכסן. המכפלה הדרושה היא סכום המספרים בטור הימני אשר נמצאים בשורות המסומנות:

79

כפל רוסי

$$9 \times 8 =$$

9	8
18	4
36	2
72	1

מוחק קורס של ד"ר ענת קלמר

81

Egyptian Method of Multiplication

with Tables

81

$8 \times 9 =$

8	9
16	4
32	2
+ 64	1
72	

מוחק קורס של ד"ר ענת קלמר

81

9×8

$= 18 \times 4$

$= 36 \times 2$

$= 72 \times 1$

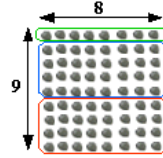
81

פעולת החילוק

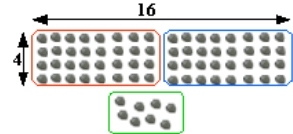
- החילוק אינו מקיים את חוק החילוף:
 $8:4=2, \quad 4:8=0.5$
- החילוק אינו מקיים את חוק הקיבוץ:
 $(20:10):2=2:2=1, \quad 20:(10:2)=20:5=4$
- קיים הסכם, שכאשר כותבים בצורה $20:10:2$ בלי סוגריים, מתכוונים לחילוק בסדר הרישום משמאל לימין.
- באותו אופן, כאשר רושמים חילוק וכפל בשורה בלי שימוש בסוגריים, יש לבצע את הפעולות לפי סדר הרישום (משמאל). לדוגמה: $48:12 \times 4 = (48:12) \times 4 = 4 \times 4 = 16$

מתוך שיעור של ד"ר ענת קלמר - מכלית אוהל

$$8 * 9$$



$$= 16 * 4 + 8.$$



מתוך קורס של ד"ר ענת קלמר

חוקיות מתמטית – תובנה

האם תוכלו לזהות זאת כראשכם? (ד)

אילו מבין החישובים הבאים קל לך לעשות בראש? בדוע:

- $0.2 \times 30 = 6$
- $24 \times 0.5 = 12$
- $8 \times 0.25 = 2$
- $0.25 \times 0.8 = 0.2$
- $0.33 \times 0.22 = 7.26$
- $0.8 \times 0.7 = 0.56$
- $0.800 \times 0.700 = 0.56$
- $0.45 \times 0.55 = 0.2475$
- $0.68 \times 0.59 = 0.4012$
- $70 \times 0.50 = 35$

88

לדפנה זילבר

חוקיות מתמטית? תובנה? אוטומציה?

האם תוכלו לזהות זאת כראשכם? (ב)

אילו מבין החישובים הבאים קל לך לעשות בראש? בדוע:

- $15 \times 4 = 60$
- $34 \times 10 = 340$
- $7 \times 40 = 280$
- $450 \times 45 = 2025$
- $560 : 8 = 70$
- $450 : 45 = 10$
- $60 \times 60 = 1200$
- $25 \times 48 = 1200$
- $15 \times 30 = 450$
- $24 \times 5 \times 2 = 240$
- $59 \times 1000 = 59,000$
- $16,000,000 : 2,000,000 = 8$

87

לדפנה זילבר

X	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
3	3	6	9	12	15	18	21	24	27	30
4	4	8	12	16	20	24	28	32	36	40
5	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
6	6	12	18	24	30	36	42	48	54	60
7	7	14	21	28	35	42	49	56	63	70
8	8	16	24	32	40	48	56	64	72	80
9	9	18	27	36	45	54	63	72	81	90
10	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100

לוח הכפל והוראת צמצום והרחבת שברים

מבוסס על הוראה במסגרת מתמטיקה בחינוך המיוחד - מלכה ברנדר
16.5.2011

X	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
3	3	6	9	12	15	18	21	24	27	30
4	4	8	12	16	20	24	28	32	36	40
5	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
6	6	12	18	24	30	36	42	48	54	60
7	7	14	21	28	35	42	49	56	63	70
8	8	16	24	32	40	48	56	64	72	80
9	9	18	27	36	45	54	63	72	81	90
10	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100

מבוסס על הרצאה במסגרת מתמטיקה בחינוך המיוחד - מלכה ברנר
16.5.2011

מכנה משותף 35

לוח הכפל והוראת פעולות בשברים

$$\frac{2}{7} + \frac{1}{5} = \frac{10}{35} + \frac{7}{35} = \frac{17}{35}$$

מבוסס על הרצאה במסגרת מתמטיקה בחינוך המיוחד - מלכה ברנר
16.5.2011

חשוב שנזכור

חשבון זה לא רק חישובים

המשך חשיבה נעימה

דפנה

94 © דפנה זילבר

מיומנויות דו ממדיות בפעולות חיבור וחסור בשברים

רינה אכלה שליש מהעוגה ,
רן אכל רבע מהעוגה.
איזה חלק מהעוגה נשאר?

נשארו 5 שתיים- עשריות עוגה

מתוך מאמר דל ד"ר מנחם קורן "מדל העוגה המלבנית"

קטגוריות של דרישה קוגניטיבית במשימה מתמטית

(1998) Stein and Smith

מאמר: **בחירה ויצירה של משימות מתמטיות: ממחקר למעשה**

1. שינון
2. פרצדורה ללא קשרים למושגים או למשמעות
3. פרצדורה עם קשרים למושגים ולמשמעות
4. עשייה

הרחבה - במאמר ובסוף המצגת

96 © דפנה זילבר - דירקטיקה של המתמטיקה
zylber@zahav.net.il 07.08.2019

הרחבה

בס"ד

דוגמה - שינון

מחו הכלל לכלל של שבר בשבר!

תשובה מצופה של תלמיד:

כופלים את המונה במונה ואת המכנה במכנה. או: כופלים את שני המספרים שלמעלה ואחר כך את שני המספרים שלמטה.



98

© דפנה זילבר – דירקטיקה של המתמטיקה
zyliber@zahav.net.il

07.08.2019

בס"ד

התנסות

עזרים: דיסקיות

מורתו של מארק נתנה לו כשעורי בית להתבונן בדגם הבא ולצייר את הצורה הבאה שצריכה להופיע.



מארק אינו יודע כיצד למצוא את הצורה הבאה.

- צייר את הצורה הבאה עבור מארק.
- כתוב תיאור עבור מארק האומר לו כיצד ידעת איזו צורה צריכה להופיע.

לדעתך:

רמת / סוג הקושי המתמטי	נמוכה	בינונית	גבוהה	הסבר
רמת / סוג מורכבות החשיבה הנדרשת לפתרון המשימה				

97

© דפנה זילבר – דירקטיקה של המתמטיקה
zyliber@zahav.net.il

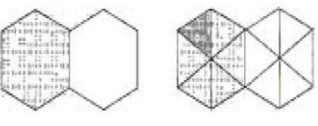
07.08.2019

בס"ד

דוגמה - פרוצדורות עם קשרים

מצא $1/6$ של $1/2$. השתמשו בצורות הפלא. ציירו את תשובתכם והסבירו את דרך הפתרון.

תשובה מצופה של תלמיד:



קודם לוקחים חצי של השלם, שזה משושה אחד. אחר כך לוקחים ששית של החצי הזה. אז אני מחלק את המשושה לששה חלקים, שזה יהיה ששה משולשים. אני צריך רק ששית אחת, אז זה יהיה משולש אחד. אחרי זה אני צריך לחשוב איזה חלק משני המשולשים שזה למשולש אחד, שזה 1 מתוך 12. אז $1/6$ של $1/2$ זה $1/12$.

100

© דפנה זילבר – דירקטיקה של המתמטיקה
zyliber@zahav.net.il

07.08.2019

בס"ד

דוגמה - פרוצדורות ללא קשרים

כפלו: $\frac{2}{3} \times \frac{3}{4}$ תשובה מצופה של תלמיד:

$$\frac{2}{3} \times \frac{3}{4} = \frac{2 \times 3}{3 \times 4} = \frac{6}{12}$$

$$\frac{5}{6} \times \frac{7}{8} = \frac{5 \times 7}{6 \times 8} = \frac{35}{48}$$

$$\frac{4}{9} \times \frac{3}{5} = \frac{4 \times 3}{9 \times 5} = \frac{12}{45}$$


99

© דפנה זילבר – דירקטיקה של המתמטיקה
zyliber@zahav.net.il

07.08.2019

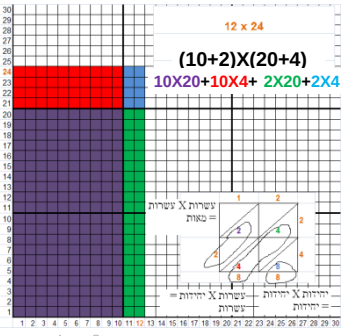
בס"ד

מלבני כפל בלוח הכפל – לפי ג'ון נאפיר

בדקו האם השיטה מתאימה גם לתרגיל 35×152

מה החוקיות עליה נשענים בדרך הפיתרון שכאן?

באילו עובדות יסוד צריך לשלוט כדי להשתמש בשיטה זו לפתרון תרגילי כפל?



102

© דפנה זילבר – דירקטיקה של המתמטיקה
zyliber@zahav.net.il

07.08.2019

בס"ד

דוגמה - עשייה מתמטית

עזרים: דיסקיות

מורתו של מארק נתנה לו כשעורי בית להתבונן בדגם הבא ולצייר את הצורה הבאה שצריכה להופיע.



מארק אינו יודע כיצד למצוא את הצורה הבאה.

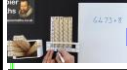
- צייר את הצורה הבאה עבור מארק.
- כתוב תיאור עבור מארק האומר לו כיצד ידעת איזו צורה צריכה להופיע.

קטגוריות של דרישה קוגניטיבית במשימה מתמטית	קטגוריה	מתק"מ	הסבר
שינון			
פרוצדורה ללא קשרים למושגים או למשמעות			
פרוצדורה עם קשרים למושגים ולמשמעות			
עשייה מתמטית			

101

© דפנה זילבר – דירקטיקה של המתמטיקה
zyliber@zahav.net.il

07.08.2019



הרחבה – לוח הכפל ועצמות של NAPIER

**Napier
Maths**



www.napiermaths.co.uk

Napier's Bones
Multiplying

103