## תכנית הלימודים באלגברה לכיתה ט

לתלמידים מתקדמים ומתעניינים כוללת התכנית תוספת של תכנים משני סוגים:

א. פרקים עצמאיים בהיקף של 4 עד 10 שעות. דוגמאות לפרקים כאלה מופיעות בסוף התכנית.

ב. פרקונים קצרים בהיקף של כשיעור. דוגמאות לפרקונים כאלה מופיעות (עם רקע ) בצמוד לנושאים בתכנית כהרחבה והעמקה.

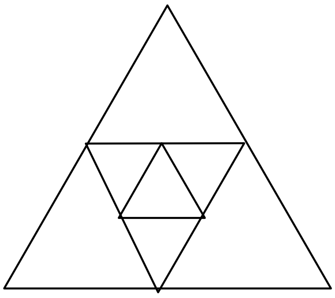
**תחום אלגברי: 1. חזקות** (8 שעות)

| נושאי הלימוד | הבהרות ודוגמאות |
|---|---|
| **חזקות עם מעריך שלם (גם שלילי)**<br><br>**א. הגדרת החזקה** | **בנושא החזקות אנו משלבים את התחום המספרי והאלגברי.**<br><br>**הגדרה:** $a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot a \cdot a \ldots\ldots a}_{n \text{ פעמים}}$<br><br>**למשל:** $a^5 = a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a$ |
| **ב. חוקי חזקה**<br>$a^n \cdot a^m = a^{n+m}$<br>$a^n : a^m = a^{n-m}$<br>$a^n \cdot b^n = (ab)^n$<br>$a^n : b^n = (a : b)^n$<br>$(a^n)^m = a^{nm}$<br>**(כשהמכנים שונים מ- 0)** | **דוגמאות:**<br>1. מי מבין המספרים הבאים שווה ל- $2^{10}$<br>א. $2^5 \cdot 2^2$ ג. $(2^5)^2$ ה. $(\frac{10}{5})^2$<br>ב. $2^3 \cdot 2^7$ ד. $2^{20} : 2^2$ ו. $(2^5)^5$ |
| **ג.** $a^{-n} = \frac{1}{a^n}, \quad a \neq 0$<br>$a^0 = 1, \quad a \neq 0$ | הנמקה אפשרית: ירידת שלב בסולם החזקות מקטינה פי a<br><br>2. מי גדול יותר: $2^{-5}$ או $2^{-3}$? נמקו.<br>3. השלימו את ריבוע הקסם כך שתתקבל אותה מכפלה בכל שורה, בכל טור ובשני האלכסונים.<br><br>4. השלימו את המכנה: $\frac{2a^3b^5}{\_\_\_\_} = \frac{1}{2}a$<br><br>5. תרגילים למתקדמים: בדיקת דוגמאות של השתמרות חוקי החזקות, כגון $a^{-3} \cdot a^5 = a^2$ |

ריבוע הקסם (סעיף 3):

| | | |
|---|---|---|
| | | $\left(\frac{a}{2}\right)^2$ |
| 2a | $(2a)^2$ | $(2a)^3$ |
| | | |

6. לפניכם סדרה של משולשים שווי צלעות ההולכים וקטנים. כל משולש מתקבל מקודמו על ידי חיבור אמצעי הצלעות של המשולש הגדול יותר.



א. אם אורך הצלע של המשולש הגדול הוא יחידה אחת, מה יהיה היקפו של המשולש הרביעי?

ב. אם שטח המשולש הגדול הוא יחידה אחת, מה יהיה שטחו של המשולש הרביעי?

7. סדרו את המספרים הבאים לפי גודלם

$5000 \cdot 10^{10}$ $\quad$ $500 \cdot 10^{10}$ $\quad$ $50 \cdot 10^{13}$ $\quad$ $5 \cdot 10^{15}$

8. מה גדול יותר? $4^{300}$ או $3^{400}$?

## ד. כתיב מדעי של מספרים

**בכתיב מדעי המספר נכתב כמספר בין 1 ל- 10 (לא כולל 10) כפול חזקה של 10.**

**לדוגמה: $312745812 = 3.12745812 \times 10^{8}$**

**בקירוב של שתי ספרות אחרי הנקודה, המספר הוא: $3.13 \cdot 10^{8}$**

**(במחשבונים ובמחשבים מופיע גם הכתיב 3.12745812E8)**

- כתיבת מספרים גדולים וקטנים

**דוגמאות:**

1. לפניכם מספר עובדות המתוארות בעזרת מספרים גדולים וקטנים.
כתבו מספרים אלו בכתיב מדעי.

א. - מהירות האור בחלל היא בקירוב רב 300,000,000 מטר לשניה.
- מספר השניות בשנה (365.25 ימים)
- כמה קילומטר יעבור האור בשנה בחלל? כתבו בקירוב של שתי ספרות אחרי הנקודה של הכתיב המדעי.

ב. סנטימטר מעוקב הוא $\frac{1}{1000000}$ של מטר מעוקב.
- פיזיקאי מדמיין אטום בגביש כקובייה שצלעה היא קוטר האטום. קוטר של אטום הוא כ- 0.0000001 מ"מ.
כמה קוביות כאלה יידרשו למלא 1 סמ"ק?

2. מסה של כדור הארץ שווה בערך ל $6 \cdot 10^{24}$ (ק"ג)
המסה של כוכב הלכת מרקורי (כוכב חמה) היא 0.05 של המסה של כדור הארץ.
כתבו בכתיב מדעי את המסה של מרקורי.

**הכתיב המדעי מאפשר הצגת מירב המידע במספר ספרות מוגבל.**

**דוגמה:**

**$2.473 \cdot 10^{13}$ קצר מ- 24,730,000,000,000 וגם מצביע על מידת הדיוק.**

<table>
<tr><td colspan="2">תחום אלגברי: 2. טכניקה אלגברית, הכרת נוסחאות הכפל המקוצר (10 שעות)</td></tr>
<tr><td>נושאי הלימוד</td><td>הבהרות ודוגמאות</td></tr>
<tr><td>
נוסחאות הכפל המקוצר:<br>
$(a - b)(a + b) = a^2 - b^2$<br>
$(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$<br>
א. שימוש בנוסחאות הכפל המקוצר לכפל ביטויים ולפירוק לגורמים
</td><td>
• מוצע לפתוח בישום לחישובים בע"פ כמו $72^2$ ו- $63 \cdot 57$, ולבדוק במחשבון.<br><br>
דוגמאות:<br>
1. פתחו סוגריים ורשמו ביטוי קצר ככל האפשר:<br>
א. $(x + 3)(x - 3)$<br>
ב. $(x + 5)(x - 5) + (2x + 5)^2$<br>
2. הוסיפו אם אפשר $<$, $>$, $=$<br>
אם אי אפשר, ציינו עבור אילו מספרים נקבל $=$, ועבור אילו מספרים נקבל $<$ או $>$. הסבירו.<br>
ב. $(a + 1)(a - 1) \;\_\_\_\_\; a^2$<br>
ג. $(a + 1)^2 \;\_\_\_\_\; (a - 1)^2$<br>
ד. $a^2 + 1 \;\_\_\_\_\; a^2 - 1$<br>
ה. $(a + 1)^2 - 1 \;\_\_\_\_\; a^2 + 2a$<br>
ו. $(a + 1)^2 \;\_\_\_\_\; (a + 1)(a - 1)$<br>
ז. $(a - 1)^2 \;\_\_\_\_\; (a + 1)(a - 1)$
</td></tr>
<tr><td>
ב. פירוק טרינום ריבועי מהצורה: $ax^2 + bx + c$ עבור $a = 1$ בלבד<br>
ג. שימוש לצמצום שברים אלגבריים, לכפל ולחילוק
</td><td>
• צמצום שברים אלגבריים<br>
דוגמה:<br>
1. פרקו לגורמים וצמצמו את השברים:<br>
א. $\frac{2a^2 - 32}{4 - a}$ ב. $\frac{x + 2}{x^2 + 4x + 4}$ ג. $\frac{x^2 - 5x + 6}{x^2 - 4} \cdot \frac{x + 2}{x - 3}$<br>
• פתרון משוואות בעזרת פירוק לגורמים<br>
דוגמה:<br>
פתרו:<br>
2. $x^3 - 4x = 0$<br><br>
• כפל וחלוק שברים אלגבריים<br>
דוגמה:<br>
3. כפלו: $\frac{2a^2 - a}{4} \div \frac{a^2 - 2a + 1}{8a}$
</td></tr>
</table>

**ד. שימוש לפתרון משוואות עם שברים אלגבריים (משתנה במכנה)**

- פתרון משוואות בעלות מכנה שהוא ביטוי אלגברי פשוט

4 א. $\frac{2}{x-3}+\frac{4x}{2x-6}=6$ ב. $\frac{2x}{x^2-4}=\frac{1}{x+2}$

ג. $\frac{x}{x^2-5x+6}-\frac{x+1}{x^2-4}=\frac{6}{x^2-x-6}$

**הנחייה**: פרקו את המכנים לגורמים ומצאו במה זה עוזר לפתרון

- שימוש בנוסחת הפרש הריבועים בבעיה מילולית

**דוגמאות:**

5. נתון ריבוע שאורך צלעו 3a. אם נגדיל צלע אחת שלו ב 2 ס"מ ונקטין צלע סמוכה ב- 2 ס"מ נקבל מלבן. שטחו של מי גדול יותר ובכמה?

6. א. לפניכם ריבועים ובתוכם ביטויים המבטאים את שטח הריבוע. התוכלו לגלות את הביטוי המייצג את צלע הריבוע?

$\boxed{4x^2 + 20x + 25}$ $\boxed{x^2 - 4x + 4}$

ב. לפניכם מלבנים ובתוכם ביטויים המבטאים את שטח המלבן. הציעו ביטויים אפשריים המייצגים את צלעות המלבן?

$\boxed{4x^2 - 100}$ $\boxed{x^2 - 25}$ $\boxed{x^2 - 6x + 8}$

הציעו אפשרויות נוספות.

**הערה**: דונו בביטויים אפשריים שונים.

| **תחום אלגברי: 3. פונקציה ריבועית ומשוואה ריבועית** (30 שעות) | |
|---|---|
| **נושאי הלימוד** | **הבהרות ודוגמאות** |
| • **הפונקציה $y = x^2$ הזזות שלה** | **במהלך הלימוד של הפונקציות הריבועיות ושל הזזות שלהן מומלץ להשתמש בטכנולוגיה גרפית.**<br>**כל האמור בהמשך מתייחס לכיתות שבהן ההספק הלימודי משביע רצון. בכיתות אחרות נסתפק בסרטוט הגרפים לפי נקודות שיתקבלו על ידי הצבת מספרים בביטויים של הפונקציות.** |
| **א. היכרות עם הפרבולה $y = x^2$ וייצוגיה השונים (אלגברי, מספרי, גרפי).**<br>**אפיוני הפרבולה:**<br>**סימטרייה, תחומי עליה וירידה, נקודת מינימום.** | **התלמידים יתנסו בסרטוט ידני של גרף הפונקציה: $y = x^2$, על פי מספר נקודות וייווכחו שהגרף אינו קו ישר. בהמשך יתנסו בבדיקת טיב הסרטוט על ידי חישוב וסימון נקודות נוספות.**<br>**יש לקשור זאת לעובדה שקצב השינוי של הגרף אינו קבוע.** |
| **ב. הזזות אנכיות: משפחת הפרבולות $y = x^2 + c$**<br>**ואפיוניהן:**<br>**סימטרייה, תחומי עליה וירידה, נקודת מינימום, נקודות חיתוך עם הצירים (נקודות אפס ונקודת חיתוך עם ציר ה - y),**<br>**תחומי החיוביות והשליליות של הפונקציות.** | **פרבולה מהצורה $y = x^2 + c$ מתקבלת מהזזה אנכית של הפרבולה $y = x^2$ ב – c יחידות.**<br>**הערה: בהקשר של מציאת נקודות חיתוך עם הצירים, נזכיר לתלמידים שלכל הנקודות על ציר ה- x שיעור ה- y הוא אפס ולכל הנקודות על ציר ה- y שיעור ה- x הוא אפס.**<br>**דוגמה:**<br>סרטטו את הפונקציה $y = x^2 - 4$ .<br>א. במה שונה הגרף שקיבלתם מהגרף של הפונקציה $y = x^2$?<br>ב. מהי נקודת המינימום של הפונקציה?<br>ג. מהו ציר הסימטרייה של הפונקציה?<br>ד. רשמו את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה.<br>ה. מצאו את נקודת החיתוך של הפונקציה עם ציר ה – y.<br>ו. מצאו את נקודות האפס של הפונקציה.<br>ז. רשמו שתי נקודות שבהן הפונקציה חיובית, ושתי נקודות שבהן הפונקציה שלילית.<br>ח. מצאו את תחומי החיוביות והשליליות של הפונקציה.<br>ט. השוו בין התכונות של הפונקציה $y = x^2 - 4$, לבין התכונות של הפונקציה $y = x^2$.<br>**הערה: נקודות אפס של פונקציה הן נקודות החיתוך של הגרף של הפונקציה עם ציר ה- x. חשוב שהתלמידים יכירו את שני** |

**המונחים.**

**ג. הזזות אופקיות: משפחת הפרבולות $y = (x - p)^2$ ואפיוניהן: סימטרייה, תחומי עליה וירידה, נקודת מינימום, נקודות חיתוך עם הצירים (נקודות אפס ונקודת חיתוך עם ציר ה - y)**

**פרבולה מהצורה $y = (x - p)^2$ היא הזזה אופקית של הפרבולה $y = x^2$ ב – p יחידות.**

**דוגמאות:**

1. סרטטו את הפונקציות: $y = (x - 2)^2$ , $y = (x + 3)^2$.
2. סרטטו את הפונקציה : $y = (x - 3)^2$
   - א. במה שונה הגרף שקיבלתם מהגרף של הפונקציה $y = x^2$?
   - ב. מהי נקודת המינימום של הפונקציה?
   - ג. מהו ציר הסימטרייה של הפונקציה?
   - ד. רשמו את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה.
   - ה. מצאו את נקודת החיתוך של הפונקציה עם ציר ה – y.
   - ו. מצאו את נקודת האפס של הפונקציה.
   - ז. השוו בין התכונות של הפונקציה $y = (x - 3)^2$, לבין התכונות של הפונקציה $y = x^2$.
3. א. רשמו משוואה של פרבולה שציר הסימטרייה שלה הוא $x = -3$, וסרטטו סרטוט מקורב שלה. רשמו שתי נקודות שערכי הפונקציה שלהן שווים.

   ב. רשמו משוואה של פרבולה שיורדת בתחום $x < 7$, ועולה בתחום $x > 7$, וסרטטו סרטוט מקורב שלה. רשמו שתי נקודות שערכי הפונקציה שלהן שווים.

**בכיתות טובות:**

**ערך ה- x של נקודות על ציר ה- x שמרחקן מ - s הוא d הוא s + d או s – d.**

**הסימטרייה תוצג גם בכתיב $f(s + d)=f(s - d)$ כאשר הישר $x = s$ הוא ציר הסימטרייה.**

**שילוב של הזזות אנכיות ואופקיות: משפחת הפרבולות $y = (x - p)^2 + k$ ואפיוניהן: סימטרייה, תחומי עליה וירידה, נקודת מינימום, נקודות חיתוך עם הצירים (נקודות אפס ונקודת חיתוך עם ציר ה - y), תחומי החיוביות והשליליות של**

**פרבולה מהצורה $y = (x - p)^2 + k$ מתקבלת משילוב של הזזה אופקית והזזה אנכית של הפרבולה $y = x^2$.**

**נקודת המינימום של הפרבולה היא: $(p,k)$.**

**ציר הסימטרייה של הפרבולה הוא $x = p$.**

**נקודות האפס של הפרבולה הן נקודות סימטריות לגבי ציר הסימטרייה. (נמצאות במרחק שווה מציר הסימטרייה).**

**דוגמה:**

נתונה הפרבולה: $y = (x - 5)^2 - 9$

תארו במילים כיצד היא מתקבלת מהפרבולה $y = x^2$.

א. מצאו את נקודות האפס של הפרבולה. סמנו אותן באותיות A, B על ציר ה – x.

| | |
|---|---|
| **הפונקציות.**<br>**הקשר של ציר הסימטרייה עם נקודות האפס של הפרבולה.** | ב. באיזו נקודה ציר הסימטרייה של הפרבולה חותך את ציר ה – $x$? סמנו אותה באות T על ציר ה – $x$.<br>ג. מהו המרחק של כל אחת מהנקודות A, B מהנקודה T?<br>ד. מצאו עוד זוג נקודות על הפרבולה שהן סימטריות לגבי ציר הסימטרייה. |
| **ד. מתיחות: משפחת הפרבולות $y = ax^2$ ואפיוניהן: סימטרייה, תחומי עליה וירידה, נקודת מינימום או מכסימום, נקודות חיתוך עם הצירים (נקודת אפס ונקודת חיתוך עם ציר ה - y), תחומי החיוביות והשליליות של הפונקציה.** | **לתלמידים מתקדמים:**<br>**משפחת הפרבולות $y = ax^2$ נבדלת מהפרבולה $y = x^2$ במידת המתיחה שלהן ובכיוון.**<br>**ככל ש- $\lvert a \rvert$ גדל, מידת המתיחה גדלה. אם $a > 0$ יש לפרבולה נקודת מינימום. אם $a < 0$ יש לפרבולה נקודת מכסימום.**<br>דוגמה:<br>סרטטו את הפרבולות: $f(x) = 3x^2$, $g(x) = 0.3x^2$, $t(x) = -2x^2$<br>א. מצאו את התכונות המשותפות ל שלוש הפרבולות.<br>ב. מצאו את התכונות המבדילות בין שלוש הפרבולות.<br><br>**לסיכום יכירו התלמידים פונקציות שהתקבלו מהפרבולה $y = x^2$ על ידי הזזות ומתיחות, פונקציות שביטוין הכללי: $y = a(x - p)^2 + k$.**<br>דוגמה:<br>נתונה הפרבולה: $y = - 4(x - 1)^2 + 9$.<br>א. תארו במילים כיצד היא מתקבלת מהפרבולה $y = x^2$.<br>ב. מצאו את נקודות האפס של הפרבולה. סמנו אותן באותיות A, B על ציר ה – $x$.<br>ג. באיזו נקודה ציר הסימטרייה של הפרבולה חותך את ציר ה – $x$? סמנו אותה באות T על ציר ה – $x$.<br>ד. מהו המרחק של כל אחת מהנקודות A, B מהנקודה T?<br>ה. מצאו עוד זוג נקודות על הפרבולה שהן סימטריות לגבי ציר הסימטרייה.<br>ו. מצאו את תחומי החיוביות והשליליות של הפונקציה.<br>ז. מצאו את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה. |
| **ה. ביטויים שונים של פונקציה ריבועית:**<br>$f(x)= a(x - p)^2 + k$<br>$h(x) = a(x - m)(x - n)$<br>$g(x) = ax^2 + bx + c$ | **ביטוי מהצורה של הפונקציה $g(x)$ מתקבל מהביטוי של הפונקציה מהצורה $f(x)$ או של הפונקציה מהצורה $h(x)$ על ידי טכניקה אלגברית.**<br>**הנוסחה לציר הסימטרייה בשביל הפונקציה $g(x) = ax^2 + bx + c$ היא: $x = \frac{-b}{2a}$. תלמידים מתעניינים יופנו להוכחה שתופיע בספר** |

<table>
<tr>
<td>

**- משמעות חלק מהפרמטרים של פונקציה ריבועית בייצוג הסימבולי והקשר לייצוגים גרפיים**

**- נקודות אפס של פונקציה ריבועית**

</td>
<td>

**הלימוד.**

**דוגמאות:**

1. לפניכם ארבע פונקציות:

א. $f(x) = (x – 1)^2 – 27$ ב. $g(x) = (x – 3)(x – 5)$

ג. $h(x) = –x^2 – 20x – 42$ ד. $t(x) = x^2 + 4x$

**דיון:** עבור כל אחת מהפונקציות, אילו מהמאפיינים הבאים אפשר לקרוא מתוך הביטוי, כמעט ללא צורך בחישובים:

i. פונקציה ריבועית בעלת מינימום או בעלת מקסימום
ii. שיעורי הקדקוד של הפונקציה
iii. תחום העלייה של הפונקציה ותחום הירידה שלה
iv. מידת ה"מתיחה" של הפרבולה
v. נקודות האפס של הפרבולה
vi. נקודת החיתוך עם ציר y
vii. התחום שבו ערכי הפונקציה חיוביים, התחום שבו ערכי הפונקציה שליליים
viii. האם ניתן למצוא הצגה אחרת לכל אחד מהביטויים של הפונקציות? רשמו ביטויים אפשריים.

2. א. הזיזו את הפרבולה שמשוואתה $y = 5x^2$ ימינה 3 יחידות. רשמו את משוואת הפונקציה שהתקבלה.
ב. הזיזו את הפרבולה שמשוואתה $y = 5x^2$ 3 יחידות ימינה ו 2 יחידות למעלה רשמו את משוואת הפונקציה שהתקבלה.
ג. הזיזו את הפרבולה שמשוואתה $y = 5x^2$ כך שציר הסימטרייה שלה יהיה $x = -4$. רשמו את משוואת הפונקציה המתקבלת.
ד. הזיזו את הפרבולה שמשוואתה $y = -3x^2$ כך שקדקוד הפרבולה יהיה בנקודה (3, -5)
ה. הזיזו את הפרבולה שמשוואתה $y = x^2$ כך שהיא תתלכד עם הפרבולה $y = x^2 + 4x + 6$

3. דיון כתתי: מבלי לפתור משוואות, ענו:
א. כמה נקודות אפס יש לגרף של הפונקציה $f(x) = 2(x – 3)^2 + 4$ ? נמקו.
ב. כמה נקודות אפס יש לגרף של הפונקציה $g(x)= -3(x – 2)^2 + 4$ ? נמקו.
ג. כמה נקודות אפס יש לגרף של הפונקציה $h(x)= (x + 3)^2$ ? נמקו.
ד. כמה נקודות אפס יש לגרף של הפונקציה $t(x)= x^2 + 3x + 3$ ? נמקו.

**מציאת נקודות אפס של פונקציה ריבועית:**

**מציאת נקודות אפס של פונקציות מהמשפחה $g(x) = ax^2 + bx + c$.**

**א. כאשר $c = 0$ נפתור את המשוואה $ax^2 + bx = 0$ על ידי הוצאת הגורם המשותף x מחוץ לסוגריים.**

**ב. אשר $b = 0$ נפתור את המשוואה $ax^2 + c = 0$.**

</td>
</tr>
</table>

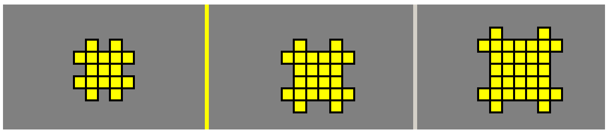
| | |
|---|---|
| | **ג. כאשר a, b, c שונים מאפס, נפתור את המשוואה על ידי השלמה לריבוע .**<br>**דוגמה:**<br>מצאו את נקודות האפס של הפונקציות הבאות:<br>א. $f(x) = 2x^2 – 15x$<br>ב. $f(x) = 2x^2 – 32$<br>ג. $f(x) = x^2 + 6x + 8$<br>ד. $f(x) = 4x^2 – 12x + 5$ |
| **ו. פתרון של המשוואות מהסוגים הבאים (ללא שימוש בנוסחה):**<br>$ax^2=b$<br>$a(x – m)(x – n) = 0$<br>$ax^2 + bx = 0$ | |
| **ז. פתירת משוואות על ידי השלמה לריבוע של משוואות פשוטות מהצורה:**<br>$x^2 + bx + c = 0$<br>**הנוסחה:**<br>$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ | **לתלמידים מתעניינים:**<br>**הוכחת הנוסחה לפתרון המשוואה: $ax^2 + bx + c = 0$ תיעשה על ידי השלמה לריבוע.**<br><br>**ציר הסימטרייה בשביל הפונקציה $g(x) = ax^2 + bx + c$ הוא בממוצע הפתרונות של המשוואה הריבועית המתאימה.** |
| **ח. מערכת משוואות ממעלה שנייה וההיבטים הגרפיים שלהן** | **פתרון מערכת המשוואות נותן את נקודות החיתוך של הגרפים.** |

## ט. ייצוג תופעות בעזרת פונקציות ריבועיות

**דוגמה:**

צורות גדלות:

1 2 3



לפניכם שלוש צורות ראשונות מסדרת צורות.

א. הוסיפו את הצורה הרביעית בסדרה.

ב. מלאו את טבלת הערכים:

| מספר הצורה | מספר המשבצות בצורה |
|---|---|
| 1 | |
| | |
| | |
| | |

ג. האם תוכלו להשתמש בנתונים אלו על-מנת לחזות את כמות הריבועים בצורה השישית?

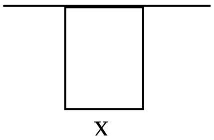
ד. כתבו פונקציה המתאימה את מספר המשבצות בצורה למספר הצורה. נמקו.

## פתרון שאלות בעזרת משוואות ופונקציות קוויות וריבועיות

**דוגמאות:**

1. מספר אחד קטן מהמספר השני ב- 2.
   א. רשמו פונקציה המתאימה למספר הגדול את סכום הריבועים של שני המספרים.
   ב. מהו המספר עבורו סכום הריבועים הוא הקטן ביותר? מהו סכום זה?
   ג. מהם המספרים עבורם סכום המספרים הוא אפס? נמקו.
2. המרחק בין צמרות שני ברושים גדול פי 1.25 מהמרחק בין גזעיהם. אחד הברושים גבוה מן השני ב 1.5 מטרים. מה המרחק בין גזעיהם?
3. רוכב אופנוע נוהג לנסוע במהירות קבועה דרך מסוימת שאורכה 240 ק"מ. ביום גשום מאוד הקטין את מהירותו ב- 20 קמ"ש וכתוצאה מכך נמשכה הדרך שעה יותר. מהי המהירות הקבועה בה רוכב האופנוע נוסע?
4. בתנאים רגילים מקבלים ריבית על הפקדת חסכון בבנק. הרווח מצטרף לקרן כל שנה וגם עליו מחשבים ריבית. מהו אחוז הריבית אם מקרן של 2,500 ₪ קבלו בתום שנתיים 2,756.25 ₪?
5. כמה צלעות למצולע אשר יש לו 20 אלכסונים?
6. עבור חלקה מלבנית הצמודה לקיר נקנתה גדר באורך 30 מ'.
   א. רשמו פונקציה המתאימה לאורך החלקה את שטח החלקה המגודרת.
   ב. מה צריך להיות אורך החלקה כדי ששטח החלקה המגודרת יהיה מכסימלי?

ג.   מהו שטח זה?




- יינתנו גם שאלות משלבות (אורייניות)

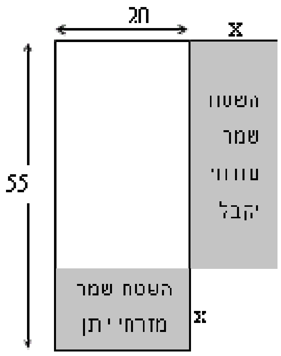
**דוגמה:**

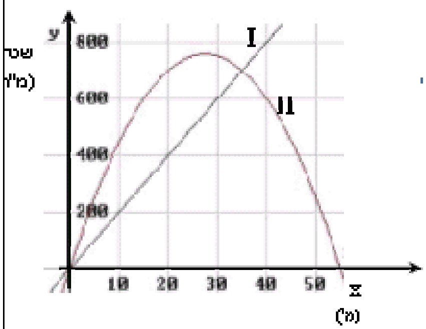
חלקת אדמה

מר מזרחי גר במושב וזו חלקת אדמה שמידותיה 55מ' x 20מ'
בדרום וממזרח לחלקה שלו שוכנת חלקה של משפחת קדם.
מר קדם מעונין, מטעמים השמורים עמו, שהחלקה שלו מדרום
וגם על חשבון החלקות הנהוגות, לכן הוא מציע למר מזרחי
להחליף בשטחים. הוא אפילו מסכים לתת שטח גדול יותר
מהשטח שהוא מקבל.
מר מזרחי ומר קדם מחליטים על החלפה באופן המוצג בשרטוט
– אחת תולעות השטח התלויי שווה

מר מזרחי רוצה לדעת באילו מקרים השטח שיקבל יהיה
שווה גדול או קטן מהשטח שייתן ולכן צייר שני גרפים

אחד מהגרפים מתאר את השטח שמר מזרחי ייתן,
והשני מתאר את השטח שיקבל.




א. איזה משני הגרפים מתאר את השטח שמר מזרחי ייתן, ואיזה את השטח שיקבל?

ב. מסביב לחלקה של מר מזרחי יש גדר יקרה.
מר מזרחי אמר: לפחות על דבר אחד אני שמח. אינני צריך לשנות את אורך הגדר.
האם הוא צודק? הסבירו.

ג. איזה שטח ייתן מר מזרחי  אם x יהיה 10 מ'?
האם מר מזרחי משיג שטח גדול יותר או קטן יותר במקרה זה, ביחס לשטח שהיה לו קודם?

ד. אם מר מזרחי ייתן  20% משטח החלקה שלו, מהו אחוז השטח שיקבל משטח החלקה?

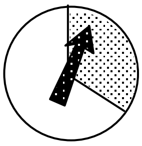
ה. אילו מהביטויים הבאים מתארים את השטח שיישאר למר מזרחי לאחר החלפת השטחים?

1. $20(55 - x)$
2. $20 \cdot 55 - 20x + x(55 - x)$
3. $(20 + x)(55 - x)$
4. $x(55 - x)$

ו. מה צריך להיות ערכו של x  כדי ששטח החלקה יישאר כפי שהיה לפני ההחלפה?

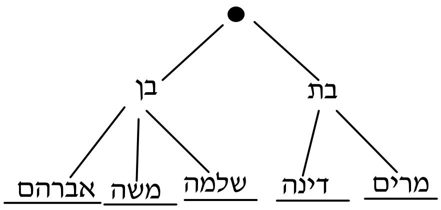
| | |
|---|---|
| | ז. 1. האם תוכלו למצוא מספר עבור x כך ששטח החלקה שיישאר לו אחרי ההחלפה יהיה 1,250מ"ר?<br>אם לא – הסבירו מדוע. אם כן – מצאו והסבירו כיצד מצאתם.<br>2. האם תוכלו למצוא מספר עבור x כך ששטח החלקה שיישאר לו אחרי ההחלפה יהיה 1600 מ"ר?<br>אם לא – הסבירו מדוע. אם כן – מצאו והסבירו כיצד מצאתם.<br>ח. אילו ערכים של x אינם מתאימים להחלפת השטחים?<br>ט. מה צריך להיות x כדי שהשטח של מר מזרחי לאחר ההחלפה, יהיה הגדול ביותר?<br>הסבירו כיצד מצאתם. |

## 4. הסתברות (8 שעות)

| נושאי הלימוד | הבהרות ודוגמאות |
| --- | --- |
| **מושג ההסתברות המוצג במודלים פשוטים, למשל: מודל הכד ומודל הרולטה** | <br>**בכיתה ז הוצג מושג ההסתברות בין השאר דרך דוגמת הכד והכדורים. כאן נוסיף את מודל הרולטה (סביבון חץ). לדוגמה, ההסתברות של מאורע היא 1/3 אם נטייתו להתממש דומה לנטייתו של החץ המסתובב לעצור בגיזרה נתונה שגודלה 1/3 של העיגול השלם.**<br>**מוצע לחזור על הקשר שבין הסתברות ובין שכיחות המתקבלת בניסויים רבים דרך שאלה כגון השאלה הבאה או דרך ביצוע סידרת ניסויים חוזרים רבים.**<br>**דוגמה:**<br>כמה פעמים בערך תראה קובייה הוגנת מספר זוגי אם מטילים אותה 3,000 פעמים?<br>א. 10 ב. 50 ג. 500 ד. 1,000 ה. 1,500 ו. 2,000 |
| **ניסוי דו שלבי וייצוגו בדיאגרמת עץ.**<br>**כתיבת הסתברויות בכל ענף של העץ: ההסתברויות בענפים הראשונים של העץ מייצגות חלק משלם ואילו ההסתברויות על הענפים המשניים מייצגות חלק של חלק.** | **רולטה המתאימה לניסוי דו שלבי תיבנה בשני שלבים. בשלב הראשון היא תחולק לגזרות בהתאם להסתברויות של תוצאות השלב הראשון של הניסוי, ובשלב השני תחולק כל גזרה לגזרות- משנה על פי יחסי ההסתברויות המתאימות בשלב השני של הניסוי.**<br>**דיאגרמת עץ תהווה ייצוג של אופן התפצלות הגזרות בשני שלבי הניסוי.**<br>**התלמידים לא יידרשו לסרטט רולטות (בגלל הקושי בסרטוט מדויק) אלא את הייצוגים כדיאגרמת-עץ.** |
| **מושג ההסתברות המותנית** | **ההסתברות המותנית תילמד ללא סימון פורמלי אלא בתיאור מילולי כגון "ההסתברות שתהיה ל-... אם וכאשר יקרה ..." .**<br>**ההסתברויות המותנות נכתבות על ענפי השלב השני של עץ ההסתברויות.**<br>**הסתברות של תוצאה מאוחדת תוצג דרך הייצוג ברולטה.**<br>**תרגיל לדוגמה:**<br>משה, דינה, מרים, שלמה ואברהם נבחרו פה אחד לוועד הכיתה, והם החליטו לבחור יו"ר בהגרלה. מכיוון שמספר הבנות שבכִּיתה כפול ממספר הבנים הוחלט לבצע את |

הבחירה בעזרת שתי הטלות קובייה.

הטלה ראשונה של הקובייה תכריע בין "בת" ו-"בן" באופן שאם יתקבל 1 או 2 או 3 או 4 היו"ר יהיה אחת הבנות ואם יתקבלו 5 או 6 יהיה היו"ר אחד הבנים. ההטלה השנייה תכריע בין הבנות או בין הבנים בדרך הבאה:




במקרה הראשון, אם יתקבל מספר זוגי תיבחר דינה ואם יתקבל מספר אי- זוגי תיבחר מרים. במקרה השני 1 או 2 יביאו לבחירת משה, 3 או 4 יביאו לבחירת שלמה ואם יתקבלו 5 או 6 ייבחר אברהם.

א. השלימו את ההסתברויות על הענפים ומתחת לתוצאות הסופיות בתרשים המצורף.

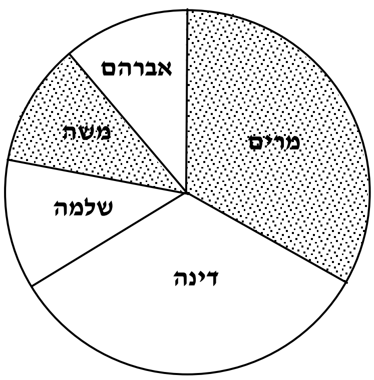
ב. מה ההסתברות לכך ששם היו"ר יתחיל ב-מ?

מה ההסתברות לכך ששם היו"ר יכיל מ ?

**התרה:**

ההסתברויות של יושבי הראש השונים הם גודלי הגזרות השונות שברוליטה, היינו, 1/3, 1/3, 1/9, 1/9, 1/9 .

ההסתברות ששם היו"ר יתחיל ב-מ היא סכום גודלי הגזרות של מרים ומשה, כלומר, 4/9 = 1/9 + 1/3



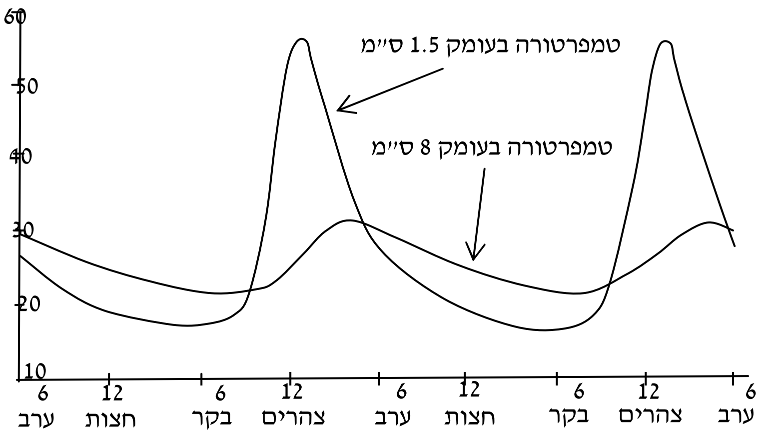
## תחום אלגברי: 5. קריאת מידע מגרפים ודיאגרמות (4 שעות)

| נושאי הלימוד | הבהרות ודוגמאות |
|---|---|
| **א. השוואת נתונים והסקת מסקנות**<br>**ב. העלאת שאלות**<br>**ג. התייחסות איכותית למכסימום ומינימום, ולעליה וירידה ולמהירות של עליה וירידה** | **את הנושא הזה מומלץ ללמד במקביל לנושאים האחרים.** |

**דוגמאות:**

1. טמפרטורה

הגרפים (לקוחים מאטלס ביו-אקלימי מאת פרופ' ד' אשבל) מתארים את טמפרטורת האדמה בשני ימי קיץ בירושלים, בעומק 1.5 ס"מ מפני הקרקע ובעומק 8 ס"מ.




א. באיזו שעה הטמפרטורה בעומק 1.5 ס"מ היא מכסימלית ובאיזו שעה היא מינימלית?

ב. באיזו שעה הטמפרטורה לעומק 8 ס"מ היא מכסימלית ובאיזו שעה היא מינימלית?

ג. מה ההפרש שבין הטמפרטורה המקסימלית והמינימלית בעומק 1.5 ס"מ?

ד. מה ההפרש שבין הטמפרטורה המכסימלית והמינימלית לעומק 8 ס"מ.

ה. הסבירו מדוע תנודות הטמפרטורה בעומק 1.5 ס"מ גדולות מהתנודות בעומק 8 ס"מ?

ו. הסבירו מדוע הטמפרטורות המקסימליות בשני העומקים מתקבלות בזמנים שונים?

ז. מתי מתחממת האדמה (בעומק 1.5 ס"מ) במהירות משמעותית ומתי היא מתקררת במהירות משמעותית?

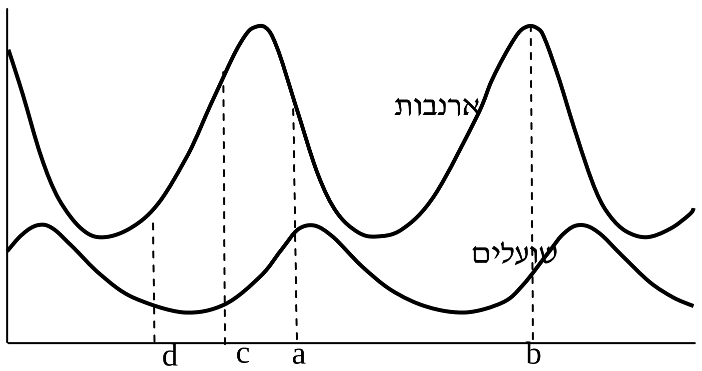
ח. באילו שעות אין שינויים גדולים בטמפרטורה (בעומק 1.5 ס"מ)?

ט. ציירו על-פי ניחוש גרף המתאר את הטמפרטורות בעומק 13 ס"מ.

2. שועלים וארנבות

כאשר שועלים וארנבות נמצאים באותו שטח יש קשר בין השתנות שתי האוכלוסיות. השועלים אוכלים את הארנבות והארנבות - הם לעתים האוכל העיקרי של השועלים. לכן ישנו קשר סיבתי ביניהם, כמו למשל – גידול של אוכלוסיית השועלים גורם להקטנת אוכלוסיית הארנבות והפוך: הקטנה של אוכלוסיית הארנבות גורמת להקטנה של אוכלוסיית השועלים.

הגרפים שלפניכם מתארים את השתנות אוכלוסיות השועלים והארנבות (בקני מדה שונים)




כתבו במקומות המתאימים את המילים "גבוהה", "נמוכה", "עולה" או "יורדת" לפי העניין. נמקו!

א. בזמן a אוכלוסית השועלים היא ________ לכן אוכלוסית הארנבות _________ .

ב. בזמן b אוכלוסית הארנבות ________ ביותר לכן אוכלוסית השועלים _______ במהירות.

ג. בזמן c ובזמן d יש אוכלוסיות שועלים שוות, אך בזמן c יש יותר ארנבות מבזמן d. באיזה משני הזמנים האלה גדלה אוכלוסית הארנבות יותר מהר? התוכל להסביר למה?

ד. הסבר מדוע מגיעה אוכלוסית השועלים למקסימום כאשר אוכלוסית הארנבות כבר בירידה.

3. מתוך האתר של הלשכה המרכזית לסטטיסטיקה בחרו נתונים בנושא המעניין אותכם (למשל, דיאגרמות אוכלוסייה): http://www.cbs.gov.il/index.htm

על סמך המידע שבחרתם לראות:

א. העלו שתי שאלות חשובות שאפשר לקבל עליהן תשובות מהמידע שבחרתם להציג.

ב. האם המידע שבחרתם להציג משקף את המצב בכיתה, בשכונה או בעיר

| | |
|---|---|
| שלכם? הסבירו את התשובה.<br>ג. האם המידע שבחרתם להציג מאפשר לחזות מגמה לשנתיים הבאות? אם כן- מהי? אם לא- בחרו מידע אחר שמאפשר זאת ותיארו את המגמה. | |

## נושאים למתקדמים – דוגמאות

**מספרים ממשיים** (6 שעות)

| הנושאים | הבהרות ודוגמאות |
| --- | --- |
| **א. $\sqrt{2}$ ממשי אך לא רציונאלי.**<br>**מספר ממשי הוא כל מספר המיוצג על ידי נקודה שעל ציר המספרים.**<br>**מספר רציונאלי הוא מספר השווה למנה של שני מספרים שלמים.** | **א. לפניכם ציר המספרים שעליו מסומנים המספרים 0 ו 1. סמנו על ציר המספרים הזה מספר $\sqrt{2}$ (אפשר להשתמש באורך היתר של משולש ישר זווית שאורכי ניצביו הם 1.)**<br><br><br>**ב. יש m ו-n שלמים אשר $\frac{m}{n}$ קרוב ל- $\sqrt{2}$. דוגמאות: $\frac{577}{408}$ ו- $\frac{8119}{5741}$ וכן $\frac{1414213}{1000000}$ . אבל אין m ו-n שלמים אשר $\frac{m}{n}$ = $\sqrt{2}$.**<br>**תקציר הוכחה:**<br>**נניח שקיימים m ו- n שלמים אשר $\sqrt{2}=\frac{m}{n}$ כלומר, $2n^2 = m^2$ . זה לא יתכן כי $m^2$ מתחלק ב-2 מספר זוגי של פעמים ואילו $2n^2$ מתחלק ב-2 מספר אי-זוגי של פעמים.**<br>**ההוכחה מסתמכת על זה שמכפלת שני אי-זוגיים היא אי זוגית.**<br>**תרגילים:**<br>הוכח אירציונליות של $\sqrt[3]{2}$ ושל $\sqrt{5}$.<br>מדוע אין שיקול דומה מראה ש- $\sqrt{4}$ אינו רציונלי<br>**ג. ללא הוכחה: $\pi$ הוא מספר אי רציונאלי.** |
| **ב. מעבר משבר פשוט אל שבר עשרוני מחזורי ומשבר עשרוני מחזורי אל שבר פשוט** | **דוגמאות:**<br>1. דוגמאות של חילוק ארוך כגון 3:7 ואח"כ 50:34 יראו מדוע חייבת להתקבל מחזוריות. תרגיל חילוק $2345:37=63.\overline{378}378...$<br>ייתן שבר עשרוני מחזורי. על מנת לבדוק נסמן את התוצאה באות a .<br>החישוב יראה ש- $1000a-a=63378.\overline{378}...-63.\overline{378}...=63315$<br>לכן 999a = 63315 לכן $a=\frac{63315}{999}=\frac{2345}{37}$<br>בדרך זו ניתן להפוך כל שבר עשרוני מחזורי לשבר פשוט.<br>2. הוכיחו כי 0.999… = 1 |

| | |
|---|---|
| **ג. יצירת דוגמאות של מספרים אירציונאליים** | **דוגמאות:**<br>1. א. ניצור שבר עשרוני אינסופי לא-מחזורי כך:...0.101001000100001<br>ב ניצור שבר עשרוני אינסופי כלשהו שבו מופיעה הספרה 7 במקום ה-10, במקום ה-100 , במקום ה-1000 וכולי, ורק שם.<br>ג.יצרו שבר עשרוני אינסופי שאיננו מחזורי. הסבירו מדוע הדרך שבה אתם יוצרים את השבר מבטיחה שהשבר איננו מחזורי.<br>2. הוכיחו ש- $9\sqrt{2}-4$ אינו רציונאלי |