חלק א': מבוא

פתח דבר

תכנית הלימודים החדשה מהווה עדכון של תכנית הלימודים שנכתבה בשנת תש"ן. התכנית ברובה כוללת נושאים שנלמדו בעבר בכיתות ז', ח', ט' אך בדגשים אחרים כפי שיפורט בהמשך. השינויים בתכנית מסתמכים על ניסיון ומשוב מהפעלת התכנית הקודמת וכן על תוצאות מחקרים עדכניים על למידה והוראת המתמטיקה בחטיבת הביניים.

התכנית מהווה המשך לתכנית בית הספר היסודי, ויחד עם זאת מציעה מעבר ברור לדרכי-חשיבה מתמטיות מתקדמות יותר. התכנית מהווה תשתית להמשך לימודי המתמטיקה בחטיבה העליונה הן מבחינת הנושאים והן מבחינת דרכי החשיבה.

התכנית מסתמכת על הידע שנלמד בבית הספר היסודי בשני אופנים:

א. שילוב של ידע מתמטי שנלמד בבית הספר היסודי במהלך הלימוד של נושאים חדשים בחטיבת הביניים. לדוגמה, בלימוד ביטויים אלגבריים משולב ידע קודם בשברים ובאחוזים.

ב. הרחבה בצורה ספירלית של נושאים שלימודם התחיל בבית הספר היסודי.

הנושאים בתכנית מתחלקים לתחומים הבאים: אלגברה, מספרים ופעולות (כולל הסתברות וסטטיסטיקה), וגאומטרייה.

הדגשים המרכזיים בתכנית הלימודים

בתקופתנו הולך ונקבע מעמדה של המתמטיקה כשפה המתארת תופעות בעולם וכמכשיר לפיתוחו של אזרח המשתלב בהצלחה בעידן הטכנולוגי. הדגשי התכנית, כולל אלה המאפיינים חברה מודרנית, הם:

א. צמצום הצורך בביצוע ידני של מיומנויות טכניות לאור הזמינות של טכנולוגיה לביצוע מיומנויות אלה.

ב. פיתוח דרכי חשיבה מתמטיות במהלך הלימוד: לא רק לימוד עובדות ופרוצדורות, אלא גם לימוד דרכים לגילוי תופעות מתמטיות, חיפוש דרכים להסביר אותן ומציאת הקשרים שבין התופעות.

ג. שילוב של לימוד התחומים השונים: אלגברי, מספרי, גאומטרי המהווים יחד מקצוע אחד.

ד. שימוש בכלים טכנולוגיים.

ה. חיזוק יכולת החישוב כהמשך וכהעמקה לנלמד בבית הספר היסודי.

ו. פיתוח ידע רחב, מקושר ושימושי בלימודי המתמטיקה. מתמטיקה איננה אוסף של עובדות ופרוצדורות, אלא מקצוע מועיל בלימוד של תופעות המתרחשות בטבע ובחברה, ובפתרון שאלות חשובות, כמו למשל שאלות הקשורות לכלכלה, לתחבורה ולתרבות.

ז. טיפוח יכולת התלמידים להתמודד עם בעיות שלפתרונן דרוש שילוב של תחומים מתמטיים שונים.

ח. הקדמת הוראת הגאומטרייה לכיתה ז'. הסיבות לכך הן:

1. יצירת רצף בין תכנית בית הספר היסודי לתכנית חטיבת הביניים

2. הכנת התלמידים ל"כניסה רכה" ללימודי הגאומטרייה הדדוקטיבית.

הרעיון המרכזי בתכנית הגאומטרייה לכיתה ז' הוא ביסוס והרחבת הידע של העובדות הגאומטריות, המוכרות מבית הספר היסודי, הכרת ההיבט השימושי של הגאומטרייה וגם הכרת הנמקות ושיקולים מהסוג המרכיב הוכחות, לפני הכרת המבנה הדדוקטיבי המסודר של הגאומטרייה.

הנושא הראשון בגאומטרייה הוא **מלבן** ולא מושגי יסוד וחפיפת משולשים. הסיבה לכך היא שהמלבן ותכונותיו מוכרים היטב מבית הספר היסודי ומהסביבה שבה אנו חיים. מאותה סיבה, גם המשולש ישר הזווית נידון לפני משולשים אחרים. פירוט נוסף על התחום הגאומטרי נמצא בפרק "הנושאים בתכנית" (עמ' 00).

ט. שילוב מושגים המאפשרים לתלמיד לגלות את עוצמתה של המתמטיקה כמכשיר לתיאור ולחקירה של תהליכים ותופעות בעולם שמסביבנו. לדוגמה מושג **הפונקציה,** מושג יסודי השזור לאורך הלמידה בחטיבת הביניים ובחטיבה העליונה. התיאור והחקירה יוצרים את הצורך ללימוד השפה האלגברית והפעולות האלגבריות.

מטרות התכנית

א. הבנת מושגים והכרת מערכות מושגים בנושאים מתמטיים.

ב. פיתוח מיומנויות חשיבה מתמטיות:

- זיהוי מצבים ותופעות של השתנות, בתחום המתמטיקה, בתחומי לימוד אחרים ובחיי יום יום. בחינת התפתחותן של תופעות מההיבט המתמטי, תוך כדי בניית קשרים מתמטיים בין המרכיבים שלהן. הקשרים יתוארו במילים או בשפה מתמטית.

- שימוש במגוון ייצוגים של תופעות ומצבים (ייצוגים מילוליים, ייצוגים מספריים, ייצוגים גרפיים, ייצוגים בשפת סמלים) ובמעברים ביניהם, וניצול כוחם בפעילות האלגברית.
- הבנת מהות האלגברה כענף מתמטי העוסק בתהליכי הכללה, העלאת השערות והצדקתן.
- פיתוח השיח הטיעוני: דרכים להסבר או להוכחה של תכונות וחוקים אלגבריים.
- שליטה באלגוריתמים ובמיומנויות חישוב במספרים ובביטויים אלגבריים.
- פיתוח אלגוריתמים ופעולות מתמטיות כפעילויות המשקפות תהליכים באלגברה ולא לימודם כפרוצדורות טכניות בלבד.
- חיזוק הידע של עולם המספרים והרחבה של התובנה המספרית.
- פיתוח יכולת קריאה והבנה של תוכן מתמטי בהקשרים משמעותיים.
- פתרון בעיות פתוחות עתירות מלל ובעיות שמשלבות מספר נושאים.
- גילוי תכונות של צורות גאומטריות ועובדות גאומטריות והבנת הקשרים הדדוקטיביים ביניהן.
- הדגמת מושגים גאומטריים באופן חפשי ועל פי תנאים מסוימים.
- מתן הסבר והוכחה של תכונות גאומטריות.
- קישור ושילוב בין אלגברה וגאומטרייה; לדוגמה: מתן הוכחה אלגברית לבעיה בגאומטרייה ולהיפך.

ג. מניעת תחושת כישלון וחיבוב המקצוע על התלמידים לדוגמה על ידי הוראה מותאמת לשונות בין תלמידים בנושא הנמקות בגאומטרייה.

מבנה התכנית

התכנית בנויה לפי דרגות כיתה, מכיתה ז' עד כיתה ט'. היא מחולקת לשלושה תחומים: תחום אלגברי, תחום מספרי, תחום גאומטרי.
המבנה המוצג להלן משקף את הנושאים אותם חייבים התלמידים ללמוד בכל אחד מהתחומים בכל דרגת כיתה ואת מסגרת השעות המיועדת לכל נושא.
שימו לב, בכיתה ט' אין הפרדה בין התחום המספרי ובין התחום האלגברי שכן ההנחה היא שהתחום המספרי בוסס דיו בכיתות ז' ו-ח'.

<u>כיתה ז'</u>

תחום אלגברי	הקצאת שעות	תחום מספרי	הקצאת שעות	תחום גאומטרי	הקצאה שעות
חוקיות, משתנים, ביטויים אלגבריים	12	חוקים של פעולות החשבון, סדר פעולות החשבון וחזקות	10	מלבן, שטח מלבן, תיבה, נפח תיבה	10
פתרון משוואות פשוטות, שאלות מילוליות פשוטות	12	מספרים מכוונים, מספו הפוכים וחילוק ב- 0	18	משולש ישר זווית, שטח משולש, זווית, מדידת זווית	12
מושג הפונקציה, השתנות בקצב קבוע ובקצב לא קבוע, ייצוגים: מספרי, גרפי, סימבולי, פונקציה קווית. פתרון משוואות, שאלות מילוליות - המשך, אי שוויונות	15 15	הסתברות	8	משפטי החפיפה של משולשים	8

כיתה ח'

תחום מספרי	הקצאת שעות	תחום אלגברי	הקצאת שעות	תחום גאומטרי	הקצאה שעות
יחס בין מספרים, יחס ישר, פרופורציה, יחס הפוך, קנה מידה	14	פונקציה קווית $f(x) = ax + b$	14	דמיון משולשים ומצולעים	6
סטטיסטיקה תיאורית	8	פתרון משוואות לינאריות ופתרון שאלות מילוליות המובילות למשוואות לינאריות	22	משפט פיתגורס	6
אחוזים	10	מערכת של שתי משוואות לינאריות עם שני משתנים	14	מבנה דדוקטיבי	14
		טכניקה אלגברית	8	שימושי משפט פיתגורס במרחב, מנסרה ופירמידה	4

כיתה ט'

תחום אלגברי	הקצאת שעות	תחום גאומטרי	הקצאת שעות
חזקות עם מעריך שלם, כתיבה מדעית	8	משפחת המרובעים (בגישה דדוקטיבית)	20
טכניקה אלגברית, הכרת נוסחאות הכפל המקוצר	10	משולשים	14
פונקציה ריבועית ומשוואה ריבועית	30	מעגל	20
הסתברות	8	גאומטרייה של המרחב	6
קריאת מידע מגרפים ודיאגרמות	4		

התכנית מיועדת ל - 120 שעות לימוד לפחות בכל כיתה. בכיתה ז', 90 שעות אלגברה ו - 30 שעות גאומטרייה, בכיתה ח', 90 שעות אלגברה ו - 30 שעות גאומטרייה ובכיתה ט', 60 שעות אלגברה ו - 60 שעות גאומטרייה. כדי לסייע למורים בתכנון ההוראה, יש בתכנית המלצות להקצאת שעות לימוד לכל נושא.

התחומים והנושאים בתכנית

א. התחום האלגברי

הדגשים בהוראת האלגברה:

א. ראיית האלגברה כמכלול ויצירת קשרים בין נושאים שונים. יש לכוון את התלמידים לראות את הנושאים השונים במערך הכולל של האלגברה.

ב. הדגשת תהליכי חשיבה: בניית מושגים והגדרותיהם, חקר וגילוי תופעות, העלאת השערות, הכללה והצדקה.

ג. תרגול והפעלת פרוצדורות.

ד. עיסוק בשאלות הקשורות לתחומים שונים במתמטיקה ובתחומים אחרים כחלק אינטגראלי של לימוד האלגברה ולא רק יישום שלה.

הבנת מושג הפונקציה

כבר בכיתה ז' משלב התחום האלגברי את העיסוק במשוואות עם היכרות ראשונה עם מושג

הפונקציה. לימוד האלגברה המשלב מתחילתו לימוד של מושג הפונקציה, מאפשר ארגון ומיזוג של רעיונות מתמטיים חשובים ובעלי משמעות עבור התלמידים השימוש במושג מאחד, כמו מושג הפונקציה, מאפשר הוראה ספיראלית כך שבתחילה מובאים התכנים בצורה מוחשית, ורק לאחר מכן – בצורה סימבולית-פורמלית. מושג הפונקציה מאפשר חיבור בין אובייקטים ופעולות אלגבריות שונות, כמו: ביטוי אלגברי, משוואה, אי שוויון, מערכת משוואות.על מנת שהתלמידים יבינו את מושג הפונקציה התכנית מבנה באופן הדרגתי את המושג באופן הבא:

במקבץ הנושאים הראשון של כיתה ז', עוסקים בחוקיות הקיימת באוספים של מספרים ושל צורות. תחילה נעשה ביטוי החוקיות במילים ואחר כך בביטויים אלגבריים. בשלב זה מוצג המשתנה כאות שהוראתה המספרית (= הערך שלה) ניתנת לקביעה ולשינוי על פי הצורך.

במקבץ הנושאים השני מטפלים בפתרון משוואות פשוטות, כשהמטרה היא להכיר את מושג **המשוואה** ואת המושג של **פתרון משוואה.**

במקבץ הנושאים השלישי מעמיקים יותר בנושא המשוואות, מתוודעים לנושא הפונקציה ומקשרים ביניהם.

בעקבות העיסוק במשוואות פשוטות התלמידים יפתרו בעיות על ידי משוואות לינאריות פשוטות. בין השאר מתאפשר השימוש באלגברה גם בעת הוראת הגאומטרייה לדוגמה, בחישובי זוויות ובחישובי שטחים.

בלימוד הבעיות והמשוואות עוסקים גם בהשלמה, הרחבה וביסוס ההבנה של המספרים הטבעיים והשברים. בטיפול במשוואות האות נתפסת כנעלם, שיש למצוא את ערכו על פי תנאים שהוא מקיים (תנאים שמתוארים במשוואה בנעלם אחד). זו משמעות מאוד אינטואיטיבית של תפקיד האות באלגברה. ביסוס ההבנה והמשמעות של פתרון משוואות נעשה במסגרת לימוד הפונקציות.

קישור לחקר תופעות מתמטיות

בתכנית מודגשת החשיבות בפיתוח ידע רחב, מקושר ושימושי באלגברה. ניתנת חשיבות רבה לחקר תופעות מתמטיות, כמו למשל חקר של השתנות שטח הפנים והנפח של קוביות שצלעותיהן גדלות לדוגמה פי 2, או חקר של השפעת שינוי פרמטר כלשהו בפונקציה על התנהגות הפונקציה.

שימוש בכלים טכנולוגייםהתכנית ממליצה לשלב כלים טכנולוגיים נומריים (לדוגמה Excel) וגרפיים (תוכנות או מחשבונים גרפיים) שנוצרו במיוחד ללימוד וחקר מתמטיקה, בשונה מכלים שמטרתם לבצע פעולות מתמטיות.

השימוש בכלים טכנולוגיים אלה, במהלך ההוראה והלמידה יכול להיעשות ברמות שונות של אינטנסיביות:

- בלווי צמוד של כלים טכנולוגיים
- תוך שימוש חלקי בכלים טכנולוגיים
- בשימוש מועט בכלים טכנולוגיים (במקרה זה חומרי הלימוד יכללו יותר מידע בצורת דוגמאות בייצוגים שונים - טבלאות, גרפים – שקשה ליצור אותו ללא שימוש בכלים).

ב. התחום המספרי

תכנית הלימודים מדגישה את חיזוק יכולת החישוב כהמשך וכהעמקה לנלמד בבית הספר היסודי. הנושא הראשון בתחום המספרי בכיתה ז' הוא חוקי הפעולות וסדר הפעולות. נושא זה בא לחזק את הידע מבית הספר היסודי ולהרחיבו תוך כדי לימוד האלגברה. החזרה על חוקי הפעולות בכיתה ז' נעשית בדרך ספיראלית תוך שימוש באותיות לתיאור חוקי החשבון. בעזרת מילות ההכללה **לכל a , b ו-c** וכדומה מצביעות האותיות על ערכים מספריים אפשריים רבים ומשמשות בהצגת תכונות כלליות של המספרים. בהמשך תהיה חזרה על החוקים ושימוש בהם במסגרת לימוד המספרים המכוונים.

נושאים בתחום המספרי כמו עריכת אומדנים, דרכי חישוב בעל- פה ועוד משולבים גם בפרקים אחרים בתכנית.
נושאים הנוגעים להיבט הכמותי משולבים בתחום האלגברי: משמעות השבר ופעולות בשברים, יחס, פרופורציה וקנה מידה, אחוזים, הסתברות, סטטיסטיקה וייצוג נתונים.
תכנית הגאומטרייה נבנתה אף היא באופן המקדים ומרחיב את הצד החישובי המשתלב עם הכרת המבנה הדדוקטיבי שלה ועם התנסויות גאומטריות.

ג. התחום הגאומטרי

בשונה מתכנית הלימודים הקודמת, הוראת הגאומטרייה מתחילה בכיתה ז' ולא בכיתה ח' מהסיבות שפורטו לעיל.

תכנית הגאומטרייה לכיתה ז' מזמנת ביסוס והרחבת הידע של העובדות הגאומטריות, המוכרות מבית הספר היסודי. לגאומטרייה בתכנית זו חשיבות כפולה: הכרת ההיבט השימושי שלה דרך עיסוק בצורות ובגופים ובמידותיהם וכן הכרת הנמקות ושיקולים מהסוג המרכיב הוכחות. כל זה לפני הכרת המבנה הדדוקטיבי המסודר של הגאומטרייה. לימוד הגאומטרייה ישלב פעילויות מסוגים שונים:

- התנסויות באמצעים מוחשיים
- פתרון בעיות גאומטריות מעשיות.

גילוי תכונות של צורות גאומטריות תוך כדי התנסות התלמידים הוא פעילות מועילה הן כשלעצמה והן כבסיס לניסוח טענות שתוכחנה בהמשך. לכן מומלץ שהלימוד ישולב בהתנסויות, בחקר צורות

ותכונותיהן, בהעלאת השערות ובדיקתן ויסתייע בעזרי-בנייה ובתכנות מחשב של גאומטרייה דינאמית[1].

ההוראה תלווה בהסברים ובהנמקות. לדוגמה, התלמידים יסבירו מדוע שני ישרים שאין להם אנך משותף הם ישרים נחתכים וינמקו מדוע ריבוע הוא מלבן. חשוב כי אופי ההנמקות והכמות היחסית שלהן תותאם לרמות שונות של תלמידים.

בשונה מתכנית הלימודים הקודמת (תש"ן), הוראת הגאומטרייה מתחילה בכיתה ז' ולא בכיתה ח'. סדר ההוראה אף הוא שונה בחלק מהנושאים. מתחילים בלימוד ה**מלבן** ולא במושגי יסוד ובחפיפת משולשים. הסיבה לכך היא שהמלבן ותכונותיו מוכרים היטב מבית הספר היסודי ומהסביבה שבה אנו חיים (בהקשר זה נציין שאיננו משועבדים לסיבות המשוערות שבגללן נמנעו אוקלידס מצד אחד ומחברים אוניברסיטאיים מודרניים מצד שני מהקדמת עניינים הקשורים בדרך כלשהי בהקבלה ובמידות של קטעים וזוויות). מלימוד המלבן נעבור להכרת מושגים נוספים כמו: משולש ישר זווית. כמו כן, ניתן לבסס את נוסחת שטח המלבן, המוכרת מבית הספר היסודי, על סמך ריצוף ברבועים.

בכיתה ח' התכנית מקדימה את הלימוד של משפט פיתגורס, המזמן גילוי עובדה גאומטרית מפתיעה. ניתן ליישם את המשפט לפתרון בעיות הקשורות למציאות ובכך לתרום לשיפור היכולות החישוביות של התלמידים. התכנית מקדימה גם את משפטי הדמיון לכתה ח' כדי לתת הזדמנות לקשר בין הנושאים הנלמדים בתחום המספרי (יחס), בתחום האלגברי (גדלים פרופורציוניים ויחס ישר) ובתחום הגאומטרי (דמיון מצולעים) ולפתור בעיות מהמציאות.

התכנית לכתה ט' מביאה בחשבון את מסלול הלימודים המוצע כאן לכתות ז' ו- ח', עם מבט להמשך בחטיבה העליונה.

שינויים נוספים בתכנית החדשה מופיעים בחלק מהגדרות המושגים. לדוגמה, **ישרים מקבילים** מוגדרים כישרים במישור הניצבים לאותו ישר ולא כישרים שאינם נחתכים, כפי שהיה מקובל עד כה. שתי ההגדרות שקולות. ההגדרה הראשונה היא אופרטיבית, נוחה יותר ל"תפעול" ולכן בחרנו בה. הקשר בין שתי ההגדרות מפורט בתכנית הלימודים.

באמצע כיתה ח', אנחנו מתחילים בהיכרות ראשונית עם המבנה הדדוקטיבי של הגאומטרייה. התחלת לימוד המבנה הדדוקטיבי בכיתה ח' חשובה הן לתלמידים שימשיכו בלימודי גאומטרייה בחטיבה העליונה והן לתלמידים שיסיימו את לימוד הגאומטרייה בכיתה ט'. לאלה האחרונים חשוב להכיר את המבנה הדדוקטיבי של הגאומטרייה כחלק מהתרבות האנושית הכללית.

[1]תכנה של גאומטרייה דינאמית מאפשרת לבנות צורות גאומטריות. הצורות שנבנו ניתנות לגרירה ולשינוי חלקי, והשינוי הדינאמי המתבצע בעת הגרירה, שומר על תכונות הצורה שלפיהן נבנתה.

השינויים המופיעים בתכנית הנוכחית בהשוואה לתכנית הלימודים הקודמת מאפשרים להציג לתלמידים מבנה יותר פשוט ויותר אינטואיטיבי מזה הקודם. המבנה המוצע כאן אינו משנה את הגאומטרייה האוקלידית, את האובייקטים שבה ואת תכונותיהם.

מידת הפירוט של הכתיבה הגאומטרית ולימוד השפה הפורמאלית

אחת ממטרות ההוראה של הגאומטרייה היא שימוש נכון בשפה פורמאלית. בגאומטרייה יש לעיתים חשיבות לכתיב מדויק ומלא כגון בסימון זווית, ∢ ABC , ובסימון משולש, Δ ABD. עַל התלמידים להכיר סימונים אלה ולהשתמש בהם כאשר הם מקלים על התקשורת המתמטית. עם זאת, לעיתים קרובות נוכל להשיג שקיפות בתקשורת המתמטית על ידי כתיבה פחות פורמאלית, למשל כתיבת ביטויים כגון: A_1,∢C ,∢ ,4∢, משולש ג , משולש ב+א, הקטע a וכדומה.

כאשר אין חשש לאי-בהירות נתיר כתיבת "נוריד אנך AB כבציור" במקום "מנקודה A נוריד אנך לישר a ונסמן את נקודת פגישתם B ".

על הוכחות וניסוחן

הוכחה היא מושג מרכזי בגאומטרייה הדדוקטיבית. התלמידים יתוודעו למושג זה תוך כדי התנסות בהנמקות והצדקות לא פורמאליות של טענות, הבנת הוכחות ולבסוף אף בניית הוכחות. התלמידים יכירו בחשיבותה של הוכחת טענה ובנחיצותה מעבר לבדיקת מקרים רבים בהם מתקיים המצב המובא בטענה. בלימוד הוכחות יש שלבים שונים בדרך לכתיבת הוכחה מלאה בשפה פורמאלית, ויש להתאים את הדרישות בתחום זה ליכולת התלמידים.

ההוכחות הכלולות בתכנית שונות זו מזו ברמת הקושי שלהן. ניסוח רעיון ההוכחה בצורה לא פורמאלית לעומת ניסוחה בשפה מתמטית מדויקת, מגדירה רמות קושי שונות.

לדוגמה, ההוכחה שכל שתי זוויות קדקודיות שוות זו לזו. תלמידים מתקדמים יכולים להוכיח זאת על-ידי סימון אחת הזוויות ב- α והשוויון $180-(180-\alpha) = \alpha$.

נוכל להוכיח טענה זו גם על ידי הצגת השאלה הבאה: "שני ישרים נחתכים יוצרים את הזוויות 1∢, 2∢, 3∢ ו-4∢. 53^0 = 1∢ . חשבו את שלוש הזוויות האחרות."

אחר-כך כדי להכללה נשאל האם שוויון הזוויות הקדקודיות קשור דווקא בגודל 53^0 . נציין עם זאת שההוכחה הכללית מראה שילוב מעניין בין האלגברה לגאומטרייה.

הוכחות בדרך השלילה הן קשות יותר מטבען ואינן מתאימות לרוב התלמידים בכיתה ז', לכן הוכחות בדרך השלילה יילמדו רק לקראת סוף כיתה ח'.

התכנית אינה כוללת במפורש את כל הנחות- היסוד (האכסיומות) שעליהן יש להסתמך בהוכחות גאומטריות. דוגמאות להנחות נסתרות שתיחשבנה ברורות מאליהן: "לכל קטע יש נקודת אמצע והיא נקודה יחידה" , "בנקודה שעל ישר עובר רק ניצב אחד לישר" , "קו ישר מחלק את המישור

לשני חלקים (צדדים) כך ששתי נקודות נמצאות באותו חלק אם ורק אם הקטע המחבר אותן אינו חותך את הישר" , "אם קטע מחלק מצולע לשני מצולעים, סכום שטחיהם שווה לשטחו", "למשולשים חופפים שטחים שווים".

בתכנית צוינו במפורש שלוש אכסיומות: אכסיומת הישר, אכסיומות ההעתקות ואכסיומת המלבן.

הערה: ב"יסודות הגאומטרייה" של הילברט, בתחילת הפרק על חפיפות יש שתי אכסיומות דומות לאכסיומת ההעתקות הכללית המוצעת כאן. האחת היא בשביל העתקת קטעים וחברתה היא בשביל העתקת זוויות. שתיהן בנוסח סטטי (קיימת נקודה, קיימת קרן). הנוסח הכולל בתכנית יכול להתקבל מהן וממשפט החפיפה הראשון.

על ההגדרות בגאומטרייה

אין הקפדה בתכנית על ביסוס הגדרת כל מושג על מושגים קודמים ועל מושגי יסוד. לא נימנע משימוש במושגים מוכרים מבית הספר היסודי גם אם לא הגדרנו אותם במפורש. מצד שני, הסכמה על משמעות חדה וברורה של מושג היא תנאי הכרחי להוכחת משפטים הקשורים באותו מושג. יתר על כן, ענין חידודו של מושג על-ידי הגדרה מתאימה נכלל במטרותיה של הוראת הגאומטרייה.

הדוגמאות שלהלן מיועדות להבהיר כיצד נמצא את דרכנו בין הסתירות-לכאורה הללו:

א. לא נגדיר משולש.

ב. לא נגדיר מרובע, למרות שבכך איננו מתייחסים לשאלה האם גם נקרא מרובע, כי המרובעים המיוחדים שבהם נעסוק אינם מסוג זה.

ג. נגדיר מלבן בשלב מוקדם כי נזדקק למשמעות ברורה של מושג זה כבר בהוכחותינו הראשונות.

דרכי הוראה

התייחסות לשונות התלמידים

תכנית הלימודים נכתבה כך שתהיה משמעותית לכל התלמידים, הן לאלה שעבורם תשמש התכנית כבסיס ללימודים נוספים במתמטיקה ובתחומים מדעיים אחרים, והן לאלה שלטווח ארוך יסתפקו בהיבטיה השימושיים ובערכה התרבותי כתמונה של דיסציפלינה מדעית וכדוגמת-מופת לחשיבה לוגית מסודרת. מומלץ לתכנן ולפתח פעילויות למידה בהן כל תלמיד יכול להגיע לביטוי יכולתו המרבית. רצוי שהתרגילים והפעילויות יהיו ברמות קושי שונות, כאשר החלקים הקלים מופיעים תחילה. כך יוכלו תלמידים מתקשים להשיג הצלחות והתלמידים ה"חזקים" ימצאו אתגר. לתלמידים מתקדמים ומתעניינים כוללת התכנית תוספת של תכנים משני סוגים:

א. פרקים עצמאיים בנושאים חדשים בהיקף של 4 עד 10 שעות.
ב. פרקים קצרים בהיקף של חצי שיעור עד שיעור וחצי בצמוד לנושאי התכנית כהרחבה והעמקה. לדוגמה: הרחבה בקירוב של המספר π בצמוד לנושא המעגל.

הפרקים משני הסוגים הם דוגמאות בלבד. ניתן להשתמש בהן או למצוא דוגמאות אחרות שנותנות מענה לתלמידים מתקדמים ולמתעניינים.

שילוב נושאים מתחומים שונים

א. שילוב הנושאים מביא לכך שאנו חוזרים לנושא מסוים בהיבטים שונים וברמת מורכבות שונה עם ההתקדמות הגילית. לדוגמה, בחזרה על שטח המלבן והיקפו בכיתה ז' ישולבו ביטויים אלגבריים וכמו כן ישולב חישוב באחוזים; בתחילת כתה ח' נלמדים במקביל הנושאים יחס ופרופורציה, פונקציות קוויות ודמיון משולשים הקשורים זה בזה.
ב. נושאים או מושגים מסוימים מוזכרים בתכנית למרות שהוראתם השיטתית תיעשה מאוחר יותר ("טיפטוף"). המטרה היא להכיר בשלב המוקדם את המושג בהקשר בו הוא מוזכר, בלי ללמוד אותו לפרטיו. למשל, ניתן להזכיר את מושג הסדרה החשבונית להדגמת חוקיות בסדרת מספרים בתחילת כיתה ז', כמובן מבלי לטפל בנוסחת האיבר הכללי.

תרגול עצמי הוראת המתמטיקה מחייבת שילוב משמעותי של שיעורי בית שיעסקו בתרגול ובפיתוח חשיבה, בחקר תופעות, איסוף נתונים וכדומה. התמודדות עצמית של התלמידים עם החומר הנלמד במסגרת שיעורי הבית תעלה קשיים ותובנות ותסייע ללמידה משמעותית ולהפנמה של החומר הנלמד.

שימוש באמצעים טכנולוגיים

בנוסף לשימוש באמצעים טכנולוגיים שמטרתם לבצע פעולות מתמטיות, יש חשיבות רבה לשלב במהלך ההוראה והלמידה אמצעים גרפיים (תוכנות מחשב, מחשבונים גרפיים ואינטרנט), ואמצעים טכנולוגיים נוספים שנוצרו במיוחד ללימוד וחקר המתמטיקה.

האמצעים הגרפיים זמינים בעולם ונמצאים בשימוש בכל התחומים שבהם נחוץ סרטוט. שימוש בהם מעביר את המוקד של הלימוד מעיסוק מייגע בסרטוט מדויק להבנת משמעות העצמים המתמטיים כמו פונקציה.

הגרפית האמצעים הגרפיים נותנים ייצוג חזותי בנוסף לשאר הייצוגים. בדרך זו היא פונה לאינטליגנציה החזותית של התלמידים ומרחיבה את הבנתם. לאמצעים הגרפיים יש מגוון רב של שימושים בלימוד מתמטיקה:

- סרטוט מהיר ונוח של מבחר רב של דוגמאות במהלך השיעור
- העלאת השערות ויצירת הכללות בעקבות התבוננות בדוגמאות רבות
- בדיקת תוצאות של עבודת התלמיד על ידו באופן עצמאי
- המחשת מושגים חדשים, מעבר להסבר המילולי.

מומלץ לשלב את האמצעים הטכנולוגיים הן במהלך השיעור והן במטלות שניתנות כעבודת בית.

דרכי הערכה

ההערכה חייבת להיות משולבת עם הלמידה. במסגרת הערכת התלמידים יש לעקוב אחרי ביצוע משימות ביצוע שונות תוך כדי מהלך הפעילות, יש לשמוע את הנמקות התלמיד ומחשבותיו בעת ביצוע הפעילות המתמטית. הקריטריונים להערכת יכולות התלמידים חייבים להתייחס להיבטים השונים המודגשים בתכנית. הערכה שיפוטית המסתכמת במתן ציונים בולמת לעתים קרובות את הלמידה, פוגעת בביטחון העצמי ואינה משקפת את היכולות והכישורים של התלמידים. על המורה להעריך את מצבו ויכולתו של כל תלמיד.

הערכת הישגי התלמידים חייבת להתייחס לתהליכי חשיבה ופתרון, ולא רק לתוצרים סופיים. להשגת מטרה זאת, ההערכה צריכה להתבצע בדרכים מגוונות. בנוסף לכלי ההערכה השגרתיים (מבחנים, בחנים) חשוב להשתמש בכלי הערכה כגון יומן תיעוד ותיקי עבודות (פרוטפוליו) המתעדים שלבים שונים במהלך הלמידה. כמו כן חשוב להיעזר באמצעים נוספים כמו, שיחה, התבוננות בדרך עבודת התלמידים, מעקב אחרי התמודדות התלמידים עם משימות מורכבות, והפעלת משימות המשלבות כתיבה רפלקטיבית.

בתהליך ההערכה, כדאי להתייחס אל ההיבטים הבאים:

גורמים תוכניים / חשיבתיים
- הבנת מושגים,
- הבנת משימה,
- יכולת להתמודד עם בעיות,
- שליטה במיומנויות,
- כישורי תקשורת,
- מקוריות.

גורמים ריגושיים, חברתיים
- ביטחון עצמי,
- עבודה בצוות,
- יחס אל המקצוע,
- התמדה,
- עצמאות.

חשוב להעריך את הבנת המושגים של התלמידים ברמות חשיבה שונות. מבחינה זו אפשר להבחין בין משימות הערכה הדורשות את סוגי הפעילות הבאים:

- משימות קצרות המעריכות בעיקר שליטה במיומנויות.
- משימות קצרות המעריכות הבנה פורמאלית או בלתי פורמאלית של מושגים (בהתאם לשלב למידת המושג) ויכולת שימוש באסטרטגיות לפתרון.
- משימות מורכבות המעריכות הבנת מושגים, יכולת שימוש במושגים ויכולת שילוב בין תחומים שונים.

נספח: מערכת המושגים הבסיסית באלגברה לכיתות ז', ח', ט'

מערכת המושגים המוצעת בזה מכוונת להיות פשוטה ונוחה לשימוש. חלק מהמושגים שהוכנסו בתכנית הקודמת (תש"ן) אינם מופיעים כאן. במקומם מוצע מה שעשוי להיראות כנסיגה המתקרבת אל המינוח הישן, אך למעשה יש כאן התאמה טובה עם המטרות שלאורן נבנתה מערכת המושגים שבתכנית הקודמת.

משתנים פונקציות ונוסחאות

משתנה הוא אות שהוראתה המספרית (= הערך שלה) ניתנת לקביעה ולשינוי על פי הצורך.

1. אם, למשל, ניתן ל-x את הערך 3 אז עד להודעה חדשה מסמנים "x" , "3" ו- "1+2" את אותו דבר.
2. **נעלם** הוא ביטוי חוקי, אך הוא מתייחס למספר מבוקש ולא לאות. הביטויים "נסמן את הנעלם ב- x" **ו-**"x הוא הנעלם" פירושם קביעת המספר המבוקש, שעדיין אינו ידוע, כערך של המשתנה x .
3. כשם שביכולתנו לקבוע הוראה מספרית למשתנה y באופן ישיר, כן ביכולתנו לקבוע לו הוראה באופן עקיף, על פי הערך שיקבל x . בדרך זו יהיה y **משתנה תלוי** ב- x.
   במקום משתנה תלוי ב- x אומרים גם **פונקציה** של x .
4. **ביטוי אלגברי** הוא צירוף של מספרים ומשתנים הקשורים ביניהם בפעולות מתמטיות. ביטוי יכול להכיל משתנים, שכאשר הם מקבלים ערכים-מספריים מתאימים - מקבל הביטוי כולו ערך מספרי. ביטוי אלגברי יכול להיות גם מספר ללא משתנים.
5. המלה **הצבה** תשמש הן בשביל כתיבת מספר בפועל בתוך ביטוי במקום משתנה והן בשביל קביעתו כערך של המשתנה.
   ההכרזות "יהי $x = 3$" ו- "יהיו $(a,b) = (2,7)$ " תיחשבנה אפוא הצבות. לאור זה אפשר לומר גם "נציב $x = 3$" .
6. **סימון לפונקציה וסימון מקוצר לביטוי אלגברי**

הסימון $f(x)$ יכול לשמש לא רק לסימון פונקציה ($y = f(x)$) אלא גם סימון מקוצר לביטוי אלגברי.

לדוגמה:

נסמן את $2x + 3$ ב- $f(x)$ ואת $2x^2 + 3$ ב- $g(x)$ ונחשב את הביטוי $f(x) + g(x)$.

דוגמה נוספת:

נסמן את $x^2 - 6x + 8$ ב- $T(x)$, ואז לכל x, $T(x) - T(3) = (x-3)^2$ לכן $T(x) \geq T(3)$.

למרות שדוגמה זאת חורגת מתכנית הלימודים שלנו היא מבהירה את משמעות הסימון "הפונקציוני" ואת תועלתו, ומדגישה את התנתקותנו מן הגישה הרואה בפונקציה עצם מתמטי

המורכב מתחום, טווח, והתאמה (או מגישה המדגישה את היותה של פונקציה עצם כזה).

7. **משוואה** בנויה משני ביטויים אלגבריים שביניהם סימן שוויון.
אי-שוויון בנוי משני ביטויים אלגבריים שביניהם סימן אי-שוויון ($>$, $<$, $\leq$,$\geq$, או $\neq$) .

8. **פתרון של משוואה או אי-שוויון** הוא מספר שהצבתו שם, או קביעתו כערך של המשתנה, מביאה לטענה אמיתית. **קבוצת הפתרונות** נקראת גם **קבוצת האמת**. לא נשתמש במונח קבוצת השקר.

9. בתבניות בשני משתנים, נעדיף כתיבת פתרון בצורה $(x,y) = (3,7)$ על פני הכתיבה $x = 3$, $y = 7$. (מדובר ברישום בסוף תהליך הפתירה. זה מדגיש שמדובר בפתרון אחד.)

10. **פרמטר** הוא משתנה המיועד לקבל ערך מספרי מסוים לפני משתנה רגיל.
כך, למשל, מתוארת משפחת הישרים העוברים דרך $(0,3)$ על-ידי המשוואה $y = ax + 3$, כאשר a הוא פרמטר ו-x ו-y הם משתנים רגילים. קביעת ערך מספרי מסוים בשביל a קובעת ישר אחד מן המשפחה. נקודות על הישר שנבחר נקבעות בשלב הבא, על-ידי קביעת ערכים למשתנה הרגיל x ומציאת ערכי המשתנה התלוי y .

11. טיעון לוגי

א. א $\Rightarrow$ ב , "א גורר את ב", אומר שבכל מקרה שבו א אמת מובטחת גם אמיתות ב (כולל היותו של ב מוגדר). א $\Leftrightarrow$ ב , "א שקול ל-ב", הוא גרירה בשני הכיוונים.
יש לזכור שכאשר משתמשים בפתרון משוואה בגרירה שאינה שקילות, עלולים להתווסף "פתרונות מדומים", "פתרונות" שאינם פתרונות של המשוואה המקורית.

ב. לרוב לא נשמיט את מילות ההכללה, למשל, נכתוב במפורש
לכל a, b ו- c , $a(b + c) = ab + ac$.
ההקדמה **לכל a** אומרת שהכתוב אחריה חל על כל מקרה פרטי בנפרד. בפרט, זה אומר
שלאורך כל הדיון אפשר להתייחס אל a כאל מספר מסוים או כאל ביטוי מסויים.
המעבר מ- לכל a, b ו- c , $a(b + c)=ab + ac$
אל לכל a ו- b , $2a^2(3a + 4b) = 2a^2 \cdot 3a + 2a^2 \cdot 4b$
מסתמך על זה שכל מקרה פרטי של הטענה החדשה הוא מקרה פרטי של הטענה שלפניה.

ג. כאשר קבוצת משוואות ואי-שיוויונות נקראת **מערכת** לא נקפיד על כתיבת מלת-הקישור **וגם**.

חלק ב': מפרט התכנים

בעמודים הבאים מוצג מפרט התכנים לכל אחת מהכיתות ז-ט. מפרט התכנים של כל כיתה, מאורגן בטבלה. בעמודה הימנית של הטבלה מוצגים הנושאים בסדר היוצר רצף הוראה רצוי, המשלב בין התחומים השונים: האלגברי, המספרי והגאומטרי. הסדר אינו סדר מחייב אך יש חובה ללמד את התכנים הרשומים בכל כיתה. בעמודה השמאלית ניתן פירוט של הנושאים וכן הערות דידקטיות ודוגמאות למשימות ברמת קושי שונה שיסייעו בידי המורים לממש את מטרות הוראת המקצוע. סידור הדוגמאות אינו מצביע על סדר נדרש בלמידה. הדוגמאות אינן מחייבות. ניתן לכלול דוגמאות אלה במהלך ההוראה אך ניתן גם לבנות דוגמאות אחרות המיועדות להשגת אותה מטרה.

כמו כן, יש לכלול בהוראה את הדגשים והעקרונות שמצוינים בעמודה השמאלית שבטבלאות מפרט התכנים. הכוונה לדגשים ולעקרונות האלה: חיזוק היכולות החישוביות של התלמידים, פיתוח תובנה מספרית, אלגברית וגאומטרית, קריאת תוכן מתמטי בהקשרים משמעותיים, עידוד פתרון בעיות פתוחות ובעיות שמשלבות מספר נושאים, שימוש במגוון ייצוגים של תופעות ומצבים וכדומה.