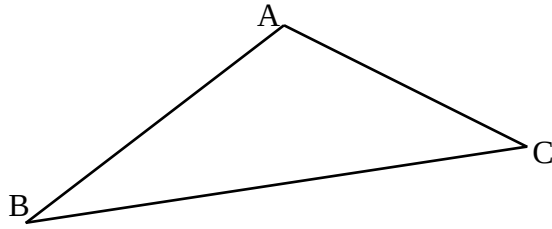


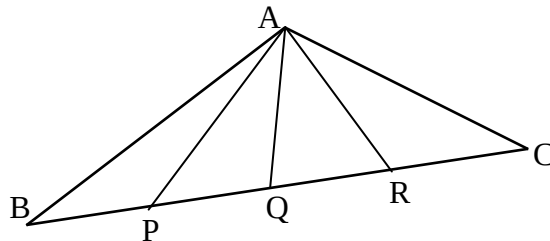
ירושת קרקע

אב הוריש לארבעת בניו חלקת קרקע מישורית שצורתה משולש שקדקודיו הם A, B, C , וציווה עליהם לחלקה ביניהם לארבעה שטחים שווים.



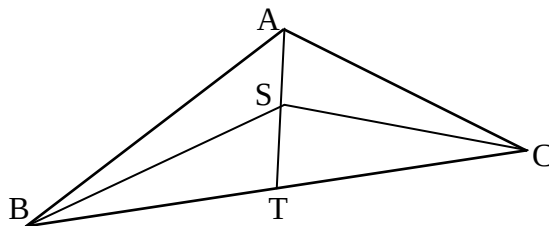
כל אחד מהבנים הציע דרך מקורית לחלוקת השטח.

- שאלה 1. ראובן הציע לחלק את הצלע BC לארבעה חלקים שווים. את נקודות החלוקה Q, P ו- R מחברים עם הקודקוד A , כך שנוצרים ארבעה משולשים בתוך המשולש המקורי (ראו שרטוט).



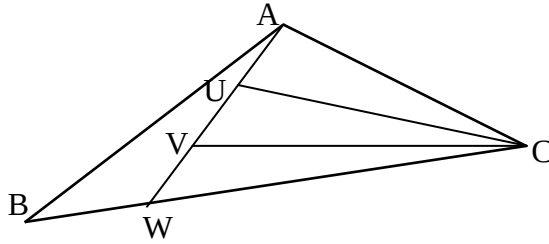
קבעו האם הצעתו של ראובן מחלקת את השטח לארבעה חלקים שווים, ונמקו את תשובתכם.

- שאלה 2. שמעון הציע להעביר מהקודקוד A תיכון AT לצלע BC . מהנקודה S שבמחצית התיכון AT מתח שמעון שני קווים לעבר הקודקודים B ו- C (ראה שרטוט).



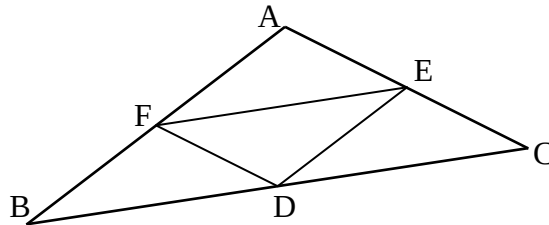
קבעו האם הצעתו של שמעון מחלקת את השטח לארבעה חלקים שווים, ונמקו את תשובתכם.

- שאלה 3. לוי הציע לקבוע את רבע הצלע BC בנקודה W , ולחבר את הקדקוד A . את הזווית C הוא הציע לחלק לשלושה חלקים שווים. הנקודות U ו- V נמצאות במפגש הקרניים המחלקות את הזווית עם הצלע AW (ראה שרטוט).



קבעו האם הצעתו של לוי מחלקת את השטח לארבעה חלקים שווים, ונמקו את תשובתכם.

- שאלה 4. יהודה הציע לחבר את שלושת אמצעי צלעות המשולש זה עם זה (ראה שרטוט).



קבעו האם הצעתו של יהודה מחלקת את השטח לארבעה חלקים שווים, ונמקו את תשובתכם.

- שאלה 5. יהודה התכוון לבקש את החלקה האמצעית המסומנת DEF , ולהורשה לשלושת בניו. הציעו דרך לחלק את המשולש DEF לשלושה שטחים שווים, ונמקו את תשובתכם בהסבר.

פתרונות למשימה: ירושת קרקע

מאפייני המשימה:

- התאמת מודל מתמטי לשאלה מציאותית;
- המרות בין ייצוגים: מילולי וגיאומטרי;
- שקילות שטחים;
- הפנמת המושגים: תיכון וחוצה זווית.

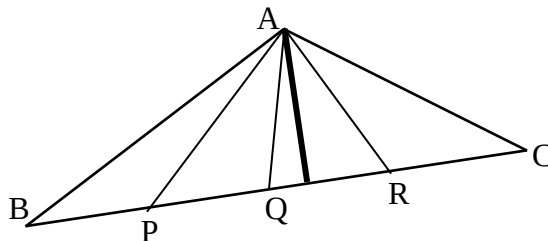
הערות למורה:

במשימה זו נדרש התלמיד - מלבד לידע גיאומטרי - גם לראייה גשטלטית (מכלול ופרטים) של השרטוטים. על התלמיד להבחין בכל אחד מן השרטוטים בפרטים הרלבנטיים מתוך גודש הפרטים המופיעים בו, ולקשרם למלל הכתוב. הקישור לכתוב הוא מהותי, כיוון שהשרטוט נועד אך ורק להמחשת הכתוב, ולא לצורך הסתמכות עליו. לדוגמא: בשאלה 3, בה מחולקת הזווית C לשלושה חלקים שווים, אין הדבר ניכר בשרטוט. לעומת זאת, מראה השרטוט את הקטע AW כאילו הוא מחולק לשלושה חלקים שווים, אך אין לכך סימוכין במלל הכתוב בשאלה.

- שאלה 1. ראובן הציע לחלק את הצלע BC לארבעה חלקים שווים. את נקודות החלוקה Q, P ו- R מחברים עם הקדקוד A , כך שנוצרים ארבעה משולשים בתוך המשולש המקורי (ראה שרטוט).
- קבעו האם הצעתו של ראובן מחלקת את השטח לארבעה חלקים שווים, ונמקו את תשובתכם.

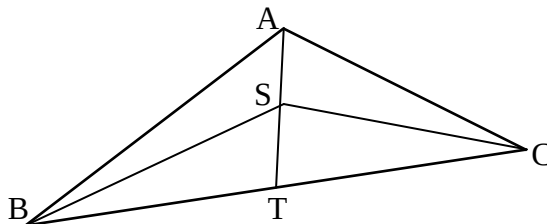
הצעתו של ראובן נכונה.

לכל ארבעת המשולשים יש אותו הגובה, שהוא הגובה של המשולש המקורי לצלע BC .



יש לשים לב לכך שעבור שלושה מארבעת המשולשים - הגובה חיצוני למשולש, אולם אין לכך כל השפעה על שטחם. כיוון שהגובה זהה, והצלעות שאליהן הגובה יורד - שוות באורכן (נתון), השטחים שווים.

שאלה 2. שמעון הציע להעביר מהקדקוד A תיכון AT לצלע BC. מהנקודה S שבמחצית התיכון AT מתח שמעון שני קווים לעבר הקדקודים B ו-C (ראה שרטוט).

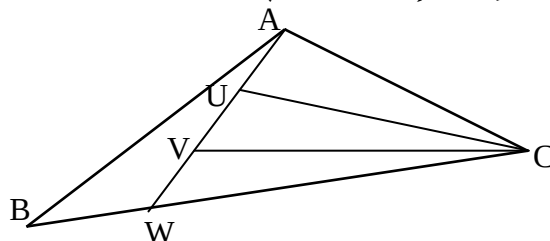


קבעו האם הצעתו של שמעון מחלקת את השטח לארבעה חלקים שווים, ונמקו את תשובתכם.

הצעתו של שמעון נכונה.

מהגדרת התיכון נובע שהנקודה T מתלכדת עם הנקודה Q שבהצעה הקודמת. בהתאם לכך, מחלק התיכון AT את המשולש ABC לשני משולשים שווי שטח: ABT ו-ATC. כיוון שהנקודה S נמצאת במחצית התיכון AT, מהווה BS תיכון במשולש ABT, והוא מחלק אותו לשני משולשים שווי שטח. באופן דומה, מהווה CS תיכון במשולש ATC, והוא מחלק אותו לשני משולשים שווי שטח.

שאלה 3. לוי הציע לקבוע את רבע הצלע BC בנקודה W, ולחברו עם הקדקוד A. את הזווית C הוא הציע לחלק לשלושה חלקים שווים. הנקודות U ו-V נמצאות במפגש הקרניים המחלקות את הזווית עם הצלע AW (ראה שרטוט).



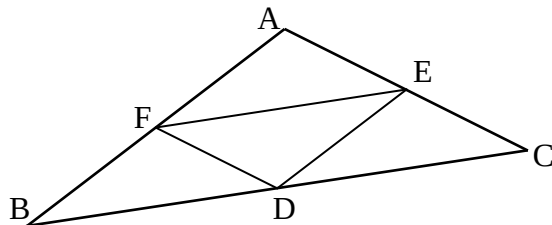
קבעו האם הצעתו של לוי מחלקת את השטח לארבעה חלקים שווים, ונמקו את תשובתכם.

הצעתו של לוי איננה נכונה.

מהגדרת הנקודה W נובע שהיא מתלכדת עם הנקודה P שבהצעה הראשונה. לפיכך, שטחו של המשולש ABW הוא רבע משטח המשולש המקורי, ושטחו של המשולש AWC הוא שלושה רבעים משטחו של המשולש המקורי. אילו חלוקתו של המשולש AWC לשלושה בדרך המתוארת הייתה יוצרת שלושה משולשים שווי שטח, אז שטחו של כל אחד מהם

היה רבע משטח המשולש המקורי, והחלוקה הייתה מתאימה לדרישה. כדי להשיג מטרה זו יש לחלק את הקטע AW לשלושה חלקים שווים. חלוקת הזווית C לשלוש זוויות שוות איננה מובילה לחלוקת הקטע לשלושה חלקים שווים.

שאלה 4. יהודה הציע לחבר את שלושת אמצעי צלעות המשולש זה עם זה (ראה שרטוט).



קבעו האם הצעתו של יהודה מחלקת את השטח לארבעה חלקים שווים, ונמקו את תשובתכם.

הצעתו של יהודה נכונה.

BE הוא תיכון במשולש ABC , ולכן מחלק אותו לשני משולשים שווים שטח. לכן שטח המשולש ABE הוא מחצית שטח המשולש המקורי. EF הוא תיכון במשולש ABE , ולכן מחלק אותו לשני משולשים שווים שטח. לכן שטח המשולש AFE הוא רבע משטח המשולש המקורי. באופן דומה ניתן לראות שגם שטחים של המשולשים FBD ו- EDC הוא רבע משטח המשולש המקורי. למשולש EFD נותר רבע מהשטח המקורי.

שאלה 5. יהודה התכוון לבקש את החלקה האמצעית המסומנת DEF , ולהורשה לשלושת בניו.

הציעו דרך לחלק את המשולש DEF לשלושה שטחים שווים, ונמקו את תשובתכם בהסבר.

שאלה זו נועדה להטמיע באופן פעיל את הידע שנדרש קודם לכן. לשאלה זו מספר רב של תשובות נכונות. יש חשיבות לנימוק הצעתו של התלמיד כנכונה. התשובה המתבקשת (שלוש אפשרויות) היא חלוקת אחת הצלעות לשלושה קטעים שווים, וחיבור נקודות הקצה עם הקדקוד שמול הצלע. תשובה אפשרית אחרת היא באמצעות שימוש בתיכונים: העברת שלושה תיכונים במשולש מחלקת אותו לשישה משולשים שווים שטח. צירוף (שתי אפשרויות) של כל שני משולשים סמוכים תופס שליש משטח המשולש המקורי. תשובה נוספת (שמונה עשרה אפשרויות) כרוכה בסימון שליש צלע, וחיבור הקצה לקדקוד שמול הצלע. באופן זה נוצרים שני משולשים: האחד - שטחו שליש מהשטח המקורי, והשני - שטחו שני שלישים מהשטח המקורי. את המשולש הגדול יותר ניתן לחצות בעזרת תיכון (שלוש אפשרויות).