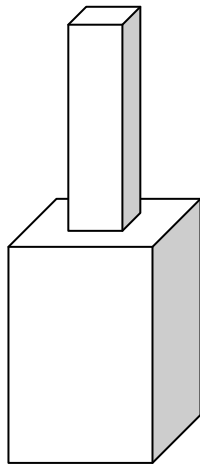


ממגורה



ממגורה (מבנה לאחסון) המיועדת לאחסון קמח מורכבת מתיבה ריבועית (תיבה שבסיסה ריבוע) תחתונה ועליה תיבה ריבועית עליונה, קטנה יותר.

לשתי התיבות אותו הגובה – h .

הממגורה מתמלאת בקמח בקצב אחיד של 2 מ"ק בדקה.

משך זמן המילוי של התיבה התחתונה הוא פי 9 ממשך זמן המילוי של התיבה העליונה.

שאלה 1. פי כמה גדול נפח התיבה התחתונה מנפח התיבה העליונה?

שאלה 2. צלע הבסיס של התיבה העליונה הוא a .

צלע הבסיס של התיבה התחתונה הוא b .

רשמו את הקשר שבין a ל- b , והסבירו כיצד מצאתם אותו.

שאלה 3. ממלאים את הממגורה (כלומר, את המבנה של שתי התיבות)

עד כדי $\frac{1}{2}$ מהקיבולת שלה (מנפחה).

האם גובה הקמח מתחתית הממגורה יהיה גדול מ- h ? נמקו.

שאלה 4. ממלאים את הממגורה עד כדי $\frac{2}{3}$ מהקיבולת שלה.

האם גובה הקמח מתחתית הממגורה יהיה גדול מ- h ? נמקו.

שאלה 5. ממלאים את הממגורה עד כדי 90% מהקיבולת שלה.

מה גובה הקמח מתחתית הממגורה?

שאלה 6. ממלאים את הממגורה עד כדי 95% מהקיבולת שלה.

מה גובה הקמח מתחתית הממגורה?

פתרונות למשימה: ממגורה

מאפייני המשימה:

- התאמת מודל מתמטי לשאלה מציאותית;
- המרות בין ייצוגים;
- קריאת שרטוט של גוף במרחב;
- קשר בין צורת גוף לבין קצב מילוי;
- אומדן ותובנה מספרית;
- חישובי נפחים של תיבות;
- אחוזים ושברים.

שאלה 1. פי כמה גדול נפח התיבה התחתונה מנפח התיבה העליונה?

נפח התיבה התחתונה גדול פי 9 מנפח התיבה העליונה.
כיוון שקצב המילוי הוא אחיד, וזמן המילוי של התיבה התחתונה הוא פי 9 מזמן המילוי של התיבה העליונה, לפיכך גם הנפח של התיבה התחתונה הוא פי 9 מנפח התיבה העליונה.
הערה: אפשר להגיע למסקנה זו גם בחישוב אלגברי.

שאלה 2. צלע הבסיס של התיבה העליונה הוא a.

צלע הבסיס של התיבה התחתונה הוא b.

רשמו את הקשר שבין a ל-b, והסבירו כיצד מצאתם אותו.

אורך צלע בסיס הריבוע בתיבה התחתונה גדול פי 3 מאורך הצלע של בסיס הריבוע בתיבה העליונה.

בתיבה התחתונה: שטח הבסיס הוא b^2 , הגובה הוא h ולכן הנפח הוא:

$$V_1 = b^2 \cdot h$$

בתיבה העליונה: שטח הבסיס הוא a^2 , הגובה הוא h ולכן הנפח הוא:

$$V_2 = a^2 \cdot h$$

בתשובה לשאלה 1 קיבלנו: $V_1 = 9 \cdot V_2$,

ולכן נקבל: $b^2 \cdot h = 9a^2 \cdot h$

$$b^2 = 9a^2$$

מכיוון ש-a, b חיוביים, נקבל: $b = 3a$

שאלה 3. ממלאים את הממגורה (כלומר, את המבנה של שתי התיבות) עד כדי $\frac{1}{2}$

מהקיבולת שלה (מנפחה).

האם גובה הקמח מתחתית הממגורה יהיה גדול מ- h ? נמקו.

גובהו של הקמח מתחתית הממגורה קטן מ- h .

בתשובה לשאלה 1 קיבלנו שנפח התיבה התחתונה הוא פי 9 מנפח התיבה העליונה. לכן, נפח התיבה התחתונה מהווה $\frac{9}{10}$ מנפח הממגורה כולה, ונפח

התיבה העליונה מהווה $\frac{1}{10}$ מנפח הממגורה כולה.

לפי הנתון בשאלה, ממלאים מחצית מנפח הממגורה. כיוון שמחצית מנפח הממגורה קטנה מ- $\frac{9}{10}$ מנפחה $\left(\frac{1}{2} < \frac{9}{10}\right)$, הרי התיבה התחתונה עדיין לא מלאה. לכן, גובהו של הקמח נמוך מגובה התיבה התחתונה.

שאלה 4. ממלאים את הממגורה עד כדי $\frac{2}{3}$ מהקיבולת שלה.

האם גובה הקמח מתחתית הממגורה יהיה גדול מ- h ? נמקו.

גובהו של הקמח מתחתית הממגורה קטן מ- h .

לפי הנתון בשאלה, ממלאים $\frac{2}{3}$ מנפח הממגורה. כיוון ש- $\frac{2}{3}$ מנפח הממגורה

קטן מ- $\frac{9}{10}$ מנפחה $\left(\frac{2}{3} < \frac{9}{10}\right)$, הרי התיבה התחתונה עדיין לא מלאה. לכן, גובהו של הקמח נמוך מגובה התיבה התחתונה.

שאלה 5. ממלאים את הממגורה עד כדי 90% מהקיבולת שלה. מה גובה הקמח מתחתית הממגורה?

גובהו של הקמח מתחתית הממגורה שווה ל- h .

לפי הנתון, ממלאים 90% מתכולת הממגורה. כיוון ש- $\frac{9}{10} = 90\%$ קיבלנו

שהתמלאו $\frac{9}{10}$ מנפח הממגורה, שזהו, למעשה, נפח התיבה התחתונה. לכן, במקרה זה, התיבה התחתונה תהיה מלאה בדיוק.

שאלה 6. ממלאים את הממגורה עד כדי 95% מהקיבולת שלה. מה גובה הקמח מתחתית הממגורה?

גובה הקמח מתחתית הממגורה יהיה: $1\frac{1}{2}h$.

בתשובה לשאלה הקודמת ראינו שכאשר ממלאים 90% מנפח הממגורה, התיבה התחתונה מלאה, והתיבה העליונה נותרת ריקה לחלוטין. כיוון שממלאים 95% מתכולת הממגורה, נותר למלא - מעבר לתיבה התחתונה - עוד 5% מתכולת הממגורה כולה. תוספת זו תמלא חלק של התיבה העליונה. נפח התיבה העליונה מהווה 10% מנפח הממגורה, ולכן 5% מנפח הממגורה הוא מחצית מנפח התיבה העליונה. מכאן שגובה הקמח בתיבה העליונה יגיע עד לאמצע הגובה שלה, כלומר יגיע ל- $\frac{h}{2}$ בתיבה העליונה.