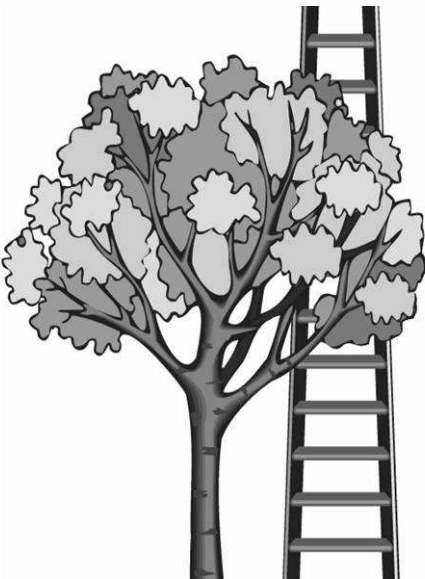


סולמות לפי הזמנה



במפעל "אלומגור" מייצרים סולמות מאלומיניום
בהתאם להזמנת הלקוח.
בתמחור ההזמנה מחשב היצרן את סכום אורכי
השלבים.
לקוח אחד בשם תמיר, הזמין סולם על פי הדרישות
הבאות: אורך השלב התחתון: 52 ס"מ,
אורך השלב העליון: 30 ס"מ,
כל שלב קצר מקודמו ב- 2 ס"מ.

שאלה 1. מה אורך השלב החמישי מלמטה?
(סמנו את התשובה הנכונה)

- א. 40 ס"מ ב. 42 ס"מ ג. 44 ס"מ ד. 46 ס"מ

שאלה 2. מהו אורך השלב החמישי מלמעלה?

שאלה 3. ענו 'נכון' או 'לא נכון' על ההיגדים הבאים, ונמקו.

- א. בסולם 11 שלבים. נכון / לא נכון
- ב. הביטוי $52 - 11 \cdot 2$ מבטא את אורכו של השלב העליון. נכון / לא נכון
- ג. הביטוי $52 - 9 \cdot 2$ מבטא את אורכו של השלב התשיעי. נכון / לא נכון
- מלמטה.

שאלה 4. ביטוי מתאים לחישוב אורך השלב ה- n מלמטה הוא: (סמנו את התשובה הנכונה)

- א. $52 - 2n$ ב. $52 + 2(n - 1)$ ג. $52 - n$ ד. $52 - 2(n - 1)$

נמקו את תשובתכם.

שאלה 5. א. מהו מקומו בסולם (בספירה מלמטה למעלה) של השלב שאורכו 40 ס"מ? הסבירו כיצד הגעתם לתשובה.

ב. ביטוי לחישוב מקומו בסולם (בספירה מלמטה למעלה) של השלב שאורכו k ס"מ הוא: (סמנו את התשובה הנכונה)

i	ii	iii	iiii
$\frac{54-k}{2}$	$\frac{52-k}{2}$	$\frac{50-k}{2}$	$\frac{52+k}{2}$

שאלה 6. לקוח אחר, רם, הזמין סולם שבו 16 שלבים, ואורך השלב התחתון הוא 78 ס"מ. כל שלב קצר מקודמו באותה מידה.

איזה מבין הערכים הבאים יכול להיות ההפרש בין שני שלבים סמוכים בסולם? סמנו מתאים / לא מתאים עבור כל ערך:

א. 1.2 ס"מ	ב. 3.4 ס"מ	ג. 5 ס"מ	ד. 7.4 ס"מ
מתאים /	מתאים /	מתאים /	מתאים /
לא מתאים	לא מתאים	לא מתאים	לא מתאים

הסבירו את שיקוליכם.

שאלה 7. במפעל נוהגים לחתוך את שלבי הסולם מפס מתכת ארוך.

כדי להרכיב את הסולם של תמיר, חישובו את סכום אורכי השלבים, וחתכו מן הפס הארוך פס המתאים באורכו לסכום אורכי השלבים בסולם המוזמן. אחר כך חלקו את הפס ל-6 חלקים שווים באורכם, וחתכו כל חלק כדי לקבל שני שלבים. מחלק אחד כזה קיבלו את השלב התחתון, שאורכו 52 ס"מ ואת השלב העליון, שאורכו 30 ס"מ. הסבירו כיצד התקבלו שאר שלבי הסולם.

שאלה 8. א. הסבירו כיצד אפשר לחשב בדרך מקוצרת את סכום אורכי השלבים בסולם בעל מספר שלבים זוגי, על פי אורך השלב התחתון, אורך השלב העליון ומספר השלבים.

ב. מהו סכום אורכי השלבים בסולם של תמיר?

שאלה 9. אם ידוע כי סכום אורכי השלבים בסולם של רם הוא 864 ס"מ:

א. מהו אורכו של השלב העליון?

ב. מהו ההפרש בין האורכים של כל שני שלבים סמוכים בסולם?

פתרונות למשימה: סולמות לפי הזמנה

מאפייני המשימה:

- התאמת מודל מתמטי לשאלה מציאותית;
 - סדרה חשבונית, ופתרון שאלות הנוגעות לה;
 - מציאת תחומי קיום;
 - בדיקת פתרון אלגברי לאור משמעותו במציאות.
- סיפור הסולמות ממחיש את נושא הסדרה החשבונית. הסולם המופיע באיור הוסתר בחלקו, במתכוון, על-ידי עץ, כדי לאלץ את הפותרים לבצע חישובים אריתמטיים או אלגבריים (ולא להסתפק בספירת שלבי הסולם).
- סדרת אורכי השלבים היא סדרה חשבונית יורדת.

שאלה 1. מה אורך השלב החמישי מלמטה?

(סמנו את התשובה הנכונה)

א. 40 ס"מ ב. 42 ס"מ ג. 44 ס"מ ד. 46 ס"מ

בספירה מלמטה, האיבר הראשון בסדרה החשבונית הוא 52, והפרש הסדרה: 2-.

התשובה הנכונה היא (ג) 44 ס"מ, והתרגיל המתאים הוא: $52 - 2 \cdot 4$.

אפשר, כמובן, לבדוק את התשובה (או להגיע לתשובה) באמצעות חיסור חוזר של 2.

שאלה 2. מהו אורך השלב החמישי מלמעלה?

אורך השלב החמישי מלמעלה הוא 38 ס"מ, והתרגיל המתאים: $30 + 2 \cdot 4$

שאלה 3. ענו 'נכון' או 'לא נכון' על ההיגדים הבאים, ונמקו.

א. בסולם 11 שלבים.

לא נכון. בסולם 12 שלבים, וביניהם 11 מרווחים.

ב. הביטוי $52 - 11 \cdot 2$ מבטא את אורכו של השלב העליון בסולם.

נכון. $52 - 2 \cdot 11 = 30$

ג. הביטוי $52 - 9 \cdot 2$ מבטא את אורכו של השלב התשיעי מלמטה.

לא נכון. הביטוי $52 - 2 \cdot 9$ נותן את ערכו של השלב העשירי מלמטה, הממוקם

מעל 9 מרווחים. לכן, אורכו של השלב התשיעי הוא 36 ס"מ.

שאלה 4. ביטוי מתאים לחישוב אורך השלב ה- n מלמטה הוא: (סמנו את התשובה הנכונה)

א. $52 - 2n$ ב. $52 + 2(n - 1)$ ג. $52 - n$ ד. $52 - 2(n - 1)$

נמקו את תשובתכם.

הביטוי הנכון הוא (ד) $52 - 2(n - 1)$.

בין השלב התחתון והשלב ה- n מלמטה יש $n - 1$ מרווחים, ונתון כי כל שלב קצר מקודמו ב-2 ס"מ.

שאלה 5. א. מהו מקומו בסולם (בספירה מלמטה למעלה) של השלב שאורכו 40 ס"מ?

הסבירו כיצד הגעתם לתשובה.

אורכו של השלב ה-7 (בספירה מלמטה למעלה) הוא 40 ס"מ.

התשובה יכולה להתקבל על-ידי בניית משוואה ופתירתה: $52 - 2(n - 1) = 40$,

או בשיקולים אריתמטיים:

הפרש האורכים הוא: $52 - 40 = 12$, ומאחר שכל שלב קצר מקודמו ב-2 ס"מ, יש 6

מרווחים וכך מגיעים לשלב השביעי.

ב. ביטוי לחישוב מקומו בסולם (בספירה מלמטה למעלה) של השלב שאורכו k ס"מ

הוא: (סמנו את התשובה הנכונה)

i $\frac{54-k}{2}$ ii $\frac{52-k}{2}$ iii $\frac{50-k}{2}$ iii $\frac{52+k}{2}$

הביטוי הנכון הוא (i) $\frac{54-k}{2}$.

ניתן להגיע לפתרון באמצעות הצבת k בביטוי $52 - 2(n - 1) = k$ ובידודו של n, או באמצעות

הוספת 1 למספר המרווחים, שהוא $\frac{52-k}{2}$.

שאלה 6. לקוח אחר, רם, הזמין סולם שבו 16 שלבים, ואורך השלב התחתון הוא 78 ס"מ. כל שלב

קצר מקודמו באותה מידה.

איזה מבין הערכים הבאים יכול להיות ההפרש בין שני שלבים סמוכים בסולם?

סמנו מתאים / לא מתאים עבור כל ערך. הסבירו את שיקוליכם.

א. **1.2 ס"מ** מתאים. אם ההפרש בין שני שלבים סמוכים הוא 1.2 ס"מ, אורך השלב

העליון הוא $60 \text{ ס"מ} = 78 - 15 \cdot 1.2$

ב. **3.4 ס"מ** מתאים. אם ההפרש בין שני שלבים סמוכים הוא 3.4 ס"מ, אורך השלב

העליון הוא 27 ס"מ.

ג. **5 ס"מ** לא מתאים. אם ההפרש בין שני שלבים סמוכים הוא 5 ס"מ, אורך

השלב העליון 3 ס"מ, שלב צר מדי, אפילו לכף רגל אחת.

ד. **7.4 ס"מ** לא מתאים. אם ההפרש בין שני שלבים סמוכים הוא 7.4 ס"מ, אורך

השלב העליון הוא מספר שלילי.

הערה למורה: שאלות 7 עד 9 עוסקות בסכום של אברי הסדרה.

שאלה 7. במפעל נוהגים לחתוך את שלבי הסולם מפס מתכת ארוך.

כדי להרכיב את הסולם של תמיר, חישובו את סכום אורכי השלבים, וחתכו מן הפס הארוך פס המתאים באורכו לסכום אורכי השלבים בסולם המוזמן. אחר כך חלקו את הפס ל-6 חלקים שווים באורכם, וחתכו כל חלק כדי לקבל שני שלבים. מחלק אחד כזה קיבלו את השלב התחתון, שאורכו 52 ס"מ ואת השלב העליון, שאורכו 30 ס"מ. הסבירו כיצד התקבלו שאר שלבי הסולם.

השלבים התקבלו על-ידי חיתוך כל חלק (שאורכו 82 ס"מ) לשני שלבים שמיקומם סימטרי לאמצע הסולם: 32, 50 ; 34, 48 ; 36, 46 ; 38, 44 ; 40, 42. שיטה זו אפשרית כתוצאה מהקטנת שלב אחד והגדלת בן זוגו באותה מידה, ביחס לזוג שלבים סימטריים סמוך.

שאלה 8. א. הסבירו כיצד אפשר לחשב בדרך מקוצרת את סכום אורכי השלבים בסולם בעל מספר שלבים זוגי, על פי אורך השלב התחתון, אורך השלב העליון ומספר השלבים. סכום כל זוג שלבים סימטריים (ביחס לאמצע הסולם) הוא קבוע. נסמן את אורך השלב התחתון a_1 ואת אורך השלב העליון a_n . נכפול את סכומם במספר הזוגות:

$$\frac{n}{2} \cdot (a_1 + a_n).$$

ב. מהו סכום אורכי השלבים בסולם של תמיר?

$$\text{סכום אורכי השלבים בסולם של תמיר: } 492 = \frac{12}{2} \cdot (52 + 30) \text{ ס"מ}$$

שאלה 9. אם ידוע כי סכום אורכי השלבים בסולם של רם הוא 864 ס"מ:

א. מהו אורכו של השלב העליון?

אורכו של השלב העליון הוא 30 ס"מ.

$$\text{פתרון בעזרת משוואה: } 864 = \frac{16}{2} \cdot (78 + a_n) \text{ נותן: } a_n = 30$$

פתרון בדרכים אריתמטיות: מחלקים 864 ל-8 (זוגות של שלבים), מקבלים 108. אם כך, $30 \text{ ס"מ} = 108 - 78$.

ב. מהו הפרש בין האורכים של כל שני שלבים סמוכים בסולם?

הפרש האורכים הוא 3.2 ס"מ. ניתן לקבל זאת באמצעות חלוקת הרווח שבין השלב העליון לשלב התחתון ל-15 מרווחים.