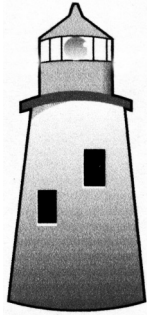
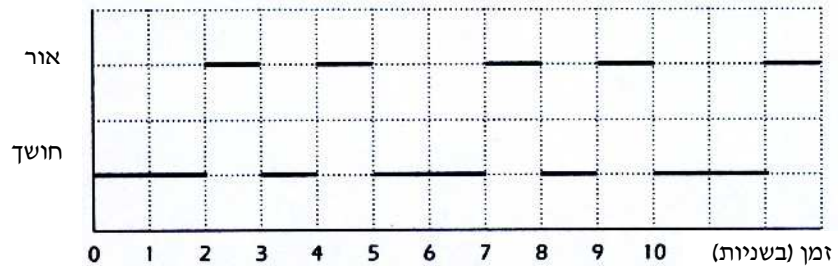


מגדלור¹



מגדלור מסייע לספינות בים להתמצא בחשכה בהתקרבן אל החוף. בראש המגדלור נמצא פנס, השולח הבזקי אור לפי חוקיות קבועה. משך כל הבזק ומשך כל הפסקה הוא מספר שלם של שניות. בתרשים שלפניכם אפשר לראות את החוקיות של הזמנים בהם יש הבזקי אור או חושך.

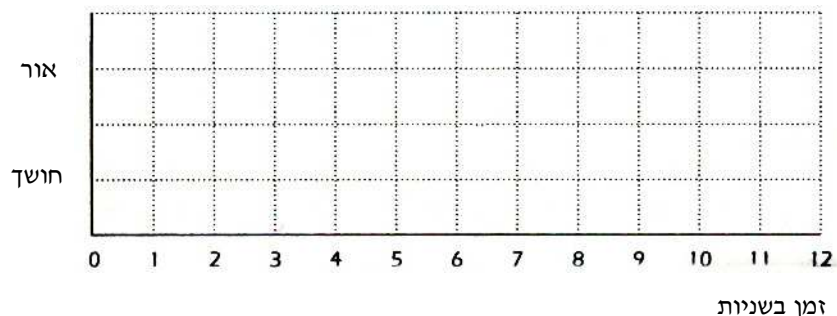


החוקיות היא קבועה וחוזרת על עצמה. כאשר מגלים את משך הזמן הנדרש להשלמת מחזור של החוקיות, אפשר להמשיך את התרשים לפרקי זמן ארוכים יותר.

שאלה 1. מהו משך המחזור של החוקיות המתוארת? (סמנו את התשובה הנכונה).
 א. 2 שניות ב. 3 שניות ג. 5 שניות ד. 12 שניות

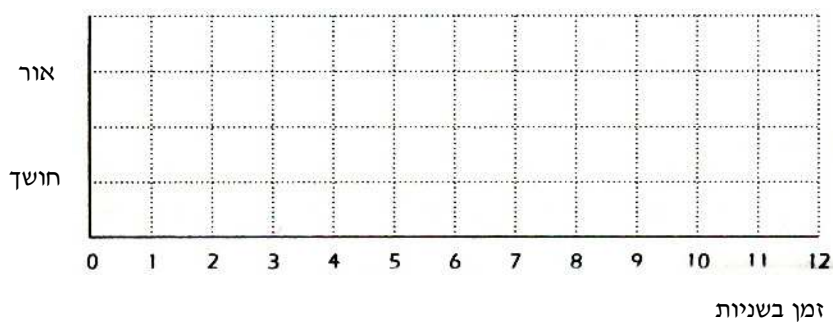
שאלה 2. חשבו בשניות את משך הזמן בו שולח המגדלור הבהובי אור במהלך 1 דקה.

שאלה 3. א. בתרשים שלפניכם הדגימו מחזור בן 6 שניות, שבו יש הבזקי אור במשך 3 שניות רצופות.



¹ מעובד משאלון PISA 2003

- ב. בכמה אופנים שונים תוכלו לתאר זאת?
- ג. האם אדם המתבונן במגדלור מאניה השטה בלב ים יוכל להבחין בין האופנים השונים?
- ד. בהתאם לחוקיות שתיארתם, כמה זמן ישלח המגדלור אור במשך דקה? שאלה 4. בתרשים שלפניכם, הדגימו חוקיות המתאימה למצב שבו:
- המגדלור שולח אור במשך 36 שניות בדקה;
 - אורך כל מחזור 5 שניות;
 - אין הבזקי אור הנמשכים 3 שניות רצופות.



- שאלה 5. בכמה דרכים ניתן לפתור את השאלה הקודמת, כך שתיראנה שונות לאדם המתבונן במגדלור מאניה השטה בלב ים?

- שאלה 6. המגדלור שולח אור במשך 45 שניות בדקה.

האם ייתכנו המצבים הבאים?

ענו כן / לא, והסבירו את תשובתכם.

- א. אורך המחזור: 12 שניות כן / לא הסבר:
- ב. אורך המחזור: 10 שניות כן / לא הסבר:
- ג. אורך המחזור: 8 שניות כן / לא הסבר:

פתרונות למשימה: מגדלור

מאפייני המשימה:

- התאמת מודל מתמטי לשאלה מציאותית;
- קריאת גרף דו ערכי;
- מחזוריות;
- פרופורציה.

הערה למורה:

המשימה נועדה גם לתלמידים אשר לא למדו קודם את המושג 'מחזוריות'.

שאלה 1. מהו משך המחזור של החוקיות המתוארת?

התשובה הנכונה היא:

(ג) 5 שניות. המחזור בן חמש השניות מורכב מ: חושך, חושך, אור, חושך, אור.

שאלה 2. חשבו בשניות את משך הזמן בו שולח המגדלור הבהובי אור במהלך 1 דקה.

24 שניות.

דרך אפשריות לפתרון: מאחר שהמחזור הוא בן 5 שניות, יש 12 מחזורים בדקה; בכל מחזור של 5

שניות יש 2 הבהובי אור, לכן - בסך הכל - יש 24 הבהובי אור בדקה.

דרך נוספת (שאינה מסתמכת על השאלה הקודמת):

ניתן לקרוא מהגרף כי במשך 10 שניות יש 4 הבהובי אור, ולכן בדקה (60 שניות) יהיו

$$24 = 6 \times 4 \text{ הבהובים.}$$

שאלה 3. א. בתרשים שלפניכם הדגימו מחזור בן 6 שניות, שבו יש הבזקי אור במשך 3

שניות רצופות.

להלן מספר אפשרויות לתרשים:

אור, אור, אור, חושך, חושך, חושך

חושך, אור, אור, אור, חושך, חושך

חושך, חושך, אור, אור, אור, חושך

חושך, חושך, חושך, אור, אור, אור

אור, חושך, חושך, חושך, אור, אור

אור, אור, חושך, חושך, חושך, אור

שימו לב, שבכל האפשרויות המוצגות יש רצף אור של שלוש שניות. רצף האור מתחיל

בכל אחת מהאפשרויות בשלב אחר של המחזור. גם בשתי האפשרויות האחרונות

המוצגות יש רצף אור, כיוון שסופו של כל מחזור מתלכד עם תחילתו של המחזור הבא.

ב. בכמה אופנים שונים תוכלו לתאר זאת?

קיימים שישה אופנים שונים המתוארים לעיל.

ג. האם אדם המתבונן במגדלור מאניה השטה בלב ים, יוכל להבחין בין האופנים

השונים?

כאמור, ההבדל היחיד בין כל אחת ואחת משש האפשרויות הוא זמן תחילת הבזק האור ביחס לתחילת המחזור. אדם העומד בלב ים איננו יודע מתי מוגדרת תחילת המחזור. אדם המתבונן מן הים קובע באופן שרירותי את נקודת תחילת המחזור, ונטייתו הטבעית היא להתבונן במחזור החל בשנייה בה מתחילה ההארה. לכן אדם זה לא יוכל להבחין בהבדל בין האפשרויות השונות.

ד. בהתאם לחוקיות שתיארתם, כמה זמן ישלח המגדלור אור במשך דקה?

30 שניות.

מחזור נמשך 6 שניות, ולכן יש 10 מחזורים בדקה. אם במחזור של 6 שניות יש הבהובי אור במשך 3 שניות רצופות, בדקה יהיו הבהובי אור במשך 30 שניות.

שאלה 4. בתרשים שלפניכם, הדגימו חוקיות המתאימה למצב שבו:

- המגדלור שולח אור במשך 36 שניות בדקה;

- אורך כל מחזור 5 שניות;

- אין הבזקי אור הנמשכים 3 שניות רצופות.

אם אורך כל מחזור 5 שניות, יש 12 מחזורים בדקה. כדי שהמגדלור ישלח אור במשך 36 שניות בדקה, הוא צריך להבהב במשך 3 שניות בכל מחזור ($3 \times 12 = 36$).

כדי למנוע הבזקי אור הנמשכים 3 שניות רצופות, יש להימנע מרצף של שתי שניות חשוכות, ובכלל זה לא בתחילת המחזור ולא בסופו. 3 השניות של האור חייבות להיות מחולקות לשתיים: שנייה בודדת, ושתי שניות רצופות. השנייה הבודדת עשויה, לכאורה, להיות ממוקמת בכל מקום שהוא לאורך המחזור.

להלן חמש הדוגמאות האפשריות למצב שבו אין הבזקי אור במשך 3 שניות רצופות:

אור, חושך, אור, אור, חושך
חושך, אור, חושך, אור, אור
אור, חושך, אור, חושך, אור
אור, אור, חושך, אור, חושך
חושך, אור, אור, חושך, אור

חמש הדוגמאות הן זהות. ההבדל ביניהן איננו ברצף, אלא בנקודת תחילת המחזור. בחרו את ה'אור' המודגש (השנייה הבודדת), ובדקו.

שאלה 5. בכמה דרכים ניתן לפתור את השאלה הקודמת, כך שתיראנה שונות לאדם המתבונן במגדלור מאניה השטה בלב ים?

שתי דרכים.

האדם המתבונן מן הים, קובע באופן שרירותי את נקודת התחלת המחזור. טבעי להתחיל את המחזור ברגע של תחילת הארה. זה ניתן להיעשות עם תחילת השנייה הבודדת (אור, חושך, אור, אור, חושך), או עם תחילת צמד השניות (אור, אור, חושך, אור, חושך). לכן, למרות שיש רק אפשרות אחת להאיר את המחזור הנתון, המתבונן מן הים עשוי לתפוס זאת כשתי דרכים שונות.

שאלה 6. המגדלור שולח אור במשך 45 שניות בדקה.

האם ייתכנו המצבים הבאים? ענו כן / לא והסבירו את תשובתכם.

א. אורך המחזור: 12 שניות

ייתכן.

אם אורך המחזור 12 שניות, יש 5 מחזורים מלאים בכל דקה. כדי שהמגדלור יאיר במשך 45 שניות בכל דקה, הוא צריך להאיר במשך 9 שניות בכל מחזור ($9 \times 5 = 45$).

ב. אורך המחזור: 10 שניות

לא ייתכן.

אם אורך המחזור 10 שניות, יש 6 מחזורים מלאים בכל דקה. כדי שהמגדלור יאיר במשך 45 שניות בכל דקה, הוא צריך להאיר במשך 7.5 שניות בכל מחזור ($7.5 \times 6 = 45$). מאחר שכל הבזק וכל הפסקה אורכם מספר שלם של שניות, והמספר 45 אינו מתחלק ב-6 (ללא שארית) – לכן לא ייתכן מצב כזה.

ג. אורך המחזור: 8 שניות

ייתכן.

אם אורך המחזור 8 שניות – יש 7.5 מחזורים בדקה. נתכנן שבכל מחזור תהיינה 6 שניות של הארה. לכאורה, זה מאפשר את פתרון הבעיה, אך לא בהכרח. למשל, במחזור: 'אור, אור, אור, אור, אור, חושך', יש 6 שניות רצופות של הארה. בשבעת המחזורים הראשונים יש 42 שניות הארה. במחצית המחזור האחרון (יש 7.5 מחזורים בדקה) יש עוד 4 שניות של הארה, וכך קיבלנו 46 שניות הארה במקום הדרוש. רק אם נתכנן שבכל 4 שניות יהיו בדיוק 3 שניות של הארה, נוכל להגיע ל-45 שניות. במקרה כזה, עלולה לצמוח תקלה אחרת: המחזור איננו בן 8 שניות, אלא בן 4 שניות. לכן, יש לתכנן שהחוקיות בכל 4 שניות תהיה שונה מהחוקיות ב-4 השניות שקדמו להן. למשל: אור, אור, אור, חושך, אור, אור. כדאי לשים לב שמחזור זה זהה למחזור הראשון בו דנו, אלא שנקודת ההתחלה השתנתה. דוגמא נוספת למחזור העונה על כל הדרישות היא: אור, אור, חושך, אור, אור, חושך, אור.