

מנקי חלונות

בצמוד לבניין זכוכית הקימו פיגומים עבור מנקי החלונות. הפיגום התחתון הוקם בגובה 4 מ' מעל הקרקע, וכל פיגום נוסף הוקם בגובה 4 מ' מעל הפיגום שמתחתיו. בסך הכל הוקמו 20 פיגומים. לבניין הוזמנו שני מנקי חלונות. למרות השתדלותם שלא לשמוט את המברשת מידיהם, קורה שהמברשת נופלת לקרקע. על גוף נופל כוח הכובד הגורם לתאוצה. בעזרת חוקי הפיסיקה אנו יודעים כי אם המברשת נופלת מגובה y , ומגיעה לקרקע כעבור t שניות, הקשר בין y במטרים ו- t בשניות הוא, בקירוב: $y = 5t^2$.

שאלה 1. אם תיפול מברשתו של מנקה החלונות בעומדו על הפיגום העליון, כלומר מגובה 80 מטר, כעבור כמה שניות היא תגיע לקרקע?

שאלה 2. אם תיפול מברשתו של מנקה החלונות בעומדו על הפיגום העשירי מלמטה, כעבור כמה שניות (בערך) היא תגיע לקרקע? (רשמו תשובתכם בדיוק של ספרה אחת אחרי הנקודה העשרונית).

שאלה 3. מברשת נפלה מהפיגום העליון.

ענו 'נכון' / 'לא נכון' על ההיגדים הבאים, ונמקו את תשובתכם:

א. כעבור 3 שניות המברשת תגיע בסמוך לפיגום 9. נכון / לא נכון

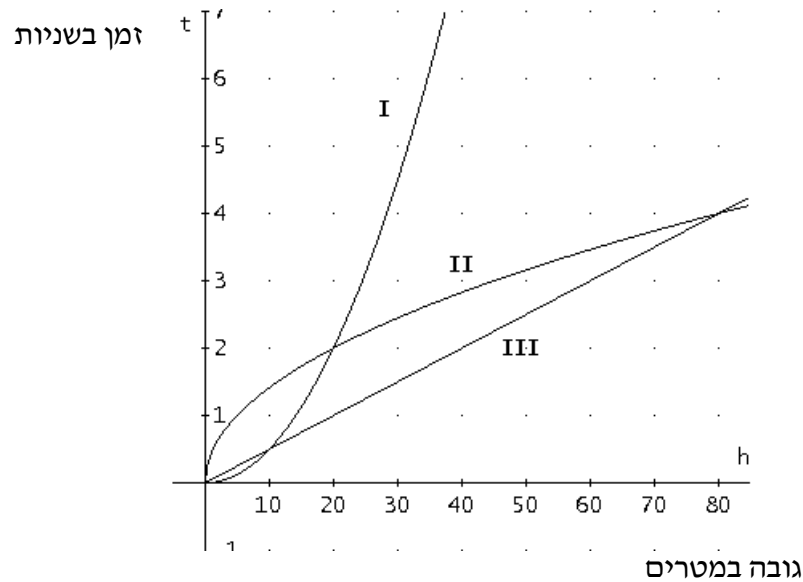
ב. כעבור 5 שניות המברשת תגיע בסמוך לפיגום 2. נכון / לא נכון

ג. המברשת עוברת את מחצית גובהם של 20 הפיגומים ביותר מ-3 שניות. נכון / לא נכון

שאלה 4. ארז חזר מהעבודה, החנה את רכבו ופסע לעבר הבניין. בדרכו ראה שני מנקים עובדים מעל דלת הכניסה לבניין, בפיגום 5 ובפיגום 12. כעבור שתי שניות, כאשר הגיע לכניסה, פגעה בו מברשת. מאיזה פיגום נפלה המברשת? הסבירו כיצד הגעתם לתשובה זו.

שאלה 5. ארז נפגע קלות מנפילת המברשת. הוא אמר כי יש לו מזל שאת המברשת לא הפיל המנקה האחר. מדוע, לדעתכם, אמר זאת?

שאלה 6. איזה מבין הגרפים בשרטוט מתאר את הקשר בין הגובה h הנמדד במטרים, ממנו נפלה מברשת, לבין הזמן (בשניות) של נפילת המברשת עד הגעתה לקרקע? הסבירו איך הגעתם לתשובה.



שאלה 7. מברשת נופלת מהפיגום העליון.

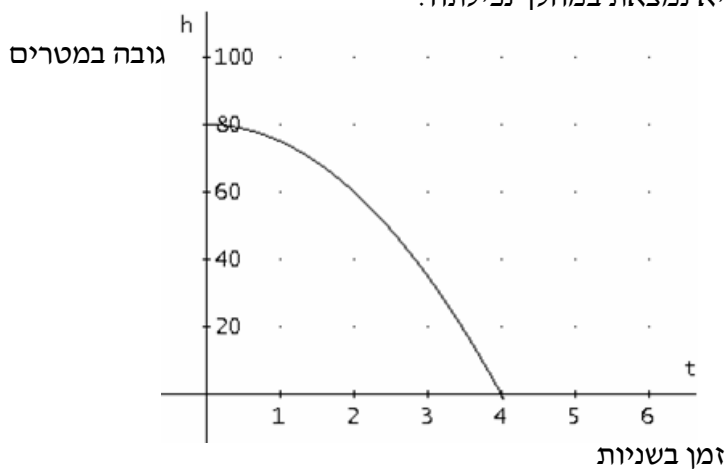
א. בכמה שניות היא עוברת את 5 הפיגומים העליונים?

מהי מהירותה הממוצעת בפרק זמן זה?

ב. בכמה שניות היא עוברת את 5 הפיגומים התחתונים?

מהי מהירותה הממוצעת בפרק זמן זה?

שאלה 8. הגרף שלפניכם מתאר את הקשר בין הזמן החולף מרגע נפילת המברשת מהפיגום העליון לבין הגובה בו היא נמצאת במהלך נפילתה:



איזו מהפונקציות הבאות מתארת את הגרף שבשרטוט :

א. $h(t) = 80 - 4t^2$

ב. $h(t) = 80 - 5t^2$

ג. $h(t) = 5t^2 - 80$

ד. $h(t) = 4t^2 - 80$

כיצד מתבטאות בגרף התוצאות שקיבלתם בשאלה 7?

שאלה 9.

כוח הכובד הפועל על עצם נופל גורם לתאוצה, ולכן גדלה מהירותו במהלך הנפילה.

בעזרת חוקי הפיסיקה אנו יודעים כי הקשר בין המהירות של גוף נופל v , הנמדדת

במטרים לשנייה, לבין זמן הנפילה t , הנמדד בשניות, הוא $v = 10t$.

לדוגמה: גוף הנופל מגובה של 80 מ' פוגע בקרקע כעבור 4 שניות (הסבר: $80 = 5 \cdot 4^2$).

בזמן הפגיעה הגיעה מהירותו ל-40 מטרים בשנייה ($4 \cdot 10 = 40$).

א. השלימו את הטבלה:

h	t	v	v^2
80	4	40	1600
125	5	50	
320			6400

ב. על סמך הטבלה, מהו הקשר בין h ו- v^2 ?

ג. הוכיחו את הקשר באופן כללי, כלומר: עבור h כללי חשבו את t , v , v^2 .

פתרונות למשימה: מנקי חלונות

מאפייני המשימה:

- יישום מודל מתמטי לשאלה מציאותית;
- המרות בין ייצוגים: מילולי, אלגברי וגרפי;
- השתנות ריבועית, והכרת הפונקציה הריבועית;
- פתירת משוואה ריבועית.

הערה למורה: הרחבות פיסיקליות על הנושא מופיעות לאחר הפתרונות.

שאלה 1. אם תיפול מברשתו של מנקה החלונות בעומדו על הפיגום העליון, כלומר מגובה 80 מטר, כעבור כמה שניות היא תגיע לקרקע?

נציב 80 במקום y : $80 = 5t^2$ נפתור ונקבל: $t = 4$ שני. הפתרון השלילי אינו מתאים.

שאלה 2. אם תיפול מברשתו של מנקה החלונות בעומדו על הפיגום העשירי מלמטה, כעבור כמה שניות (בערך) היא תגיע לקרקע? (רשמו תשובתכם בדיוק של ספרה אחת אחרי הנקודה העשרונית).

גובה הפיגום ה-10 הוא 40 מ.

נפתור את המשוואה $40 = 5t^2$ ונקבל $t \approx 2.8$ שני. הפתרון השלילי אינו מתאים.

שאלה 3. מברשת נפלה מהפיגום העליון.

ענו 'נכון' / 'לא נכון' על ההיגדים הבאים, ונמקו את תשובתכם:

א. כעבור 3 שניות המברשת תגיע בסמוך לפיגום 9.

נכון. ב- 3 שניות עוברת המברשת 45 מ, $(5 \cdot 3^2 = 45)$. הפיגום ה-9 הוא במרחק 44 מ מהפיגום העליון.

ב. כעבור 5 שניות המברשת תגיע בסמוך לפיגום 2.

לא נכון. ראינו בשאלה 1 כי מברשת הנופלת מהפיגום העליון תגיע לקרקע כבר כעבור 4 שניות.

שיקול אחר: אם נציב 5 במקום t במשוואה, נקבל $y = 5 \cdot 5^2 = 125$, ונתון כי גובה הפיגומים הוא 80 מ, בלבד.

ג. המברשת עוברת את מחצית גובהם של 20 הפיגומים ביותר מ-3 שניות.
לא נכון.

ראינו בסעיף א' כי כעבור 3 שניות המברשת מגיעה עד הפיגום ה- 9 (שהוא מתחת למחצית הגובה של כל הפיגומים).

שיקול אחר: בשאלה 2 ראינו כי זמן הנפילה מגובה 40 מ^2 לקרקע הוא בערך 2.8 שניות.

שימו לב! זמן הנפילה מגובה 40 מ^2 לקרקע שווה לזמן הנפילה מגובה 80 מ^2 לגובה 40 מ^2 .

שאלה 4. ארז חזר מהעבודה, החנה את רכבו ופסע לעבר הבנין. בדרכו ראה שני מנקים עובדים מעל דלת הכניסה לבנין, בפיגום 5 ובפיגום 12. כעבור שתי שניות, כאשר הגיע לכניסה, פגעה בו מברשת. מאיזה פיגום נפלה המברשת?
הסבירו כיצד הגעתם לתשובה זו.

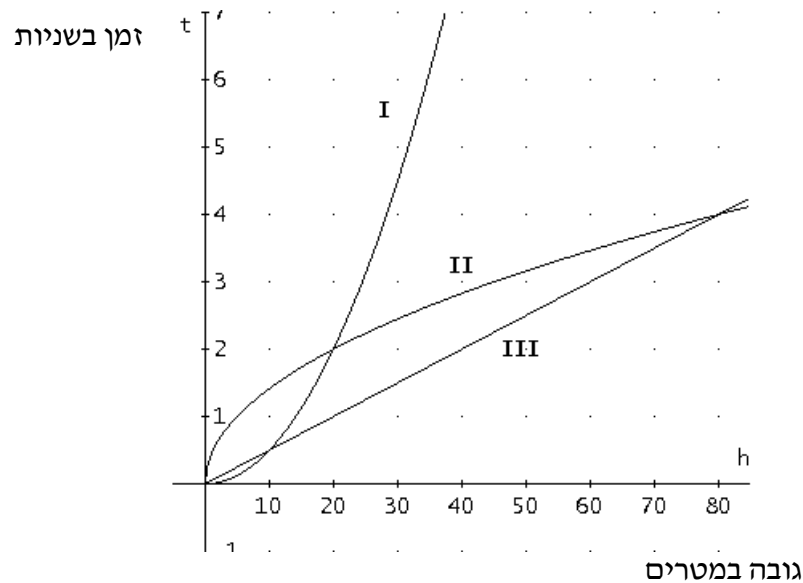
המברשת נפלה מהפיגום החמישי.
זמן הנפילה של המברשת שווה או קצר מהזמן שחלף מהרגע בו ארז הבחין במנקים ועד שהגיע לכניסה, כלומר קטן או שווה 2 שניות. המרחק שהמברשת עוברת בשתי שניות ($20 = 5 \cdot 2^2$) הוא 20 מ' וזהו גובה הפיגום החמישי.
הסבר נוסף: גובה הפיגום החמישי הוא 20 מ^2 .
נפתור את המשוואה: $20 = 5t^2$ ונקבל $t = 2$.

שאלה 5. ארז נפגע קלות מנפילת המברשת. הוא אמר כי יש לו מזל שאת המברשת לא הפיל המנקה האחר. מדוע, לדעתכם, אמר זאת?

ארז צדק. אילו נפלה עליו מברשת מגובה 48 מ^2 (הפיגום ה-12), מהירותה בזמן הפגיעה הייתה גדולה יותר מזו שנפלה רק מגובה של 20 מ^2 . ככל שהמהירות בזמן הפגיעה גדולה יותר, עוצמת הפגיעה גדולה יותר. זהו ידע הנרכש בצורה אינטואיטיבית או גם על סמך ניסיון.

מחוקי הקינמטיקה בפיסיקה ידוע כי המהירות v של גוף בתנועה מואצת נתונה על-ידי המשוואה: $v = v_0 + at$ (v_0 מהירות התחלתית, a תאוצה, t זמן). במקרה שלנו: $v_0=0$, $a=10$, $v=10t$.

שאלה 6. איזה מבין הגרפים בשרטוט מתאר את הקשר בין הגובה h הנמדד במטרים, ממנו נפלה מברשת, לבין הזמן (בשניות) של נפילת המברשת עד הגעתה לקרקע? הסבירו איך הגעתם לתשובה.



הגרף המתאר את הזמן t כפונקציה של הגובה h הוא גרף II. אפשר לקרוא בקלות מהגרף כי כאשר גובה הפיגום 80 מ' - זמן הנפילה של המברשת הוא 4 שניות, וכאשר גובה הפיגום 20 מ' - זמן הנפילה 2 שניות.
גישה נוספת:

גרף II הוא מחצית פרבולה "שוכבת", המתאימה לפונקציית השורש $t = \sqrt{\frac{h}{5}}$.

שאלה 7. מברשת נופלת מהפיגום העליון.

א. בכמה שניות היא עוברת את 5 הפיגומים העליונים?

מהי מהירותה הממוצעת בפרק זמן זה?

המברשת עוברת את 5 הפיגומים העליונים (כלומר, 5 רווחים בין פיגומים, שהם

20 מ' ב-2 שני. לחישוב המהירות הממוצעת נחלק את המרחק בזמן: $10 \frac{\text{מ'}}{\text{שנ'}} = \frac{20}{2}$.

ב. בכמה שניות היא עוברת את 5 הפיגומים התחתונים?

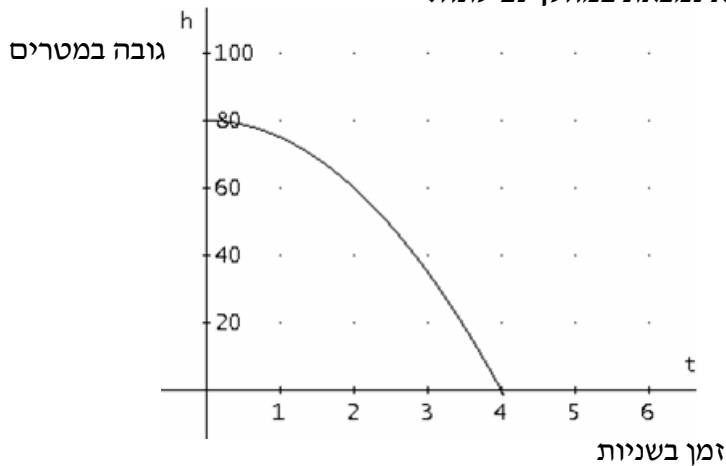
מהי מהירותה הממוצעת בפרק זמן זה?

המברשת עוברת את כל 20 הפיגומים ב-4 שני.

הזמן שבו המברשת עוברת את 15 הפיגומים העליונים מתקבל מפתרון המשוואה:
 $60 = 5t^2$, שהוא $t \approx 3.5$. כלומר, המברשת עוברת את 5 הפיגומים התחתונים ב-
 0.5 שני.

$$\text{חישוב המהירות הממוצעת: } 40 = \frac{20}{0.5} \frac{\text{מ'}}{\text{שנ'}}$$

שאלה 8. הגרף שלפניכם מתאר את הקשר בין הזמן החולף מרגע נפילת המברשת מהפיגום העליון לבין הגובה בו היא נמצאת במהלך נפילתה:



איזו מהפונקציות הבאות מתארת את הגרף שבשרטוט:

א. $h(t) = 80 - 4t^2$

ב. $h(t) = 80 - 5t^2$

ג. $h(t) = 5t^2 - 80$

ד. $h(t) = 4t^2 - 80$

כיצד מתבטאות בגרף התוצאות שקיבלתם בשאלה 7?

הפונקציה המתארת את הגרף היא (ב) $h(t) = 80 - 5t^2$. גובה המברשת הוא ההפרש בין הגובה ההתחלתי (80 מ') לבין מרחק הנפילה ($5t^2$).
 ניכר בשרטוט כי הגרף תלול יותר כאשר הזמן גדל. קצב השתנות המרחק בזמן הולך וגדל – מכאן שהמהירות הממוצעת הולכת וגדלה. זה מסביר מדוע המהירות הממוצעת בפרק הזמן שבו המברשת חולפת על-פני 5 הפיגומים התחתונים גדולה הרבה יותר מהמהירות הממוצעת בתחילת הנפילה, כשהיא חולפת על-פני 5 פיגומים עליונים.

שאלה 9. כוח הכובד הפועל על עצם נופל גורם לתאוצה, ולכן גדלה מהירותו במהלך הנפילה. בעזרת חוקי הפיסיקה אנו יודעים כי הקשר בין המהירות של גוף נופל v , הנמדדת במטרים לשנייה, לבין זמן הנפילה t , הנמדד בשניות, הוא $v = 10t$.

לדוגמה: גוף הנופל מגובה של 80 מ' פוגע בקרקע כעבור 4 שניות (הסבר: $80 = 5 \cdot 4^2$).

בזמן הפגיעה הגיעה מהירותו ל-40 מטרים בשנייה ($4 \cdot 10 = 40$).

א. השלימו את הטבלה:

h	t	v	v^2
80	4	40	1600
125	5	50	2500
320	8	80	6400

ב. על סמך הטבלה, מהו הקשר בין h ו- v^2 ?

הקשר בין h ו- v^2 הוא: $v^2 = 20h$

ג. הוכיחו את הקשר באופן כללי, כלומר: עבור h כללי חשבו את t , v , v^2 .

הוכחה כללית: ידוע כי $h = 5t^2$

$$h = 5 \left(\frac{v}{10} \right)^2 \quad \text{נציב } t = \frac{v}{10}$$

$$v^2 = 100 \cdot \frac{h}{5} = 20h$$

$$t = \sqrt{\frac{h}{5}}$$

$$v = 10 \cdot \sqrt{\frac{h}{5}}$$

הרחבות פיסיקליות:

המשוואה המתארת גוף נופל מגובה h היא: $h = v_0 t + \frac{g}{2} t^2$, כאשר v_0 היא המהירות ההתחלתית,

g - התאוצה הנגרמת על-ידי כח הכובד, ו- t - משך הנפילה עד הפגיעה בקרקע. בסיפור המופיע במשימה הגובה נמדד במטרים, הזמן נמדד בשניות, המברשת נופלת (ולא נזרקת למטה) נפילה

חופשית, כלומר $v_0 = 0$, התאוצה g מחושבת בקירוב: $10 \frac{\text{מ'}}{\text{שני}^2}$.

לכן המשוואה היא: $h = 5t^2$.

על פי חוק שימור האנרגיה, מומרת האנרגיה הפוטנציאלית של המברשת לפני נפילתה לאנרגיה קינטית בתום נפילתה. האנרגיה הפוטנציאלית של המברשת תלויה במשקלה (mg) ובגובה (h), והיא mgh . עם הגעתה של המברשת לקרקע, האנרגיה הפוטנציאלית שלה היא אפס, אך מהירותה גבוהה. האנרגיה הקינטית של המברשת תלויה במסתה (m) ובמהירותה (v) והיא

$$\frac{1}{2} mv^2 = mgh$$

$$v^2 = 2gh$$

ולכן:

$$v^2 = 20h$$

שימו לב לשוויון היחידות של v^2 ו- $2gh$:

$$\frac{\text{מ}^2}{\text{שני}^2} = \frac{\text{מ}}{\text{שני}} \cdot \frac{\text{מ'}}{\text{שני}} : 2gh \quad \text{היחידות של } v^2 = \frac{\text{מ}^2}{\text{שני}^2} = \frac{\text{מ}}{\text{שני}} \cdot \frac{\text{מ'}}{\text{שני}}$$