

פתרון משימה 2: משחק הסביבונים

מאפייני המשימה :

- התאמת מודל הסתברותי לשאלה מציאותית
- שימוש בטבלה דו ממדית לתיאור מאורעות עם שני שלבים

הערה למורה : למרות שבמשימה זו, התלמידים אינם מתבקשים להציג את מרחב המדגם, המורה יכול להמליץ לתלמידים לסרטט לוח 4x4 המתאר את מרחב המדגם ולסמן בו את התוצאות המתאימות לנצחון של כל אחד משלושת התלמידים. להלן דוגמה של לוח המציג את מרחב המדגם של משחק הסביבונים (מתחת לכל תוצאה רשומים שמות המנצחים).

פ	נ	ה	ג	סיבוב ראשון / סיבוב שני
				ג
(פ, ג)	(נ, ג)	(ה, ג)	(ג, ג)	אורי
—	בן	—	אורי	
(פ, ה)	(נ, ה)	(ה, ה)	(ג, ה)	ה
—	בן	אורי	גל	
(פ, נ)	(נ, נ)	(ה, נ)	(ג, נ)	נ
בן	אורי	בן, גל	בן, גל	
(פ, פ)	(נ, פ)	(ה, פ)	(ג, פ)	פ
אורי	בן, גל	גל	גל	

שאלה 1 מצאו מקרה בו שני ילדים מנצחים.

בשלושה מקרים (ג', נ'); (ה', נ'); (נ', פ') בן מנצח יחד עם גל.

שאלה 2 מצאו מקרה בו אף ילד אינו מנצח.

ישנם שלושה מקרים בהם אף אחד משלושת הילדים אינו זוכה : (ה', ג'); (פ', ג'); (פ', ה').

שאלה 3 מהו הסיכוי של אורי לנצח במשחק? הסבירו את תשובתכם.

לפי חוקי המשחק אורי מנצח אם הסביבון נופל פעמיים על אותה אות. אורי מנצח לכן בארבעה מקרים, כאשר הסביבון מראה את התוצאות הבאות:

(נ', נ'); (ג', ג'); (ה', ה'); (פ', פ').

כאשר מסובבים סביבון פעמיים ישנן 16 תוצאות אפשריות, אשר הסיכוי לכל אחת מהן

שווה. לכן הסיכוי של אורי לנצח הוא $\frac{4}{16}$, כלומר $\frac{1}{4}$.

ניתן לחשב גם את הסיכוי של אורי לנצח כסכום הסיכויים של ארבעת המקרים השונים

(מאורעות זרים), כאשר הסיכוי של כל מאורע כזה שווה ל- $\frac{1}{16} \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{4}$.

שאלה 4 מהו הסיכוי של בן לנצח במשחק? הסבירו את תשובתכם.

לפי חוקי המשחק בן מנצח אם הסביבון נופל על האות נ' פעם אחת (אך לא פעמיים). לפיכך, בן מנצח בשישה מקרים, כאשר הסביבון מראה את התוצאות הבאות:

(נ', ג'); (ג', נ'); (נ', ה'); (ה', נ'); (נ', פ'); (פ', נ').

לכן הסיכוי של בן לנצח הוא $\frac{6}{16}$, כלומר $\frac{3}{8}$.

יש לשים לב כי בשלושה מקרים מתוך ששת המקרים הנזכרים לעיל (ג', נ'); (ה', נ'); (נ', פ') בן אינו המנצח היחיד. במקרים אלה הוא מנצח יחד עם גל (ראו גם תשובה לשאלות 1 ו-5).

שאלה 5 מהו הסיכוי של גל לנצח במשחק? הסבירו את תשובתכם.

לפי חוקי המשחק גל מנצח אם הסביבון נופל בזה אחר זה על שתי אותיות המופיעות על-פי סדר הא"ב. לפי כלל זה, גל מנצח בשישה מקרים, כאשר הסביבון מראה את התוצאות הבאות:

(ג', ה'); (ג', נ'); (ג', פ'); (ה', נ'); (ה', פ'); (נ', פ').

לכן הסיכוי של גל לנצח הוא $\frac{6}{16}$, כלומר $\frac{3}{8}$.

יש לשים לב כי בשלושה מקרים (ג', נ'); (ה', נ'); (נ', פ') גל אינו המנצח היחיד. במקרים אלה הוא מנצח יחד עם בן (ראו גם תשובה לשאלות 1 ו-4).

שאלה 6 מהו הסיכוי ששני ילדים מנצחים במשחק? הסבירו את תשובתכם.

כפי שראינו בשאלה 1 בשלושה מקרים ((ג', נ'; (ה', נ'; (נ', פ')) שני ילדים מנצחים

במשחק. לכן הסיכוי כי שני ילדים ינצחו במשחק הוא $\frac{3}{16}$.

שאלה 7 מהו הסיכוי שאף ילד ינצח במשחק? הסבירו את תשובתכם.

כפי שראינו בשאלה 2 בשלושה מקרים: (ה', ג'); (פ', ג'); (ה', פ') אף אחד מהילדים אינו

מנצח במשחק. לכן הסיכוי כי אף אחד מהילדים ינצח במשחק הוא $\frac{3}{16}$.

שאלה 8 חשבו את סכום ההסתברויות של שלושת המאורעות: "אורי מנצח", "בן מנצח" ו"גל

מנצח". האם שלושת המאורעות משלימים זה את זה? הסבירו את תשובתכם.

סכום ההסתברויות לניצחון של שלושת הילדים (שאלות 3–5) הוא אחד $(\frac{1}{4} + 2 \cdot \frac{3}{8} = 1)$, אך

מאורעות אלה אינם זרים (ראינו כי ישנם שלושה מקרים בהם בן וגל זוכים יחד), ולכן המאורעות אינם משלימים. הדבר נובע מכך, כי ישנם שלושה מקרים אחרים, בהם אף אחד משלושת הילדים אינו זוכה: (ה', ג'); (פ', ג'); (פ', ה').