

פתרון משימה 13: מנוי לעיתון – מבצעי מכירות

מאפייני המשימה:

- התאמת מודל הסתברותי לשאלה מציאותית
- קבלת החלטות בתנאים דטרמיניסטיים ובתנאי אי-ודאות
- הסתברויות של חיתוך מאורעות ושל איחודם
- חישובי כדאיות בתנאי אי-ודאות
- הוצאה ללא החזרה

שאלה 1 (א) מהו התשלום הנמוך ביותר האפשרי, ומהו התשלום הגבוה ביותר האפשרי על-פי כל אחד מהמבצעים? הסבירו את תשובתכם.

לפי ההצעה של **המבצע ה"בטוח"**, בעל המנוי יודע מראש כי יצטרך לשלם 2,500 ₪ עבור קבלת העיתונים במשך 50 השבועות.

לפי ההצעה של **מבצע "קח סיכוי"**, יכול בעל המנוי לשלם סכום כסף בין 2,000 ₪ (במקרה בו בכל 50 השבועות ישלוח השליח שני שטרות של 20 ₪) לסכום כסף של 3,500 ₪ (במקרה בו בכל 50 השבועות ישלוח השליח שטר של 50 ₪ ושטר של 20 ₪).

(ב) מהי לדעתכם ההצעה הכדאית יותר למנויי העיתון? נמקו את בחירתכם.

לפי החישוב שבסעיף א', ייתכן כי לאחר 50 השבועות, יהיו בעלי מנויים **שהמבצע "קח סיכוי"** יהיה כדאי עבורם, ובעלי מנויים אחרים שיתחרטו כי בחרו **במבצע "קח סיכוי"**. כדי לדעת על הסיכוי להתרחשות מאורעות אלו נערוך את חישובי ההסתברויות הבאים.

נחשב את ההסתברות כי בשבוע מסוים ישלוח השליח שני שטרות של 20 ₪:

על השליח להוציא שטר ראשון של 20 ₪ (ארבעה מתוך חמישה שטרות במעטפה), ושטר שני של 20 ₪ (שלושה מתוך ארבעת השטרות הנותרים במעטפה). לכן ההסתברות כי בשבוע

$$\frac{4}{5} \cdot \frac{3}{4} = \frac{3}{5} \quad \text{מסוים ישלוח השליח שני שטרות של 20 ₪ היא:}$$

נצפה על כן, כי בכ- $\frac{3}{5}$ מהשבועות (דהיינו 30 שבועות) ישלם בעל המנוי 40 ₪, ובשאר

השבועות (20 שבועות) ישלם 70 ₪. לכן, נצפה כי עבור קבלת העיתונים במשך 50 השבועות ישלם בעל המנוי 2,600 ₪ לפי החישוב: $2,600 = 30 \cdot 40 + 20 \cdot 70$, אך בהחלט ניתן לשלם יותר או פחות מכך.

מהחישוב דלעיל, עולה כי עדיפה ההצעה של **המבצע ה"בטוח"** על פני ההצעה של **מבצע "קח**

סיכוי."

שאלה 2 השוו הצעה זו לשתי ההצעות הקודמות. הסבירו את תשובתכם.

לפי ההצעה של **מבצע ה"שיא"**, יכול בעל המנוי לשלם סכום כסף בין 2,000 ₪ (במקרה בו בכל 50 השבועות ישלוח השליח שני שטרות של 20 ₪) לסכום כסף של 6,000 ₪ (במקרה בו בכל 50 השבועות ישלוח השליח שטר של 100 ₪ ושטר של 20 ₪). חישוב דומה לזה שנעשה

לגבי **מבצע "קח סיכוי"**, מראה כי בערך בעשירית ($\frac{1}{10}$) מחמישים השבועות של **מבצע**

ה"שיא" (5 שבועות) השליח ישלוח 120 ₪ (שטר של 100 ₪ ושטר של 20 ₪). בשאר 45

השבועות (שהם $\frac{9}{10}$ מחמישים השבועות לפי החישוב: $\frac{19}{20} \cdot \frac{18}{19} = \frac{9}{10}$), השליח ישלוח 40 ₪

(שני שטרות של 20 ₪). לכן, **במבצע ה"שיא"** יצפה בעל המנוי לשלם עבור קבלת העיתונים

במשך 50 השבועות כ- 2,400 ₪, לפי החישוב: $45 \cdot 40 + 5 \cdot 120 = 2,400$, אך בהחלט ניתן לשלם יותר או פחות מכך.

לסיכום, מהשוואת שלושת המבצעים עולה כי :

- **במבצע ה"בטוח"** יודעים בעלי המנויים לעיתון, כי בתום התקופה יצטרכו לשלם עבור 50 השבועות סכום של 2,500 ₪.
- בעלי מנויים לעיתון במסגרת **מבצע "קח סיכוי"**, אינם יודעים מראש כמה כסף ישלמו עבור 50 השבועות, אך בממוצע ישלמו כ- 2,600 ₪.
- גם בעלי המנויים במסגרת **מבצע ה"שיא"**, אינם יודעים מראש כמה כסף ישלמו עבור 50 השבועות, אבל, בממוצע ישלמו במסגרת **מבצע ה"שיא"** כ- 2,400 ₪ עבור 50 שבועות כלומר, **מבצע ה"שיא"** הוא הכדאי ביותר מבין שלושת המבצעים שמציע העיתון.

יהיו תלמידים, שישתייגו **ממבצע ה"שיא"**, תוך מיקוד תשומת ליבם לשבוע אחד : הם יטענו

כי יש סיכוי (אמנם קטן, $\frac{1}{10}$), כי בעל המנוי יצטרך לשלם 120 ₪ לשבוע. זה הוא סכום

גבוה מאד ביחס להצעה לתשלום קבוע של 50 ₪ לשבוע **במבצע ה"בטוח"**, ולכן לא כדאי לקחת סיכון. אך ההסתברות להתרחשות אירוע כזה, לאורך כל 50 השבועות של המנוי לפי

מבצע ה"שיא", היא קטנה ביותר וניתנת לחישוב: $\left(\frac{1}{10}\right)^{50} = 10^{-50}$.

