

פתרון משימה 19: שוקולד והצלחה במתמטיקה

מאפייני המשימה:

- קריאת מידע מטבלת שכיחויות דו ממדית (של שני משתנים).
- הבחנה בין קשר סטטיסטי לקשר סיבתי.
- מציאת הסתברות (והסתברות מותנית) של מאורעות מתוך טבלת שכיחויות.

שאלה 1 נניח כי אתם מגיעים לביקור בבית ספר זה ופוגשים באקראי את אחד מתלמידיו.

א. מה ההסתברות שתפגשו תלמיד שנוהג לאכול שוקולד לפני בחינות במתמטיקה?

ההסתברות לפגוש תלמיד שנוהג לאכול שוקולד לפני בחינות במתמטיקה היא $\frac{200}{540}$

(ולאחר צמצום $\frac{10}{27}$).

הסבר: מבין 540 תלמידי בית הספר, 200 נוהגים לאכול שוקולד לפני בחינות

במתמטיקה, ולכן ההסתברות לפגוש תלמיד כזה הנה $\frac{200}{540}$.

ב. מה ההסתברות שתפגשו תלמיד שציונו הממוצע במתמטיקה הוא 85 ומעלה?

ההסתברות לפגוש תלמיד שציונו הממוצע במתמטיקה הוא 85 ומעלה היא $\frac{310}{540}$

(ולאחר צמצום $\frac{31}{54}$).

הסבר: 310 תלמידים מבין 540 תלמידי בית הספר, השיגו ציון ממוצע 85 ומעלה.

ג. מה ההסתברות שתפגשו תלמיד שהשיג ציון ממוצע 85 ומעלה, אשר נוהג לאכול שוקולד לפני בחינות במתמטיקה?

ההסתברות לפגוש תלמיד שהשיג ציון ממוצע 85 ומעלה, אשר נוהג לאכול שוקולד

לפני בחינות במתמטיקה, היא $\frac{140}{540}$ (ולאחר צמצום $\frac{7}{27}$).

הסבר: 140 תלמידים מבין 540 תלמידי בית הספר, נוהגים לאכול שוקולד לפני

בחינות במתמטיקה וציונם הממוצע 85 או יותר.

ד. היעזרו בתשובותיכם על סעיפים א–ג, והוכיחו כי הצלחה בבחינות במתמטיקה

ואכילת שוקולד לפני בחינות במתמטיקה, תלויים זה בזה.

(סעיף זה נועד לתלמידי 4 או 5 יח"ל.)

נגדיר שני מאורעות:

מאורע A: נפגוש תלמיד הנוהג לאכול שוקולד לפני בחינות במתמטיקה.

מאורע B: נפגוש תלמיד שציונו הממוצע במתמטיקה הנו 85 או יותר.

לפיכך $A \cap B$ הוא המאורע: נפגוש תלמיד הנוהג לאכול שוקולד לפני בחינות

במתמטיקה, אשר ממוצע ציוניו במתמטיקה 85 או יותר.

מתוצאות הסעיפים הקודמים עולה כי: $P(A) = \frac{10}{27}$; $P(B) = \frac{31}{54}$; $P(A \cap B) = \frac{7}{27}$.

המאורעות הצלחה בבחינה במתמטיקה (ממוצע 85 או יותר), ואכילת שוקולד לפני בחינות

הם מאורעות תלויים: $P(A) \cdot P(B) = \frac{10}{27} \cdot \frac{31}{54} = \frac{310}{1458} \neq P(A \cap B) = \frac{7}{27} = \frac{378}{1458}$

[שני מאורעות A ו-B הם מאורעות בלתי תלויים אם: $P(A) \cdot P(B) = P(A \cap B)$, אחרת,

המאורעות תלויים זה בזה.]

מכאן נסיק שהצלחה בבחינות במתמטיקה ואכילת שוקולד לפני בחינות אלה, תלויים זה

בזה. אף על פי כן, היותם תלויים זה בזה אינה אומרת שאחד מהם הוא תוצאה של השני.

ה. נניח כי התלמיד שתפגשו מספר לכם כי אינו נוהג לאכול שוקולד לפני בחינות

במתמטיקה, מה ההסתברות שממוצע ציוניו הוא 85 ומעלה?

$$\frac{170}{340} = \frac{1}{2}$$

הסבר: מדבריו של התלמיד ידוע לנו כי הוא שייך לקבוצת 340 התלמידים אשר לא

נוהגים לאכול שוקולד לפני בחינות במתמטיקה. 170 מבין 340 תלמידי קבוצה זו

הם בעלי ציון ממוצע נמוך מ-85, והם מהווים מחצית הקבוצה.

שאלה 2

היכן יש אחוז גבוה יותר של בעלי ציונים גבוהים במתמטיקה (85 ומעלה), האם

בקבוצת התלמידים שדיווחו שהם נוהגים לאכול שוקולד לפני בחינות

במתמטיקה, או בקבוצת התלמידים שדיווחו שאינם נוהגים לאכול שוקולד לפני

בחינות במתמטיקה? הסבירו את תשובתכם.

בקבוצת התלמידים שדיווחה כי היא נוהגת לאכול שוקולד לפני בחינות במתמטיקה

נמצא אחוז גבוה יותר של בעלי ציונים גבוהים, מאשר בקבוצה שדיווחה שאינה

נוהגת לאכול שוקולד לפני בחינות במתמטיקה. להלן פרוט החישובים:

שעור בעלי ציון 85 ומעלה בקבוצת התלמידים, שדיווחו כי הם נוהגים לאכול

שוקולד, הוא 70% על פי החישוב: $\frac{140}{200} \cdot 100 = 70\%$. דהיינו 70% מבין אלו

שאוכלים שוקולד לפני הבחינות מצליחים בבחינות.

לעומתם, שעור בעלי ציון 85 ומעלה בקבוצת התלמידים, שדווחו כי אינם נוהגים לאכול שוקולד לפני בחינות קטן ב- 20% ושווה 50% בלבד, על פי החישוב:

$\frac{170}{340} \cdot 100 = 50\%$. דהיינו, 50% מבין אלו שלא נוהגים לאכול שוקולד לפני

הבחינות מצליחים בהן.

שאלה 3

התלמידים החליטו כי ממצאי מחקרם עשויים לעניין את כלל תלמידי בית הספר בגלל הקשר שלהם להצלחה בבחינות. הם ערכו כתבה ובה דיווחו על המחקר שערכו ועל תוצאותיו. הם בחרו לכתבתם את הכותרת הבאה: "אכילת שוקולד לפני בחינה במתמטיקה – גורמת להצלחה במבחן".

המורה לסטטיסטיקה ראתה את הכתבה ודרשה לשנות את כותרת הכתבה, מכיוון שלדעתה היא שגויה. הסבירו את טענתה של המורה לסטטיסטיקה.

כפי שהראינו בסעיף 1 ד', ממצאי הסקר אותו ערכו התלמידים, מעידים על כך שקיימת תלות בין אכילת שוקולד לבין הצלחה בבחינות במתמטיקה. העובדה שקיימת תלות כזו מעידה על קשר בין הציון הממוצע במתמטיקה לבין הדיווח על אכילת שוקולד. וכפי שהראינו בשאלה 2, קשר זה בא לידי ביטוי באחוז גבוה יותר של מצליחים בקרב אוכלי השוקולד לפני הבחינה, מאשר בקרב אלו שלא אוכלים שוקולד לפני הבחינה (ראו הסבר בשאלה 2 לעיל). למרות זאת, אין לנו מידע על אופיו של קשר זה. לכן, **לא ניתן** להסיק מכך, שאכילת השוקולד גורמת להצלחה בבחינה, או שהצלחה בבחינה גורמת לאכילת שוקולד. ייתכן שההצלחה נובעת מגורם אחר או ממספר גורמים אחרים.

לדוגמא, ייתכן שההצלחה בבחינה נובעת מבקיאיות בחומר וממוכנות לבחינה, והקשר בין אכילת השוקולד להצלחה מקורו בעובדה, שתלמידים רבים שהתכוונו לבחינה והיו בקיאים בחומר, הרגישו בטוחים בבוקר הבחינה ואכלו שוקולד. התלמידים שלא התכוונו לבחינה, חששו מהבחינה, ובבוקר הבחינה לא אכלו דבר, לרבות שוקולד, בגלל החשש מהבחינה. לכן, נכון יהיה לשנות את כותרת הכתבה ולרשום במקומה:

נמצא קשר בין אכילת שוקולד להצלחה בבחינה

או לחילופין:

נמצא אחוז גבוה של הצלחה בבחינות במתמטיקה בקרב תלמידים הנוהגים לאכול שוקולד לפני הבחינה