

פתרון משימה 17: מדדים סטטיסטיים

מאפייני המשימה:

- תרגום של מדדים (טווח, ממוצע, שכיח, חציון) לנתונים גולמיים.
- שינוי בערכים של מדדי המרכז בעקבות שינוי או הוספת נתונים.

שאלה 1 מה משקלו כל אחד מחמשת חברי הקבוצה? הסבירו.

נרשום את משקלם של חברי הקבוצה בסדר עולה: 74, 74, 80, 93, 104.

הסבר: אם בקבוצה קיימים בסך הכל חמישה אנשים ונתון כי ערכו של השכיח הנו 74, אז יש לפחות שני אנשים שמשקלם 74 ק"ג.

נתון כי ערכו של החציון הוא 80 ק"ג, לכן משקלו של האדם השלישי 80 ק"ג, ומכאן ששתי התצפיות הראשונות ערכן 74 ק"ג.

מכיוון שנתון כי טווח הנתונים הנו 30 ק"ג, אז משקלו של האדם החמישי 104 ק"ג.

משקלו של האדם הרביעי 93 ק"ג, מכיוון שסכום המשקלים של כל חמשת האנשים הנו 425 ק"ג, לפי החישוב: $425 = 85 \cdot 5$ (נתון שערך הממוצע הוא 85 ק"ג).

שאלה 2 אם כל אחד מחברי הקבוצה יוסיף למשקלו בדיוק 10 ק"ג, כיצד ישתנה כל אחד מן

המדדים הנתונים (טווח, שכיח, חציון וממוצע)? הסבירו.

אם נוסיף ערך קבוע לכל אחת מהתצפיות (בדוגמה זו 10 ק"ג), שלושת מדדי המרכז יגדלו באותו ערך. לכן, לאחר השינוי:

השכיח = 84 ק"ג.

החציון = 90 ק"ג.

הממוצע = 95 ק"ג.

הטווח יישאר ללא שינוי (ערכו יישאר 30 ק"ג), מכיוון שההפרש בין התצפית בעלת הערך הגבוה ביותר, לתצפית בעלת הערך הנמוך ביותר, לא משתנה (הפיזור של הערכים לא משתנה).

שאלה 3 כיצד ישתנה כל אחד מהמדדים הנתונים, אם רק שני האנשים בעלי המשקל הגבוה ביותר

יוסיפו למשקלם 30 ק"ג? הסבירו.

ערכם של השכיח והחציון לא ישתנה.

הממוצע יגדל, מכיוון שסכום המשקלים הכולל של חמשת האנשים יגדל. השינוי יהיה

בשיעור של המנה בין גודל התוספת הכוללת (60 ק"ג) ומספר האנשים בקבוצה (5 אנשים),

$$\left(\frac{2 \cdot 74 + 80 + 123 + 134}{5} = 97 \right) \text{ ק"ג. ויעמוד על 97 ק"ג.}$$

הטווח יגדל ב- 30 ק"ג.

שאלה 4 כיצד ישתנה כל אחד מהמדדים הנתונים, אם האדם בעל המשקל הנמוך ביותר יוריד ממשקלו 20 ק"ג? הסבירו.

כל הערכים יופיעו בשכיחות זהה, לכן נקבל התפלגות שבה אין שכיח (ניתן לכוונת התפלגות כזו גם בשם "רב שכיח").
החציון יישאר ללא שנוי.
הממוצע יקטן מכיוון שסכום המשקלים של כל האנשים יקטן. גודל השינוי של הממוצע הוא 4 ק"ג, כלומר הממוצע החדש הוא 81 ק"ג. הטווח יגדל ב- 20 ק"ג, כלומר ישתנה ל- 50 ק"ג.

שאלה 5 שנו את משקלם של שניים מחברי הקבוצה, כך שערכם של שלושת מדדי המרכז הנתונים (ממוצע, חציון ושכיח), לא ישתנה. הסבירו.

לשאלה זו אין פתרון יחיד.
למשל: לתצפית הרביעית שערכה 93 ק"ג, נוסיף 3 ק"ג.
מהתצפית החמישית שערכה 104 ק"ג, נפחית 3 ק"ג.
משקלם החדש של חמשת האנשים: 74, 74, 80, 96, 101.
שינוי כזה לא ישנה את ערכם של שלושת מדדי המרכז של ההתפלגות, אך יקטין את טווח הנתונים ל- 27 ק"ג.

שאלה 6 האם תוכלו לשנות את משקלו של אדם אחד בלבד מתוך החמישה, כך שהמשקל הממוצע לא ישתנה? הסבירו.

לא ניתן לבצע שינוי כזה, מכיוון ששינוי ערך של תצפית אחת בלבד, ישנה את סכום המשקלים הכולל של חמשת הנחקרים, ובעקבות כך ישתנה ערכו של המשקל הממוצע.

שאלה 7 לקבוצה נוספו שני אנשים חדשים. אם ידוע כי בעקבות הצטרפותם של שני אנשים אלו לא השתנו המדדים הנתונים, מה משקל כל אחד מהם? הסבירו.

לשאלה זו אין פתרון יחיד. להלן שתי דוגמאות לקבוצה בת שבעה אנשים, בעלת אותם מדדים נתונים.

למשל: 74, 74, 74, 80, 93, 96, 104

דוגמה נוספת: 74, 74, 79, 80, 91, 93, 104

שאלה 8 הוסיפו שלושה אנשים לקבוצה המקורית של חמשת החברים, כך שערכו של הממוצע לא ישתנה. הסבירו.

לשאלה זו אין פתרון יחיד.

למשל: נוסיף לקבוצה 3 אנשים שמשקל כל אחד מהם 85 ק"ג.

דוגמה נוספת: נוסיף לקבוצה שלושה אנשים כך שמשקל אחד מהם 80 ק"ג, משקל השני 87 ק"ג, ומשקל השלישי 88 ק"ג. שימו לב שהמשקל הממוצע של שלושת האנשים הנוספים גם הוא 85 ק"ג.

שאלה 9 קבוצה אחרת של חמישה אנשים נתבקשה גם היא להציג את משקלו של כל אחד מחבריה. קבוצה זו בחרה להציג את הנתונים בדרך שונה. במקום להציג את משקלו של כל אחד מחבריה, הם רשמו בכמה סוטה משקלו של כל אחד מהם, מהמשקל הממוצע של הקבוצה (כלומר, רשמו את ההפרש בין משקל כל אחד לבין המשקל הממוצע). להלן הנתונים:

-5, -4, 1, 3, 7

דני טוען כי ישנה טעות בנתונים אלה. הסבירו מהי הטעות.

סכום הסטיות של הנתונים מהממוצע שווה תמיד לאפס, ולכן בנתונים אלה קיימת טעות מכיוון שסכומם של הערכים שהוצגו להלן, שונה מאפס ($-5 + -4 + 1 + 3 + 7 = 2$).