

## אולימפיאדת מדעי המחשב תשע"א – שלב א'

בשאלון הבא ארבע שאלות ושאלת בונוס.

בכל אחת מן השאלות 1-4, עליך לחשב ולענות מספר בודד או כמה מספרים. חישוב המספרים דורש הבחנות מתאימות והפעלת רעיונות אלגוריתמיים. בנוסף לתשובה המספרית, **הסבר ב-2-3 משפטים** כיצד ביצעת את החישוב. הסתפק במקום המוקצה לכל תשובה. אין צורך להראות את חישובי הטיוטא. בכל שאלה נתון "רמז" שמטרתו לעזור אחרי שפתרת, בבדיקת נכונות חישוביך. התשובה לשאלת הבונוס היא כתיבה של חוקים אלגוריתמיים פשוטים.

### שאלה 1 (20 נק') – מספר תת-מחרוזות

נתונות שתי המחרוזות הבאות:

1. aacacaccaccaaccaacccgcgccchhcg

2. acaacgaccghcahccghaacgccchg

עבור כל אחת משתי המחרוזות הנתונות (לכל מחרוזת בנפרד): כמה תת-מחרוזות יש שהן מן הסוג: c האות הראשונה, c האות האחרונה, והאותיות ביניהן כוללות c אחד בדיוק? (למשל, עבור המחרוזות aacgchhccaa התשובה היא 2, עקב תת-המחרוזות cgchhc ו-chhcc).

תשובה עבור מחרוזת 1: \_\_\_\_\_ תשובה עבור מחרוזת 2: \_\_\_\_\_

רמז: מכפלת התשובות היא מספר שספרת האחדות שלו היא 6.

הסבר: \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_

### שאלה 2 (25 נק') – מספר מינימלי

נתונה קבוצת המספרים: {4, 97, 357, 29, 22, 7, 14, 377, 1, 80, 331, 2, 320, 401, 258}.

1. מהו המספר החיובי הקטן ביותר שאי-אפשר ליצור מחיבור מספרים מהקבוצה? (למשל, עבור הקבוצה {1, 2, 6} התשובה היא 4, כיון שניתן ליצור 1 (שהוא בעצם מספר נתון בקבוצה), ניתן ליצור 2, ניתן ליצור 3, על-ידי 1+2, אך לא ניתן ליצור 4).

2. האם קיים בקבוצה מספר אשר לו היינו מכפילים אותו פי 2, היה גדל המספר החיובי הקטן ביותר שלא ניתן ליצור? אם כן – איזה מספר בקבוצה כדאי להכפיל?

תשובה לסעיף 1: \_\_\_\_\_

רמז: התשובה היא מספר שספרת האחדות שלו היא אחד מן המספרים החד-ספרתיים בקבוצה.

הסבר: \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_

תשובה לסעיף 2 (שאלה 2) : **כן** / **לא** (הקף). אם כן, המספר שכדאי להכפילו : \_\_\_\_\_

---

---

---

---

---

**שאלה 3 (25 נק') – תת-קבוצה בגודל מירבי**

נתונה קבוצת המספרים הבאה :

{44, 27, 22, 51, 31, 88, 11, 36, 7, 20, 16, 10, 2, 21, 72, 8, 9, 5, 3, 43, 14, 18}

1. מהו גודל תת-הקבוצה הגדולה ביותר שאין בה אף מספר אשר שווה לפעמיים מספר אחר בתת-קבוצה? הצג תת-קבוצה כזאת.
2. כמה תת-קבוצות שונות בגודל הגדול ביותר ישנן? (שתי תת-קבוצות הן שונות אם יש באחת מספר אחד או יותר שאין באחרת; יחד עם זאת ייתכנו מספרים אחרים משותפים.)  
למשל, עבור הקבוצה {3,2,6,5} התשובה לסעיף 1 היא 3, והתשובה לסעיף 2 היא 2, כיון שישנן שתי תת-קבוצות שונות בגודל 3 – התת-קבוצה {2,3,5} והתת-קבוצה {2,5,6}.

תשובה לסעיף 1 : \_\_\_\_\_ תשובה לסעיף 2 : \_\_\_\_\_

**שימו לב** : קבוצת המספרים הנתונה איננה קטנה, לכן חשוב לחשב בזהירות, ובצורה שיטתית.

**רמז** : סכום התשובות לסעיפים הוא מספר בקבוצה הנתונה.

הסבר : \_\_\_\_\_

---

---

---

---

---

---

---

**שאלה 4 (30 נק') – שחזור קוד**

כדי להיכנס לבניין לילך צריכה להקיש קוד המורכב מספרות, שכל אחת מהן היא 1,2,3 או 4, ולבסוף להקיש סולמית. ניתן להקיש ספרה יותר מפעם אחת. לילך שכחה את הקוד, אך זכרה שסכום הספרות שלו הוא 10. מהו מספר האפשרויות השונות שתצטרך לילך לבדוק, במקרה הגרוע ביותר, עד שתגיע לקוד הנכון, כאשר:

1. מספר הספרות להקשה איננו קבוע?

2. מספר הספרות להקשה הוא בדיוק 4?

למשל, אם הסכום היה 4 (במקום 10), אזי התשובה לסעיף 1 היתה 8, כי האפשרויות הן: 1,1,1,1 או 2,2 או 1,1,2 או 1,2,1 או 2,1,1 או 1,3 או 3,1 או 4. התשובה לסעיף 2 היתה 1 כי הדרך היחידה להגיע לסכום 4 עם 4 ספרות היא: 1,1,1,1. שימו לב שבתשובות לשני הסעיפים סדר הקשת הספרות חשוב.

**רמז:** סכום התשובות לסעיפים 1 ו-2 הוא מספר שספרת האחדות שלו היא 5.

תשובה לסעיף 1: \_\_\_\_\_

הסבר: \_\_\_\_\_

---

---

---

---

---

---

---

---

תשובה לסעיף 2: \_\_\_\_\_

הסבר: \_\_\_\_\_

---

---

---

---

---

---

---

---

**שאלה 5 - בונוס - (25 נק') - כובעים**

לילך ויוסי נכנסים לחדר. על ראש כל אחד מהם שמים כובע. צבע כל כובע הינו אדום או כחול (50% סיכוי לכל צבע). כיון שכל כובע יכול להיות כחול או אדום, ייתכן שצבעי שני הכובעים שווים. ייתכן גם כמובן שצבעיהם שונים. לאחר השמת הכובעים על הראשים, כל אחד מביט על הכובע של השני, ורושם על פתק ניחוש של צבע הכובע שלו. הרישום הוא באותו הזמן, ואין סימנים ביניהם. מטרתם בניחוש היא שלפחות אחד מהם ינחש נכונה.

ניתן לקבוע חוק ניחוש ללילך וחוק ניחוש ליוסי, שינחו את הניחוש של כל אחד. מהו החוק ללילך, ומהו החוק ליוסי כך שתמיד אחד מהם ינחש נכון? (החוקים יכולים להיות זהים, או שונים זה מזה, וייתכן שבחלק מן המקרים לילך תנחש נכון ובחלק מן המקרים יוסי ינחש נכון).

תשובה:

---

---

---

---

---

---